

CONCRETO ARMADO





Ing. WILBER CUTIMBO CHOQUE

Octubre 2016

DEDICATORIA

A Noemí Casihue S, por todo el amor y paciencia que me das cada día, por las palabras de aliento comprensión, gracias, te amo. Por su bondad y alegría tan contagiante que me brinda en todo momento y por ser parte de mi vida, gracias.

W.C.C

CONTENIDO

PREFACIO

El presente trabajo está escrito fundamentalmente para servir de texto en el curso de "**CONCRETO ARMADO**" para la carrera de Ingeniería Civil, el cual tiene como objetivo que el estudiante aprenda cómo aplicar en la práctica del diseño los conocimientos básicos adquiridos en los cursos de Estática, Resistencia de Materiales y Análisis Estructural.

En el libro se enfatiza el comportamiento básico de los elementos de concreto armado y de sus estructuras (particularmente sus características de resistencia y deformación hasta la carga máxima); para que de esta manera el lector tenga un conocimiento completo de los fundamentos del concreto reforzado ya que este antecedente es esencial para comprender adecuadamente los códigos de construcción y procedimientos de diseño.

En este libro se siguen las normas de la "Norma de Construcciones en Concreto Estructural ACI 318-15" Capítulo Primero del American Concrete Institute y de la Norma Peruana de Estructuras (Concreto Armado, E060); así como también del American Concrete Institute (ACI 318-15).

Los temas son expuestos de acuerdo al curso de Concreto Armado dictado en la **UNIVERSIDAD JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI – MOQUEGUA**. El texto ha sido desarrollado en ocho Capítulos. El primero trata sobre la historia, los métodos de diseño empleados, los materiales que lo constituyen y las cargas que intervienen en una estructura.

El segundo Capítulo está orientado a presentar las características del comportamiento a flexión del concreto armado, como también el análisis y diseño de secciones de viga usando los métodos Elástico y Plástico.

Los capítulos III, V y VII, trata los criterios de pre dimensionamiento, diseño del refuerzo longitudinal y transversal para: vigas, losas, escaleras y columnas.

Los capítulos IV y VI, trata el tema de las condiciones de servicio de las estructuras de concreto armado: control de deflexiones, agrietamiento y adherencia.

En el último capítulo trata del diseño de cimentaciones superficiales tales como: cimientos corridos, zapatas aisladas, combinadas y conectadas.

Se ha omitido el estudio de losas de cimentación y muros de contención por lo voluminoso del texto, lo cual en el futuro se presentará un Tomo II con estos temas y otros referentes al diseño en concreto armado.

Agradezco cualquier comentario o crítica constructiva que los lectores puedan hacer llegar, así como sugerencias sobre los errores que detecten, al correo electrónico wilber2511@gmail.com.

Mi agradecimiento a mis ex compañeros por su apoyo incondicional en la elaboración del presente texto.

WILBER CUTIMBO CHOQUE
INGENIERO CIVIL
CIP 174969

I. Generalidades

1.1. HISTORIA DEL CONCRETO ARMADO (1) :

El concreto fue usado por primera vez en Roma alrededor de la tercera centuria antes de Cristo. Estaba constituido por agregados unidos mediante un aglomerante conformado por una mezcla de cal y ceniza volcánica. Éste material podía sumergirse en agua manteniendo sus propiedades a diferencia de los morteros de cal usados siglos antes en la antigua isla de Creta. La obra más grande erigida por los romanos fue el Panteón con su bóveda de 43.20 m. de diámetro. El uso de este material en la construcción pasó al olvido con la caída del Imperio y no fue sino hasta mediados del siglo XVIII que su uso se extendió nuevamente.

El primer registro del uso del concreto, se remonta a 1760 cuando, en Inglaterra, John Smeaton descubrió, mientras proyectaba el faro Eddystone, que una mezcla de caliza calcinada y arcilla daba lugar a un conglomerante hidráulico resistente al agua. En 1801, F. Coignet publicó su tratado de los principios de la construcción, reconociendo la debilidad del material en tensión. En 1824 Joseph Aspdin elaboró cemento mezclando arcilla y caliza de diferentes canteras y calentándolas en un horno. El concreto obtenido con este aglomerante se asemejaba a las piedras propias de la isla de Pórtland, al sur de Inglaterra, motivo por el cual se le llamó cemento Pórtland, material que comenzó a fabricarse con mayor fuerza desde entonces. En ocasiones, la mezcla era calentada en exceso y se endurecía, siendo desechada por considerarse inútil. En 1845, I. C. Johnson descubrió que el mejor cemento provenía de la pulverización de esta sustancia "inútil" denominada Clinker. Este es el cemento que se conoce hoy en día.

El concreto armado se usó desde la tercera década del siglo XIX. Entre 1832 y 1835, Sir Marc Isambard Brunel y Francois Martin Le Brun erigieron, en Inglaterra y Francia, respectivamente, estructuras de este material tales como arcos y edificaciones. En 1848, Joseph Louis Lambot construyó un bote de concreto reforzado el cual presentó en la Exposición de Paris en 1854 y en 1855 lo patentó. En l855, W. B. Wilkinson registró en Inglaterra un piso de concreto reforzado con cuerdas de acero desechadas en las minas. Un año después Francois Coignet patentó un sistema de refuerzo para pisos, consistente en barras de acero embebidas en el concreto.

En 1867, Joseph Monier, Francés dedicado a la jardinería, fabricó macetas de concreto con refuerzo de mallas de alambre. En los años siguientes patentó el uso de esta técnica para la construcción de tanques, puentes, tuberías, vigas, columnas y escaleras. Considerándolo como el creador del concreto reforzado. En 1879, G. A. Wayss, de la firma Wayss and Freitag de Alemania, compró la patente de Monier y en 1887, publicó un libro acerca de sus métodos constructivos. Por su parte, Rudolph Schuster, de Austria, adquirió también los derechos de patente. De este modo, el nombre de Monier, como creador del concreto armado, se extendió por todo Europa.

(1) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.1,2

En Estados Unidos, Thaddeus Hyatt, abogado e ingeniero, realizó experimentos en vigas de concreto reforzado alrededor de 1850. Sus resultados se publicaron sino hasta 1877. Investigó acerca de la resistencia del concreto al fuego y llegó a la conclusión que los coeficientes de dilatación térmica, tanto del concreto como del acero eran muy similares. Con sus estudios, Hyatt sentó los principios sobre los cuales se desarrolla el análisis y diseño de los elementos de concreto reforzado.

En Francia, el desarrollo del uso del concreto reforzado se debió en gran parte a Francois Hennebique quien estableció un estudio de ingeniería y proyectó cientos de estructuras del nuevo material. En 1900, el Ministerio de Obras Públicas de Francia convocó a un comité para la elaboración de especificaciones Técnicas para concreto armado. Estas fueron publicadas en 1906. De allí en adelante ocurrieron progresos considerables, de tal manera que en 1910, se había ya establecido el comité Alemán del concreto reforzado, el comité Austriaco del concreto, el Instituto Norteamericano del concreto y el Instituto Británico del concreto.

En el Perú, los primeros barriles de cemento llegaron en 1850. Elaborándose concreto para la construcción de cimentaciones y para mejorar los acabados de las estructuras. Posteriormente, se utilizó en combinación con acero para la construcción de edificios, puentes, acueductos, etc. ahora el Concreto Armado se ha acreditado como uno de los materiales más útiles y de mayor importancia en la construcción Civil, por la facilidad que el concreto se puede moldear en la forma deseada y el fierro se puede doblar, sus aplicaciones estructurales son casi ilimitadas, por esta razón en la mayoría de construcciones ha desplazado a los materiales tradicionales.

1.2. EL CONCRETO ARMADO:

Se denomina así al concreto simple reforzado con armaduras metálicas que absorben generalmente los esfuerzos de tracción que el concreto sólo no podría resistir y, también para incrementar en algunos casos los esfuerzos de compresión del concreto.

1.2.1. EL CONCRETO Y SUS COMPONENTES.

El concreto, es un material semejante a la piedra que se obtiene mediante una mezcla cuidadosamente proporcionada de cemento, agregados (piedra y arena), agua y aire; después, esta mezcla se endurece en formaletas con la forma y dimensiones deseadas. El cuerpo del material consiste en el agregado fino y grueso. El cemento y el agua interactúan químicamente para unir las partículas de agregado y conformar una masa sólida.

Para obtener un buen concreto no sólo basta contar con materiales de buena calidad mezclados en proporciones correctas. Es necesario también tener en cuenta factores como el proceso de mezclado, transporte, colocación o vaciado y curado.

1.2.1.1 El cemento.

El cemento Pórtland es un material grisáceo finamente pulverizado, conformado fundamentalmente por silicatos de calcio y aluminio. Las materias primas usuales a partir de las cuales se fabrica son calizas que proporcionan el

(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

CaO (cal) , arcillas y esquitos que proveen el SiO_2 y el Al_2O_3 . Estos materiales se muelen, se mezclan, se funden en hornos hasta obtener el llamado clinker, y se enfrían y se muelen de nuevo para lograr la finura requerida.

Existen diversos tipos de cemento, los cuales están especificados en la norma ASTMC-150-94. Ellos son:

1. TIPO I, que es de uso general y sin propiedades especiales.
2. TIPO II, de moderado calor de hidratación y alguna resistencia al ataque de los sulfatos.
3. TIPO III, de resistencia temprana y elevado calor de hidratación.
4. TIPO IV, de bajo calor de hidratación.
5. TIPO V, de alta resistencia al ataque de los sulfatos.

La norma ASTMC-595-94A se especifica las características de los cementos adicionados, los cuales contienen, además de los compuestos ya mencionados, escoria y puzolanas, que modifican el comportamiento del conjunto. Entre ellos se tiene:

1. TIPO IS, cemento al que se le añadido entre el 25 y 70% en peso de escoria de alto horno.
2. TIPO ISM, cemento al que se le añadido menos del 25% en peso de escoria de alto horno.
3. TIPO IP, cemento al que se le añadido entre el 15 y 40% en peso de puzolana.
4. TIPO IPM, cemento al que se le añadido menos del 15% en peso de puzolana.

En la actualidad, en el Perú se fabrican los cementos tipo I, tipo II, tipo V, tipo IP y tipo IPM.

1.2.1.2. Agregados.

Para concretos estructurales comunes, los agregados ocupan aproximadamente entre el 70 y 75 por ciento del volumen de la masa endurecida. El resto esta conformado por la pasta de cemento endurecida, agua no combinada (es decir, agua no utilizada en la hidratación del cemento) y vacíos de aire.

Los agregados se clasifican generalmente en finos y gruesos. Tanto el agregado fino como el grueso, constituyen los elementos inertes del concreto, ya que no intervienen en las reacciones químicas entre cemento y agua.

Agregado fino o arena. Es aquella que proviene de la desintegración natural o artificial y que pasa el Tamiz N° 4, es decir un Tamiz con cuatro aberturas por pulgada lineal. El material más grueso que éste, se clasifica como agregado grueso o grava. El agregado fino debe ser durable, fuerte, limpio, duro y libre de materias impuras como: polvo, limos, pizarra, álcalis y materias orgánicas. No deben tener más de 5 % de arcilla o limos ni más de 1.5% de materias orgánicas. Sus partículas deben tener un menor a ¼” y su gradación debe satisfacer los requisitos propuestos en la norma ASTMC-33-93, los cuales se muestran en la tabla # 01

Tamiz estándar	% en peso del material que pasa el tamiz
3/8”	100
# 4	95 a 100
# 8	80 a 100
# 16	50 a 85
# 30	25 a 60
# 50	10 a 30
# 100	2 a 10

Tabla N° 01- Requisitos granulométricos del agregado fino

Agregado grueso o piedra. El agregado grueso es el que se retiene en el tamiz N° 4. Esta constituido por rocas graníticas, dioríticas, y sieníticas. Puede usarse piedra partida en chancadora o grava zarandeada de los lechos de los ríos o yacimientos naturales. El tamaño máximo del agregado grueso para concreto reforzado está controlado por la facilidad con que éste debe entrar en las formaletas y en los espacios entre barras de refuerzo. Con este fin el agregado no debe ser mayor que 1/5 de la distancia entre las paredes del encofrado, ¾ de la distancia libre entre armaduras y 1/3 del espesor de las losas. Al igual que para la arena, no deben contener más de un 5% de arcilla y finos ni más de 1.5% de materias orgánicas, carbón, etc. y según la norma ASTMC-33-93. También establece una serie de condiciones para su gradación. Estas se muestran en la tabla # 02

También existen los llamados:

Agregado artificial.- Son escorias y esquisto expandido y se utiliza con frecuencia para producir concretos ligeros, son derivados de otros procesos de fabricación.

Agregado pesados.- Son punzones de acero, baritinas, magnéticas y limonitas y se usan para concretos especiales tales como protección contra los rayos X, rayos gamma, etc.

Agua. El agua empleada en la mezcla debe ser limpia, libre de aceite, álcalis, sales y materias orgánicas. En general el agua potable es adecuada para el concreto. Su función principal es hidratar el cemento, pero también se le usa para mejorar la trabajabilidad de la mezcla.

Podrá emplearse agua no potable en la elaboración del concreto, siempre que se demuestre su idoneidad. Para ello se fabrican cubos de mortero elaborados con ella y se ensayarán según la norma ASTM C-109-93. Si las resistencias obtenidas a los 7 y 28 días son por lo menos el 90% de las esperadas en morteros similares elaborados a base de agua potable, el líquido es aceptable (ACI 3.4.3) . Es conveniente verificar adicionalmente, que no contenga agentes que puedan reaccionar negativamente con el refuerzo(2).

(8) N

(2) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.11

REQUISITOS GRANULOMÉTRICOS ASTM C-33 PARA AGREGADO GRUESO														
TAMAÑO N°	TAMAÑO NOMINAL EN PULGADAS (abertura cuadrada)	PORCENTAJES PASANTES EN PESO PARA CADA MALLA STANDAR												
		4" (100 mm.)	3½" (90 mm.)	3" (75 mm.)	2 ½" (63 mm.)	2" (50 mm.)	1 ½" (37.5 mm.)	1" (25 mm.)	¾" (19 mm.)	½" (12.5 mm)	3/8" (9.5 mm.)	N° 4 (4.75 mm)	N° 8 (2.36 mm)	N° 16 (1.18 mm)
1	3 ½" a 1 ½"	100	90-100	....	25-60	....	0 - 15	....	0 - 5	....	....	....	....	....
2	2 ½" a 1 ½"	....	....	100	90-100	35-70	0 – 15	....	0 - 5	....	....	....	....	....
3	2" a 1"	....	....	....	100	90-100	35-70	0 – 15	....	0 - 5	....	....	....	....
357	2"a N° 4	....	....	....	100	95-100	....	35-70	....	10-30	....	0 – 5	....	....
4	1 ½" a ¾"	....	....	....	....	100	90-100	20-55	0 - 5	....	0 – 5	....	....	....
467	1 ½" a N° 4	....	....	....	....	100	95-100	....	35-70	....	10-30	0 – 5	....	....
5	1" a ½"	....	....	....	....	....	100	90-100	20-55	0 – 10	0 – 5	....	....	....
56	1" a 3/8"	....	....	....	....	....	100	90-100	40-85	10-40	0 – 15	0 – 5	....	....
57	1" a N° 4	....	....	....	....	....	100	95-100	....	25-60	....	0 – 10	0 – 5	....
6	¾" a 3/8"	....	....	....	....	....	....	100	90-100	20-55	0 – 15	0 – 5	....	....
67	¾" a N° 4	....	....	....	....	....	....	100	90-100	....	20-55	0 – 10	0 – 5	....
7	½" a N° 4	....	....	....	....	....	....	....	100	90-100	40-70	0 – 15	0 – 5	....
8	3/8" a N° 4	....	....	....	....	....	....	....	....	....	85-100	0 - 30	0 – 10	0 - 5

Tabla # 2- Requisitos granulométricos del agregado grueso

1.2.2. PROPIEDADES DEL CONCRETO.

1.2.2.1 Resistencia y Deformación del Concreto en Compresión.

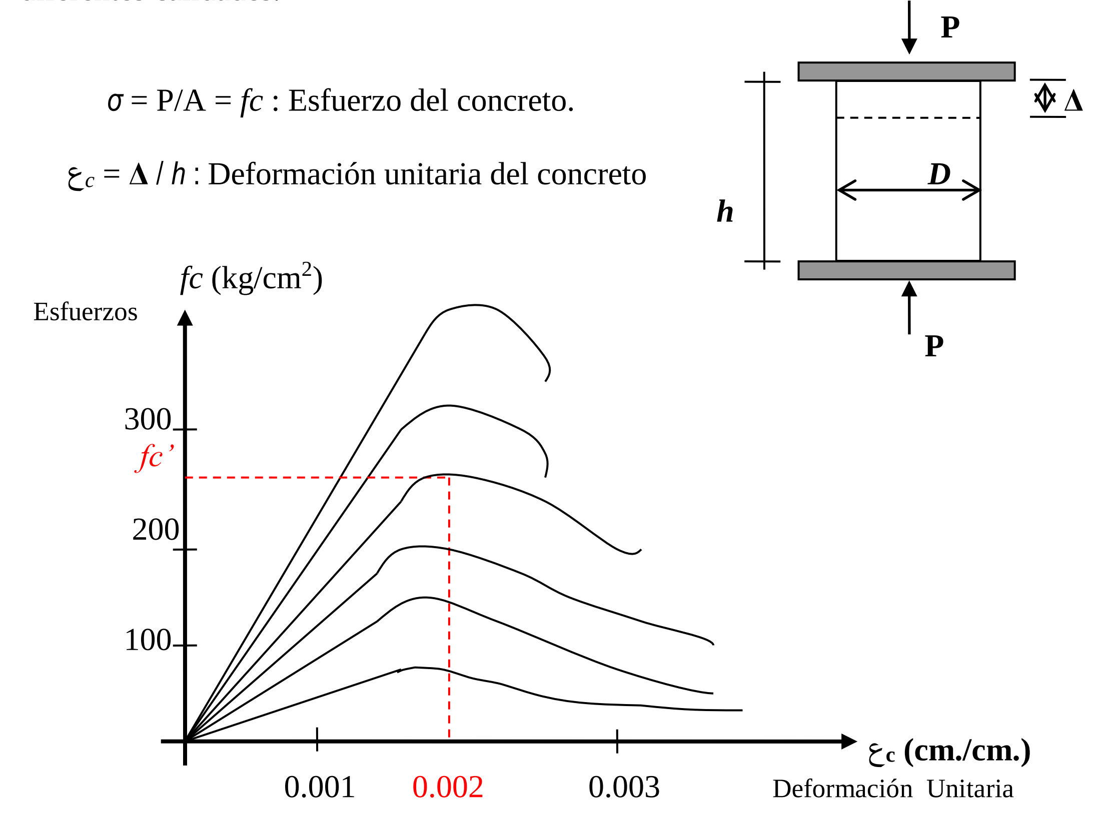
El concreto se utiliza fundamentalmente en compresión, por lo que el estudio de la relación esfuerzo-deformación unitaria es de fundamental importancia, esta característica se obtiene a través de ensayos en el laboratorio con probetas cilíndricas estándares de 6” (15 cm.) de diámetro y 12” (30 cm.) de altura. El espécimen debe permanecer en el molde 24 horas después del vaciado y posteriormente debe ser curado bajo agua hasta el momento del ensayo. El procedimiento estándar requiere que la probeta tenga 28 días de vida para ser ensayada en la prensa hidráulica, sin embargo este periodo puede alterarse si se especifica. Durante la prueba, el cilindro es cargado a un ritmo uniforme de 2.45 Kg./cm^2/s. y la carga axial es distribuida uniformemente en la sección transversal del cilindro desde cero hasta la magnitud que produce la falla. La resistencia a la compresión (*f’c*) se define como el promedio de la resistencia de, como mínimo, dos probetas tomadas de la misma muestra probadas a los 28 días.

En ocasiones, un periodo de 28 días para determinar la resistencia del concreto puede resultar muy largo, por lo que se suele efectuar ensayos a los 7 días. La relación entre la resistencia obtenida a los 7 días y la resistencia a los 28 días, es aproximadamente[3]:

$$fc'_7 \approx 0.67\, fc'_{28}$$

Empíricamente se puede tomar: $f'c_{28} = f'c_7 + 8\sqrt{fc'_7}$

A continuación se muestra la curva Esfuerzo vs. Deformación del concreto, para diferentes calidades.



fc’: Resistencia máxima del concreto (C°)

(3) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.19

De éstas curvas esfuerzo-deformación para concreto normales de diversas resistencias a la compresión se puede decir que, las gráficas tienen una rama ascendente casi lineal cuya pendiente varía de acuerdo a la resistencia y se extiende hasta aproximadamente 1/3 a ½ de f'c'; posteriormente adoptan la forma de una parábola invertida cuyo vértice corresponde al esfuerzo máximo en compresión. La deformación correspondiente a este punto es mayor para los concretos más resistentes. Sin embargo, para los de menor resistencia es casi constante e igual a 0.002. La rama descendente de las gráficas tienen una longitud y pendiente que varía de acuerdo al tipo de concreto; para concretos de resistencias bajas tiende a tener menor pendiente y mayor longitud que para concretos de resistencias mayores.

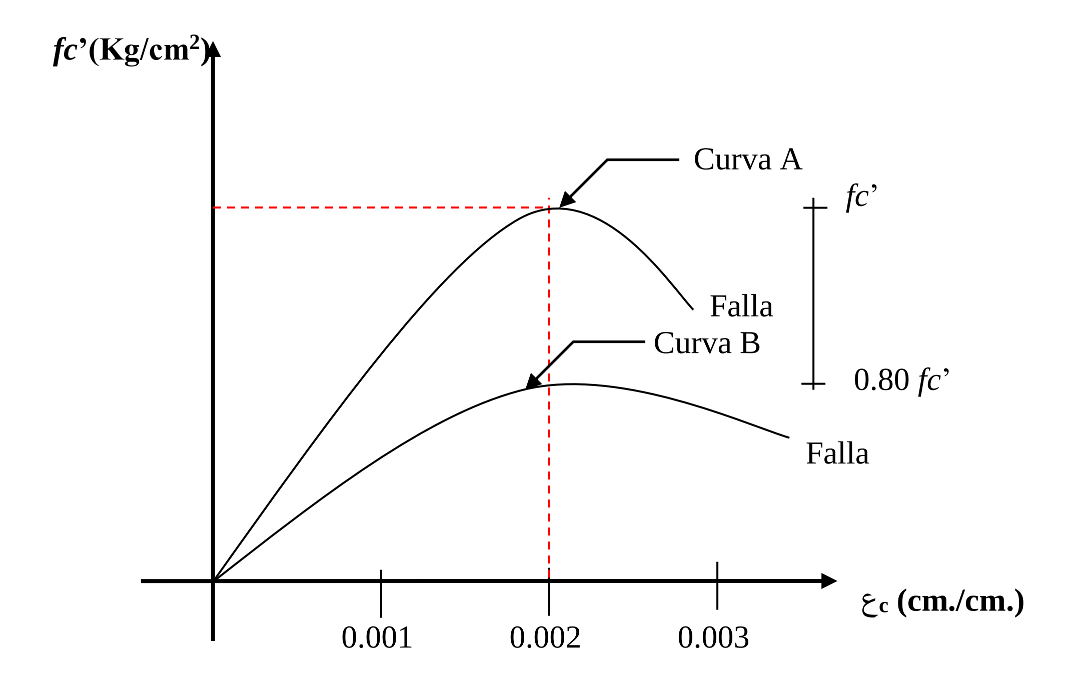
En conclusión podríamos decir lo siguiente:

- El concreto no es un material elástico, por no tener ningún tramo recto.
- Los concretos desarrollan su esfuerzo máximo a partir de una deformación unitaria de 2/1000 y el esfuerzo de rotura se presenta a una deformación unitaria de 3/1000 hasta 7/1000, dependiendo de la calidad del concreto.
- El concreto es por naturaleza poroso; a mayor porosidad menor es la resistencia pero son más dúctiles; a menor porosidad mayor es la resistencia pero es más frágil y menos permeable.

Los resultados de estas pruebas a compresión del concreto se ven afectados por varios factores(4):

a) Efecto de la velocidad de aplicación de la carga.

La curva esfuerzo-deformación del concreto varía de acuerdo a la velocidad de aplicación de la carga como se muestra en la figura. si ésta se incrementa a un ritmo mayor, la resistencia máxima obtenida es mayor que si la carga se incrementa a razón menor.



(4) MORALES M,Roberto, Diseño de estructuras de concreto armado .pág.5

En los ensayos bajo cargas de corta duración (curva A, 0.001 cm./cm. por minuto) se realizan en un tiempo relativamente corto de tal manera que la probeta se fractura en un lapso de 3 a 4 minutos.

En los ensayos para cargas de larga duración (curva B, 0.001 cm./cm. por 100 días) se asemeja más a la realidad, pues en obra a los elementos estructurales, se les va adicionando las cargas de manera graduada y durante un tiempo prolongado.

En éste tipo de ensayos para el mismo concreto, la curva se modifica en dos aspectos importantes:

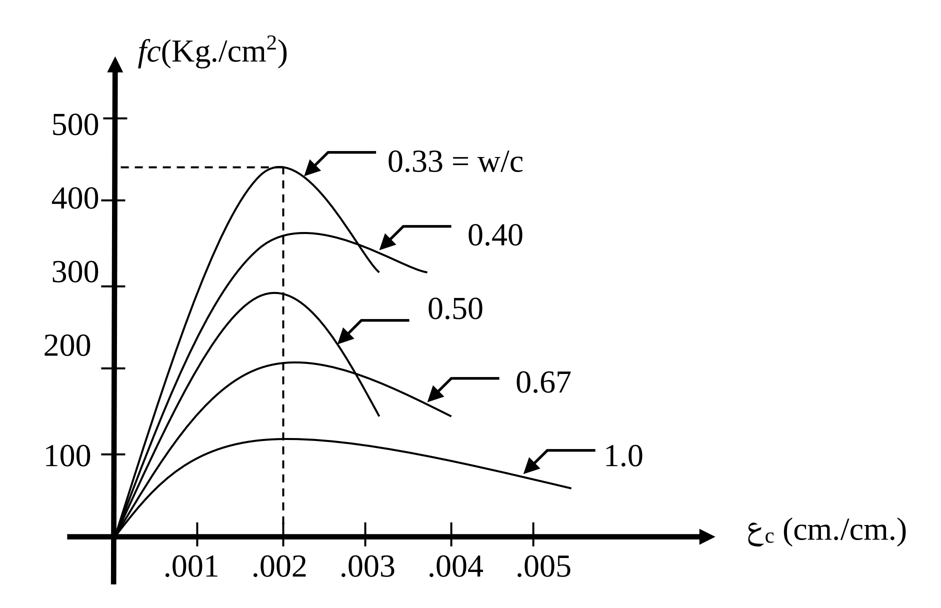
1. El máximo de la carga se alcanza a esfuerzos mucho menores (hasta 80% *fc*') que en cargas instantáneas (ensayos de corta duración), pero siempre a la deformación unitaria de 0.002.
2. La rama descendente de la curva es bastante suave produciéndose la falla o colapso a deformaciones mucho mayores (que en ensayos de corta duración).

En la práctica la resistencia especificada en los diseños se basa en la resistencia a corto plazo, se utiliza el esfuerzo obtenido en ensayos de corta duración y la diferencia con los ensayos de larga duración, se ve compensado con la propiedad del concreto a seguir endureciendo a través del tiempo.

b) Relación agua-cemento.

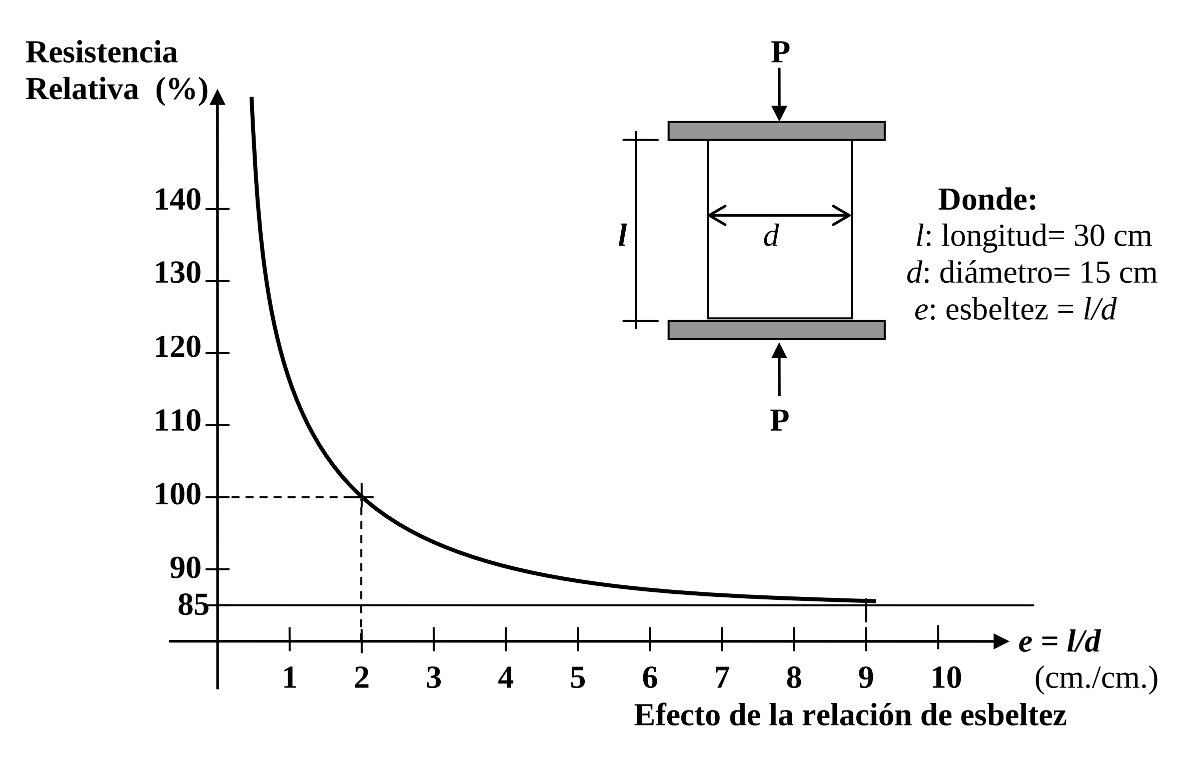
Es el factor que más influye en la resistencia del concreto y constituye la razón entre el peso del agua y el peso del cemento utilizados en la mezcla. Si w/c disminuye, la porosidad decrece consiguiéndose un concreto denso, de buena calidad y alta resistencia. Esta relación no debe ser menor que 0.25 pues ésta es la cantidad mínima de agua necesaria para la completa hidratación del cemento. Mientras mayor es la relación w/c, menor es la resistencia del concreto.

En la figura se puede apreciar el efecto de la relación agua-cemento.



(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

c) Tamaño y esbeltez de la probeta.



Efecto de la relación de esbeltez

Se ha tomado como medida de esbeltez (*e*), la longitud en la duración de la carga y el diámetro y arbitrariamente se ha considerado como 100% la resistencia de un espécimen con relación de esbeltez igual a 2 . Luego observamos que para esbeltez mayor que 2 la resistencia disminuye hasta llegar al 85% aproximadamente, para relaciones de esbeltez de 6 ó más.

Para especimenes cuya relación de esbeltez sea menor que 2, la resistencia aumenta infinitamente y en teoría sería infinita para un espécimen de altura nula.

d) Tipo de agregado.

La probeta ensayada puede romperse a través de la piedra o en la interfase agregado-pasta. Si el agregado es resistente, el primer caso no se presenta. En cambio, la falla en la interfase piedra-mortero depende del grado de unión de ambos elementos. Este es función de la textura de su superficie, gradación, tamaño máximo, etc. En concretos de alta resistencia, la resistencia del agregado juega un papel muy importante en la resistencia del concreto. Además de estos factores la calidad del concreto se ve afectado por el tipo de cemento, duración del curado, etc.

CALIDADES DEL CONCRETO.

La calidad estructural del concreto esta especificado por su resistencia a la compresión. El esfuerzo máximo se representa por *fc*' y tanto el ensayo como la elaboración están especificados en las normas ASTM.

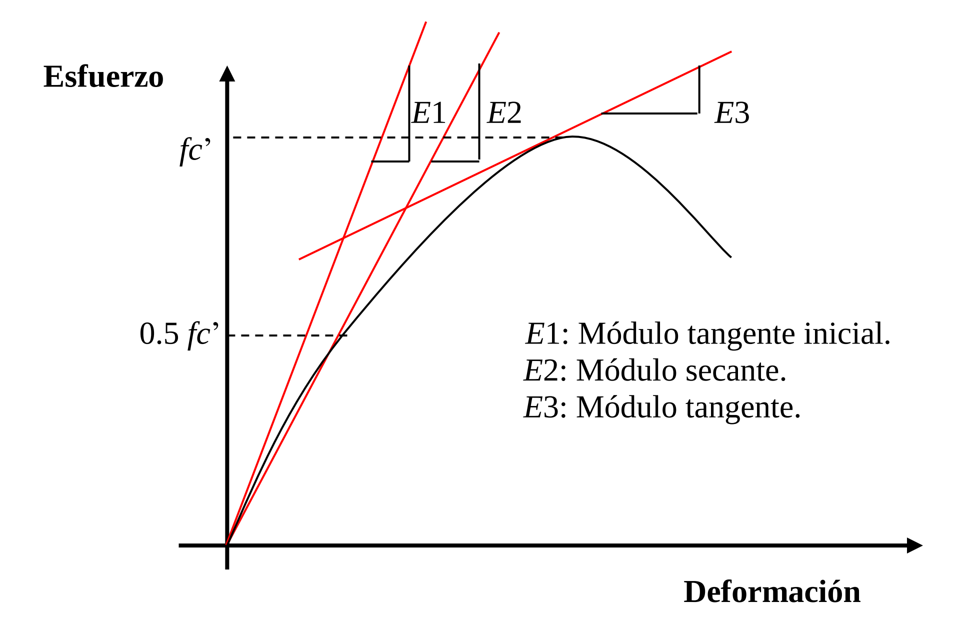
El ACI con el propósito de estandarizar la calidad del concreto sugiere variaciones de 35 en 35 Kg./cm^2, así tenemos:

fc' = 140, 175, 210, 245, 280, 315, 385, 420, Kg./cm^2, no prohibiendo el diseño de estructuras con resistencias intermedias.

1.2.2.2. Módulo de elasticidad del concreto(5).

El módulo de elasticidad de un material es un parámetro que mide la variación de esfuerzo en relación a la deformación en el rango elástico. Es función del ángulo de la línea esfuerzo-deformación y es una medida de la rigidez o resistencia a la deformación de dicho material. El concreto presenta un comportamiento elastoplástico y por ello los esfuerzos no son directamente proporcionales a las deformaciones; es decir la curva esfuerzo-deformación es curvilínea a una etapa muy temprana de su historia. Por lo anterior, ha sido necesario definir términos como módulo secante y módulo tangente en un intento por convenir un valor para el módulo de elasticidad del concreto.

El módulo tangente se define como la pendiente de la recta tangente a la curva esfuerzo-deformación en un punto de ella. En particular, el módulo tangente que corresponde al esfuerzo nulo se denomina módulo tangente inicial. La determinación de este parámetro es difícil pues la recta tangente en el origen no esta bien definida. Por su parte, el módulo secante es la pendiente de una recta secante a la curva, que une el punto de esfuerzo cero con otro cualquiera de la curva. El módulo secante es más fácil de determinar que el módulo tangente, por ello, es el más utilizado.



Para definir el módulo de elasticidad del concreto, el ACI emplea el concepto de módulo secante y teniendo presente que éste depende exclusivamente de la calidad del concreto y del peso volumétrico, da la siguiente expresión:

$$Ec = 4270\ w^{1.5} \sqrt{fc'}\ \text{Kg. /cm}^2$$

Donde Ec es el módulo de elasticidad en Kg. /cm^2, w es el peso volumétrico del concreto en ton. /m^3 y f'c' resistencia del concreto en Kg. /cm^2.

Para concretos con peso volumétrico normal (w = 2.3 a 2.4 ton. /m^3) se usa la ecuación simplificada.

$$Ec = 15000 \sqrt{fc'}\ \ (\text{Kg. /cm}^2.)$$

(5) HARMSEN, Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.26

1.2.2.3. Módulo de Poisson.

Al igual que otros materiales, cuando el concreto se comprime en una dirección se expande en la dirección transversal a aquella de la aplicación del esfuerzo.

La relación entre la deformación unitaria transversal y la longitud se conoce como módulo de Poisson y depende de la resistencia, de la composición y de otros factores. El valor de este parámetro (μ) para el concreto oscila entre 0.15 y 0.20.

1.2.2.4. Módulo de Corte.

Por resistencia de materiales se sabe que: $G_c = Ec/2(1+\mu)$.

Considerando un valor del módulo de Poisson igual a 1/6 se tiene.

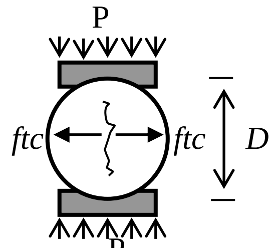
$$G_c = 0.43\ Ec.$$

Por comodidad se suele despreciar μ y se toma $G_c = 0.5\ Ec$.

1.2.2.5. Resistencia a la tensión del concreto o módulo de rotura.

Aunque el concreto se emplea de mejor manera cuando se utiliza su buena resistencia a la compresión, su resistencia a la tensión también es de importancia en varias situaciones. Para la determinación de este parámetro no se suele usar ensayos directos debido a las dificultades que se presentan sobretodo por los efectos secundarios que generan los dispositivos de carga. Para estimarlo se ha diseñado dos métodos indirectos.

PRUEBA BRASILERA O SPLIT-TEST. Consiste en cargar lateralmente el cilindro estándar, a lo largo de uno de sus diámetros hasta que se rompa.



$$ftc = \frac{2P}{\pi D h}$$

ftc = Resistencia a tracción del concreto.
P = Carga de rotura.
h = Longitud del cilindro.
D = Diámetro del cilindro.

El valor de ft_c oscila entre 1.55 $\sqrt{fc'}$ y 2.2 $\sqrt{fc'}$ para concretos normales. Generalmente se toma: $ft_c = 1.6\sqrt{fc'}$.

PRUEBA A FLEXIÓN SIMPLE. Para este ensayo se usa una viga con sección transversal cuadrada de 6” x 6” (15 cm. x 15 cm.) y una longitud igual a 70 cm., con apoyos en los 60 cm. centrales, la cual se carga en los tercios de la luz entre apoyos. La falla se produce entre los puntos de aplicación de las cargas.

El esfuerzo teórico de tracción en la fibra interior correspondiente a la rotura se calcula mediante la expresión:

$$f_r = \frac{MC}{I}$$

P P

2” 6” 6” 6” 2”

Donde:

fr: Módulo de rotura.

M: Momento flexionante debido a la carga máxima aplicada.

C: Medio peralte.

I: Momento de inercia de la Sección transversal de la viga.

Los resultados de ambas pruebas se han relacionado y se ha determinado que el módulo de rotura, *fr*, es igual a 1.25 a 1.50 veces la resistencia de tracción del concreto *ftc*.

Una relación aproximada según el ACI, para el módulo de rotura es:

$$fr = K\sqrt{fc'} \text{ (Kg./cm}^2\text{)}$$

Para elementos sin armadura, sometidos a flexión simple.

$$K = 1.3 \rightarrow fr = 1.3\sqrt{fc'} \text{ (Kg./cm}^2\text{)}$$

Para el cálculo de deflexiones instantáneas en elementos con armadura sometidos a flexión bajo cargas de servicio.

$$K = 2.0 \rightarrow fr = 2.0\sqrt{fc'} \text{ (Kg./cm}^2\text{)}$$

1.2.2.5. Variación en el volumen del concreto (6).

El volumen de concreto varía principalmente por tres causas: Contracción de fragua, deformación plástica o creep y cambios de temperatura.

A. Variación de volumen por contracción de fragua

La contracción de fragua se debe a la perdida de humedad durante el endurecimiento y secado del concreto. Si este se puede deformarse libremente, diminuye su volumen, pero si contienen armadura o está fijo en alguno de sus extremos se raja. Los concretos vaciados bajo agua están constantemente en un medio húmedo por lo cual no presentan este fenómeno. Algunos de estos factores que afectan la contracción del concreto son:

1. Relación agua/cemento; a mayor relación agua/cemento, mayor cantidad de agua disponible para ser evaporada y por lo tanto mayor posibilidad de contracción.
2. Relación Volumen/Superficie del elemento del concreto: El agua se evapora a través de la superficie y por lo tanto mientras esta sea mayor, las deformaciones por contracción se incrementarán.
3. Humedad del ambiente: El agua se evapora por la diferencia de humedad entre dos medios. Si el medio ambiente es muy húmedo entonces la evaporación será menor.
4. Porcentaje de refuerzo: El refuerzo restringe la contracción del concreto. una cantidad de refuerzo elevadas origina una pequeña contracción con aparición de gran número de grietas.
5. Cantidad de cemento en la mezcla: Las mezclas más ricas se contraen más que las pobres.
6. Agregados: Los agregados restringen la contracción de la pasta de cemento. Los más ásperos y con elevado módulo de elasticidad son los que más la limitan. Si el agregado es pequeño, la contracción aumenta.

(8 (6) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.29,30 y 31

7. Tipo de cemento utilizado: Los cementos de fragua rápida y los de bajo calor de hidratación generan concretos con mayor tendencia a la contracción.

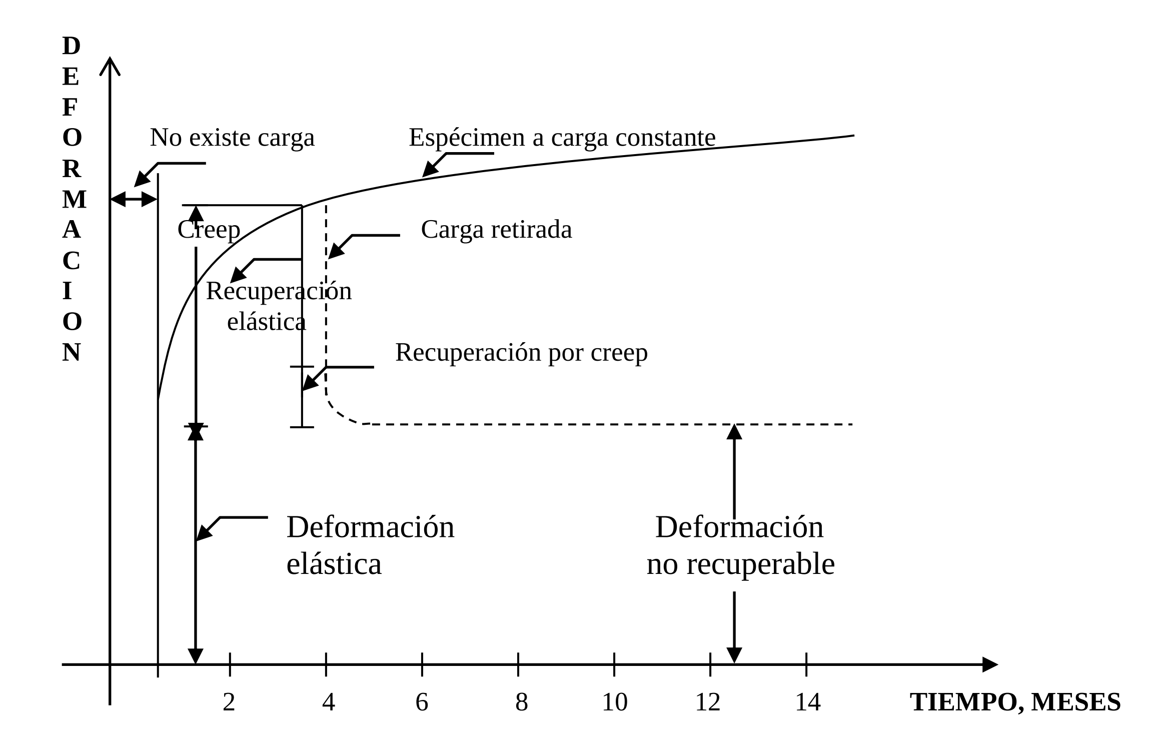
Para reducir la contracción de fragua en el concreto es conveniente:
- Reducir el contenido de agua de la mezcla.
- Usar agregados no porosos.
- Curar bien el concreto.
- Usar juntas de contracción y construcción en la estructura.
- Proveer refuerzo adicional, llamado de contracción, para limitar el ancho de las grietas.

La contracción es un proceso que puede revertirse sumergiendo el concreto en agua, pero no es totalmente reversible.

B. Deformación plástica o creep:

En la figura, se muestra una gráfica deformación vs. tiempo de una muestra sometida temporalmente a la acción de una carga. Inmediatamente después que esta es aplicada se produce una deformación elástica que se mantiene mientras la carga actúa y una deformación plástica o creep que se incrementa con el tiempo. Al retirar la carga, la muestra presenta, instantáneamente, una recuperación elástica de la deformación. Esta, sin embargo, no iguala la deformación elástica inicial. Así mismo se produce una deformación plástica, la cual después de un cierto periodo de tiempo se estabiliza, manteniéndose una deformación permanente en la muestra.

La deformación plástica se debe a la disminución del espesor de la capa de agua que rodea las partículas de los compuestos de la hidratación del cemento. Estas se acercan y con el tiempo se unen. Si la carga se retira parte de la deformación se recupera pero la unión de alguna de las partículas ocasiona que se presenten deformaciones permanentes.



La deformación plástica es de una a tres veces la deformación instantánea elástica. El fenómeno de creep incrementa las deflexiones en el tiempo y ocasiona redistribución de esfuerzos en la estructura. Algunos factores que afectan este proceso son:

1. Nivel de esfuerzo a que esta sometido el concreto, ya que la deformación es proporcional al esfuerzo.
2. Duración de la carga, mientras la carga se mantenga más tiempo, el efecto del creep es mayor. Por eso, las cargas permanentes producen mayor deformación que las vivas.
3. Resistencia y edad a la cual se aplica la carga, si el concreto es cargado a edad avanzada, la deformación es menor.
4. Velocidad de carga, mientras más rápido se aplique, más se deforma el concreto.
5. Cantidad y distribución del refuerzo, pues éste restringe las deformaciones.
6. Relación agua/cemento, a mayor cantidad de agua, mayor efecto del creep.
7. Tipo y gradación del agregado, mientras más denso sea el concreto, el creep será menos crítico.

C. Variación de volumen por Temperatura.

El concreto se expande con el incremento de temperatura y se contrae con su disminución. El coeficiente de dilatación térmica varía con la calidad del concreto y con su edad. su valor oscila entre $9.2x10^{-6}$/°C. y $12x10^{-6}$/°C. para temperaturas entre -15 C° y + 50 C°. El reglamento Alemán recomienda tomar 10^{-5}/C° como promedio; otros autores sugieren tomar $11x10^{-6}$/°C.

1.2.3 EL ACERO[7].

El acero es una aleación de diversos elementos entre ellos: Carbono, manganeso, silicio, cromo, níquel y vanadio. El carbono es el más importante y el que determina sus propiedades mecánicas. A mayor contenido de carbono, la dureza, la resistencia a la tracción y el límite elástico aumentan. Por el contrario, disminuyen la ductilidad y la tenacidad. El manganeso es adicionado en forma de ferro-manganeso. Aumenta la forjabilidad del acero, su Templabilidad y resistencia al impacto. Así mismo, disminuye su ductilidad. El silicio se adiciona en proporciones que varían de 0.05% a 0.50%. se le incluye en la aleación para propósitos de desoxidación pues se combina con el oxígeno disuelto en la mezcla. El cromo incrementa la resistencia a la abrasión y la templabilidad, El níquel por su parte, mejora la resistencia al impacto y la calidad superficial. Finalmente el vanadio mejora la templabilidad.

El acero para ser utilizado en concreto armado se fabrica bajo las normas ASTM A-615-94, A-616-93, A-617-93 y A 706-92b. En el Perú es producido a partir de la palanquilla pero en el extranjero también se suele conseguir del reciclaje de rieles de tren y ejes usados. Estos últimos son menos maleables, más duros y quebradizos.

El acero es un material que tiene mucha mayor resistencia que el concreto; numéricamente el acero tiene una resistencia a compresión del orden de 10 veces mayor que el concreto y, a tracción la relación es de 100 veces mayor. Por otro lado, el acero es un material mucho más costoso que el concreto. De esto resulta que los dos materiales se emplean mejor en combinación si el concreto se utiliza para resistir los esfuerzos de compresión y el acero los esfuerzos de tensión. También se utiliza el refuerzo a

(7) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.33

compresión, especialmente cuando se desea reducir la sección transversal de elementos a compresión, como es el caso de las columnas de los primeros pisos de edificios altos. Aún si esta necesidad no existiera, una mínima cantidad de refuerzo se coloca en todo los elementos a compresión para asegurarlo contra el efecto de pequeños momentos flectores accidentales que pueden agrietar y aún producir la falla de un elemento no reforzado.

Para lograr una acción efectiva del refuerzo, es esencial que el acero y el concreto se deformen en forma conjunta, es decir, es necesario que haya una adherencia suficientemente fuerte entre los dos materiales para asegurar que no ocurrirán movimientos relativos entre las barras de refuerzo y el concreto circundante.

1.2.3.1 Tipos de acero de refuerzo.

a. **Barras redondas.** Es el tipo más común de acero de refuerzo viene por lo general en barras circulares llamadas comúnmente **varillas** y presentan corrugaciones en su superficie para favorecer la adherencia con el concreto. Estas corrugaciones deben satisfacer requisitos mínimos para ser tomados en cuenta en el diseño. Existen tres calidades distintas de acero corrugado; grado 40, grado 60 y grado 75 aunque en nuestro medio sólo se usa el segundo. Las características de estos tres tipos de acero se muestran a continuación:

	fy (Kg./cm^2)	*fs* (Kg./cm^2)
Grado 40	2800	4500
Grado 60	4200	6300
Grado 75	5300	7000

Donde: *fy* = Esfuerzo de fluencia del acero.,
fs = Resistencia mínima a la tracción a la rotura.

Las varillas se denominan por números y sus características geométricas se presentan en la tabla siguiente;

DENOMINACIÓN #	DIAMETRO Ø”	DIAMETRO *db* (cm)	AREA *Ab* (cm^2)	PESO (Kg./m)
2	1/4	0.64	0.32	0.25
3	3/8	0.95	0.71	0.56
4	1/2	1.27	1.29	0.99
5	5/8	1.59	2.00	1.55
6	3/4	1.91	2.84	2.24
7	7/8	2.22	3.87	3.04 *
8	1	2.54	5.10	3.97
9	1 1/8	2.86	6.45	5.06 *
10	1 1/4	3.19	8.19	6.40 *
11	1 3/8	3.58	10.06	7.91

En nuestro medio también se fabrican barras en milímetros, así tenemos:

DIAMETRO (mm.)	ÄREA (cm^2)	PESO (Kg./m.)
6	0.28	0.22
8	0.50	0.40
12	1.13	0.89

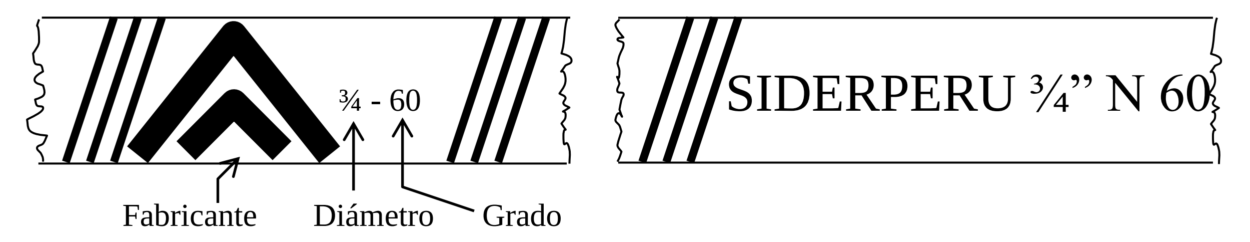
Donde:

* : No existe en el mercado peruano.
db: Diámetro nominal de la varilla.
Ab: Área de la sección transversal de la varilla.

El alambrón (Ø ¼”, 6mm.) puede ser liso o corrugado, los demás son corrugados y tienen una longitud de 9 m. y 12 m.

Identificación de los aceros fabricados en nuestro medio:

ACEROS AREQUIPA ACEROS SIDERPERU



b. Mallas electrosoldadas.

Se compone de una serie de alambres lisos o corrugados dispuestos en mallas cuadradas o rectangulares y soldadas en los puntos de unión del refuerzo. Se usan en elementos como losas, pavimentos, estructuras laminares y muros en los cuales se tiene un patrón regular de distribución del refuerzo.

c. Aceros de preesfuerzo[8].

Los aceros de preesfuerzo se utilizan en tres formas diferentes: Alambrones de sección circular, torones y barras de acero aleado. Los alambrones para preesfuerzo se fabrican mediante extrusión en frío de aceros con alto contenido de carbón, después de lo cual el alambrón se somete a un proceso de revenido en caliente para producir las propiedades mecánicas prescritas;los diámetros varían desde 0.192 hasta 0.276 pulg. Los torones se fabrican usando seis alambrones enrollados alrededor de un séptimo cuyo diámetro es ligeramente mayor;los diámetros varían desde 0.25 hasta 0.60 pulg. Las barras de acero aleado están disponibles en diámetros desde 0.75 hasta 1.375 pulgadas, usualmente como barras lisas circulares.

1.2.4. PROPIEDADES DEL ACERO.

1.2.4.1. Relación esfuerzo-deformación del acero.

A continuación podemos apreciar las curvas para aceros laminados en caliente y laminados en frío (aceros de preesfuerzo).

(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

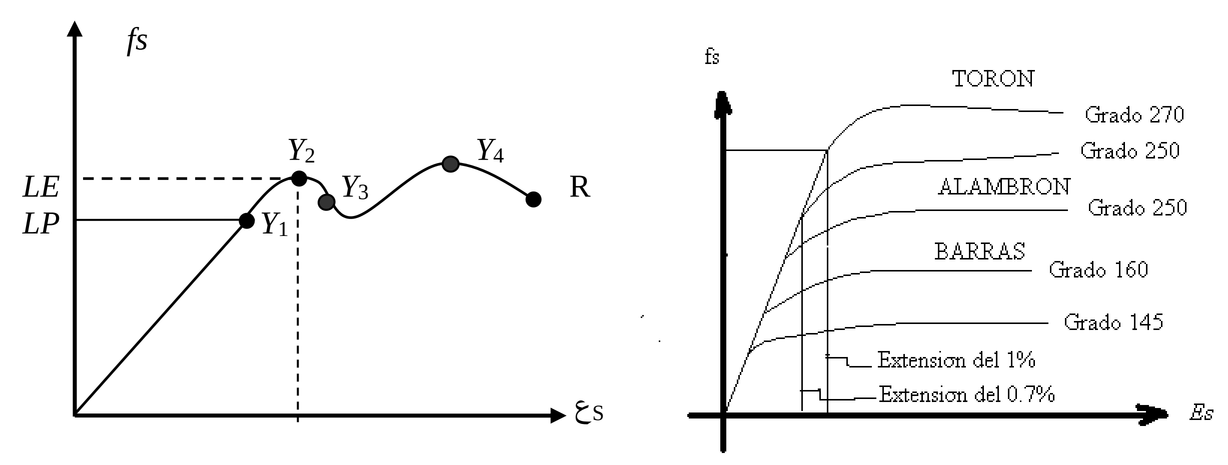


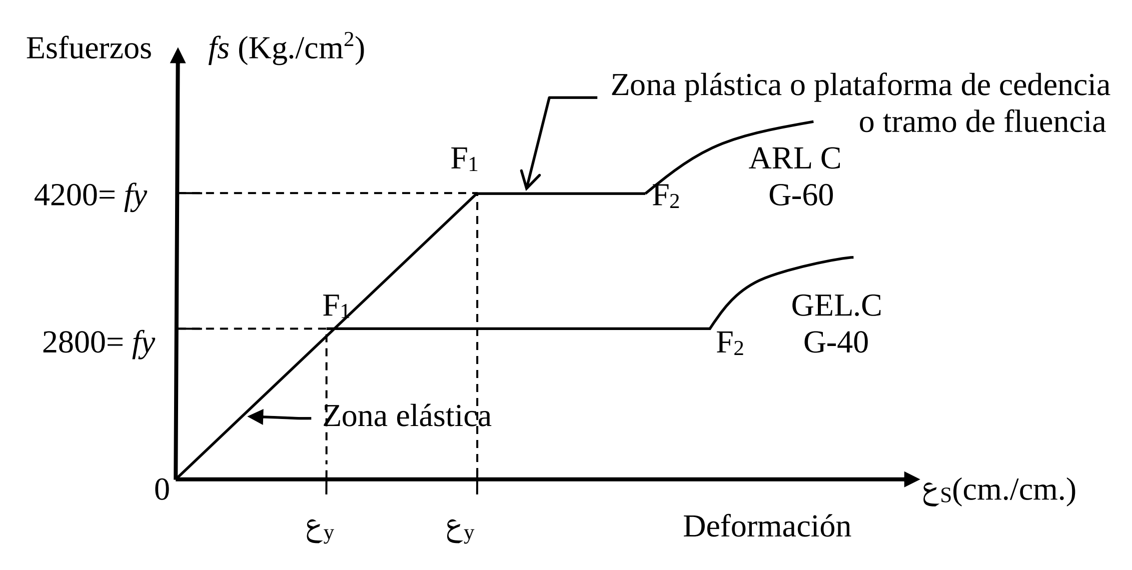
Fig. a: Aceros de refuerzo (C°A°)

Fig. b: Aceros de pre-esfuerzo

LP: Límite plástico, LE: Límite elástico.

De la (fig. a) podemos apreciar, que los esfuerzos y las deformaciones crecen en forma proporcional hasta el punto Y_1 ,(siendo válida la ley de Hooke). A partir de este punto, las deformaciones empiezan a crecer un poco más que las tensiones, lo que nos da una curva un poco más acortada, llegando al límite de proporcionalidad (punto Y_2), hasta este punto las tensiones se consideran prácticamente elásticas. A partir de este punto, las deformaciones son cada ves más acentuadas, llegando al límite de desligación (punto Y_3), observándose a continuación una ligera caída en las deformaciones, aunque las tensiones continúan en el mismo ritmo. Aquí es donde el material sufre una mudanza en sus propiedades elásticas, porque para cargas menores las deformaciones continúan llegando a un nuevo punto de deslizamiento, comenzando de nuevo a recuperar la resistencia y subiendo por tanto las tensiones, hasta llegar al punto Y_4, luego romperse.

El código ACI asume, para el diseño; que el acero tiene un comportamiento elastoplástico para pequeñas deformaciones, idealizando la curva así:



ARL C: Acero de alta resistencia laminado en caliente, llamado también G-60.
GEL C: Grado estructural laminado en caliente, llamado también G-40.
fy : Punto de fluencia , valor que determina la característica de un esfuerzo.

Los aceros trabajados en frío (fig. b) no se utilizan en concretos armados, pero si en concretos pre o post-tensados, no tienen un punto de fluencia bien definido; por lo tanto la resistencia a la fluencia se define en forma algo arbitraria como el esfuerzo para el cual la elongación total es del uno por ciento para torones y alambrones y del 0.7% para barras de acero aleado.

1.2.4.2. Módulo de Elasticidad del acero.

El módulo de elasticidad es definido como la tangente del ángulo **α**. Por lo tanto, este parámetro es independiente del grado del acero y, generalmente se toma para todo los aceros utilizados en concreto armado:

$$Es = 2x10^6 \text{ (Kg./cm}^2\text{)}$$

1.2.4.3. Coeficiente de dilatación Térmica.

Su valor es muy similar al del concreto: $11x10^{-6}$/°C. Esto es una gran ventaja pues no se presentan tensiones internas entre refuerzo y concreto por los cambios de temperatura del medio. Ambos tienden a dilatarse y contraerse de modo similar.

1.2.4.4. Maleabilidad.

Esta propiedad se garantiza a través de una prueba que consiste en doblar en frío una varilla de acero alrededor de un pin sin que ésta se astille en su parte exterior. El diámetro del pin varía de acuerdo a la varilla a ser ensayada y se indica en la tabla siguiente:

Denominación	**Diámetro del pin acero** A-615, A-616, A-617	**Diámetro del pin** Acero A-706
#3, #4, #5	3.5 *db*	3 *db*
#6, #7, #8	5 *db*	4 *db*
#9, #10 y #11	7 *db*	6 *db*

1.3. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL CONCRETO ARMADO.

Frente a otros materiales como el acero, la madera, etc. el concreto armado presenta las siguientes ventajas y desventajas.

1.3.1. Ventajas del concreto armado.

1. Es durable a lo largo del tiempo y no requiere de una gran inversión para su mantenimiento, tiene una vida útil extensa .
2. Se puede dar la forma que uno desee, el concreto se puede moldear a gusto en su estado plástico y el fierro se puede doblar.
3. Le confiere un carácter monolítico a sus estructuras lo que le permite resistir más eficientemente las cargas laterales de viento o sismo.

(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

4. En fuego de intensidad media, el concreto armado sufre daños superficiales si se provee un adecuado recubrimiento al acero. Es más resistente al fuego que la madera y el acero estructural.
5. Es resistente al efecto del agua.
6. Tiene una gran resistencia a la compresión en comparación con otros materiales.
7. Los coeficientes de dilatación térmica tanto para el acero y concreto son similares: Para el C° : $1.0x10^{-5}$ $C°^{-1}$
   Para el acero: $1.1x10^{-5}$ $C°^{-1}$
   $\Rightarrow \alpha C° \approx \alpha$ acero.

Siendo por este motivo mínimo el agrietamiento por cambios de temperatura.

8. Su gran rigidez y masa evitan problemas de vibración en las estructuras erigidas con él.
9. Las estructuras pueden construirse In-situ o prefabricado.
10. En la mayoría de los lugares es el material más económico.

1.3.2. Desventajas del concreto armado.

1. Tiene poca resistencia a la tracción, aproximadamente la décima parte de su resistencia a la compresión. Aunque el acero se coloca de modo que absorba estos esfuerzos, la formación de grietas es inevitable.
2. Requiere de encofrados lo cual implica su habilitación, vaciado, espera hasta que el concreto alcance la resistencia requerida y desencofrado, con el tiempo que estas operaciones implican. El costo del encofrado puede alcanzar entre un tercio y dos tercios del costo total de la obra.
3. Requiere de un permanente control de calidad, pues ésta se ve afectada por las operaciones de mezcla, colocación, curado, etc.
4. Presenta deformaciones variables con el tiempo. Bajo cargas sostenidas, las deflexiones en los elementos se incrementan con el tiempo.
5. Su relación resistencia a la compresión versus peso está muy por debajo que la correspondiente al acero, el cual es más eficiente cuando se trata de cubrir grandes luces. El concreto requiere mayores secciones y por ende el peso propio es una carga muy importante en el diseño.

1.4. ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO.

1.4.1 Diseño Estructural.

El diseño Estructural abarca las diversas actividades que desarrolla el proyectista para determinar la forma, dimensiones y características detalladas de una estructura, o sea de aquella parte de una construcción que tiene como función absorber las solicitaciones que se presentan durante las distintas etapas de su existencia.

Una estructura se puede considerar como un sistema; es decir, como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada. La función puede ser salvar un claro o luz; como en los puentes; encerrar un espacio como en el caso de diferentes tipos de edificios o, soportar un empuje como en el caso de muros de contención, tanques o silos, etc. La estructura debe cumplir la función a la que esta destinada con un grado razonable de seguridad y de manera que tenga un comportamiento adecuado en condiciones normales de servicio.

Además debe satisfacer otros requisitos, tales como:

El costo.- Toda la estructura debe mantenerse dentro de los límites razonables de la economía.
Estética.-La estructura debe ser agradable a la vista constituyendo un elemento ornamental para las ciudades y mejorar el paisaje del campo.
Tipo de estructuración.- Es sin duda uno de los factores que más afecta el costo del proyecto.
Idealización.- Después de elegir una estructura se la idealiza con el propósito de estudiar el efecto de las solicitaciones o cargas a la que puede estar sometido durante su vida útil, esta idealización es necesaria por que el problema real es mucho más complejo.

Idealmente el objeto del sistema es la optimización del sistema, es decir la obtención de todas las mejores soluciones posibles. El lograr una solución óptima absoluta es prácticamente imposible, sin embargo, puede ser útil optimizar de acuerdo con determinado criterio, tal como el de peso o costo mínimo; teniendo en cuenta siempre que no exista soluciones únicas sino razonables.

La posibilidad de intuir un sistema estructural eficiente e imaginarlo en sus aspectos esenciales, es el fruto sólo en parte de las cualidades innatas; es resultado también de la asimilación de conocimientos teóricos y de la experiencia adquirida en el ejercicio del proceso de diseño y en la observación del comportamiento de las estructuras. Lo que comúnmente se denomina buen criterio estructural no está basado solo en la intuición y en la práctica, sino que también debe estar apoyado en sólidos conocimientos teóricos.

Desgraciadamente resulta difícil enseñar “criterio estructural” en los libros de texto y en las aulas de clase. Es mucho más fácil enseñar fundamentos teóricos, métodos analíticos y requisitos específicos. El autor de un libro y el profesor de un curso sólo en el mejor de los casos llega a transmitir al alumno algunos destellos de su experiencia, los cuales llegan a formar parte de su conocimiento asimilado. No debe sin embargo desilusionarse el alumno por sentir, al terminar sus estudios, una gran inseguridad en la aplicación del acervo de conocimientos teóricos que ha adquirido. El ejercicio de la práctica y el contacto prolongado con especialistas más maduros son requisitos necesarios para confirmar su criterio.

La práctica del diseño estructural tiende en forma natural hacia una creciente automatización, impulsada aceleradamente por la popularización del empleo de las computadoras. Es común el empleo de programas de computo en el análisis estructural, en el dimensionamiento, hasta llegar a la elaboración de los planos estructurales y de las especificaciones. Este proceso es sin duda benéfico y va a redundar en una mayor eficacia y precisión en el diseño, en cuanto se emplee con cordura.

Tanto en lo que se refiere al empleo de manuales y ayudas de diseño, como a de los programas de computo, el proyectista debería tener grabados en su mente los siguientes mandamientos[9]:

(8) NILS(9) MELI PIRALLA, Roberto,Manual de diseño estructural .pág,30

1. **1.** Nunca uses una de estas herramientas si no sabes en que teoría se basa, que hipótesis tiene implícitas y que limitaciones existen para su uso.
2. **2.** Después de asegurarte de que es aplicable a tu caso particular, cuida que puedas obtener los datos que se requieren para su empleo y pon atención en emplear las unidades correctas.
3. **3.** Una vez obtenido los resultados, examínalos críticamente, ve si hacen sentido, si es posible compruébalos con otro procedimiento aproximado, hasta que estés convencido de que no hay errores gruesos en el proceso.
4. **4.** Analiza que aspectos no han sido tomados en cuenta en ese proceso y asegúrate que no alteren el diseño.

1.4.2 Enfoque del diseño.

La característica particular más importante de cualquier elemento estructural es su resistencia real, lo cual debe ser lo suficientemente elevada para resistir, con algún margen de reserva, todas las cargas previsibles que puedan actuar sobre aquel durante la vida de la estructura, sin que se presente falla o cualquier otro inconveniente.

En la actualidad existen básicamente, dos métodos de diseño en concreto armado: Diseño elástico o por cargas de servicio y diseño a la rotura o por resistencia última. El primero fue utilizado con mucha fuerza hasta mediados del siglo y el segundo ha adquirido impulso en los últimos cuarenta años.

El diseño elástico parte de la hipótesis que es posible predecir la distribución de esfuerzos en el refuerzo y el concreto, al ser sometidos a cargas de servicio. Asume un comportamiento elástico de ambos materiales. El diseño consiste en conseguir que los esfuerzos no excedan los esfuerzos admisibles que son fracción de la resistencia del concreto y del esfuerzo de fluencia del acero. En la actualidad, pruebas de laboratorio han permitido comprobar que el complejo comportamiento del concreto con el paso del tiempo conlleva a una constante redistribución de esfuerzos entre éste y el acero. En el diseño elástico solo se considera una de éstas distribuciones. Con el tiempo, las condiciones no consideradas pueden ocasionar la falla. Por otro lado, en el diseño de estructuras; es importante considerar el tipo de falla, dúctil o frágil, que presentan un elemento bajo determinadas solicitaciones y, en la medida de lo posible orientar la falla según sea conveniente. El método elástico no considera este punto. El método elástico tampoco determina la carga que ocasiona la rotura de la pieza y por ello, su factor de seguridad no es conocido(10) .

El diseño por rotura se fundamenta en la predicción de la carga que ocasiona la falla del elemento en estudio y analiza el modo de colapso del mismo.En pruebas de laboratorio se ha podido comprobar que es posible predecir estas cargas con precisión suficiente. Este método toma en consideración el comportamiento inelástico del acero y el concreto y por lo tanto, se estima mejor la capacidad de carga de la pieza. Algunas de las ventajas de este procedimiento son:

- El diseño por rotura permite controlar el modo de falla de una estructura compleja considerando la resistencia última de las diversas partes del sistema. Algunos elementos se diseñan con menor margen de seguridad que otros para inducir su falla primero.

(10) HARMSEN,Teodoro E. Diseño de estructuras de concreto armado .pág.3

- Permite obtener un diseño más eficiente, considerando la distribución de esfuerzos que se presentan dentro del rango inelástico.
- Este método no utiliza el módulo de elasticidad del concreto, el cual es variable con la carga. Esto evita introducir imprecisiones en torno a este parámetro.
- El método de diseño a la rotura permite evaluar la ductilidad de la estructura.
- Este procedimiento permite un coeficiente de seguridad distintos para diferentes tipos de carga.

La desventaja de usar este método es que solo se basa en criterios de resistencia. Sin embargo es necesario garantizar que las condiciones de servicio sean optimas, es decir, que no se presenten deflexiones excesivas, ni agrandamiento crítico. Con la mejora en la calidad del concreto y la obtención de secciones cada vez menores, se tiende a perder rigidez e incrementar las deflexiones y el ancho de fisuras. Por ello es conveniente usar este método en combinación con otros procedimientos para verificar el adecuado comportamiento de las piezas bajo cargas de servicio.

Debido a estas diferencias tanto en realismo como en confiabilidad, el método de diseño a la resistencia a desplazado rápidamente, durante las últimas décadas, al método más antiguo de diseño para cargas de servicio. Sin embargo este último se usa aún en ocasiones. A lo largo de este texto se presenta casi exclusivamente el método de diseño a la resistencia.

1.4.3. Códigos de diseño(11) .

El diseño de estructuras de concreto armado se lleva acabo generalmente dentro de un contexto de códigos que dan registros específicos para materiales, para el análisis estructural, para el dimensionamiento de elemento, etc. En contraste con otros países altamente desarrollados, los Estados Unidos no tienen un código oficial nacional que gobierne el concreto armado.La responsabilidad de producir y mantener especificaciones de diseño descansa sobre varios grupos profesionales, asociaciones gremiales e institutos técnicos que han producidos los documentos necesarios.

El American Concrete Institute (ACI) ha sido durante mucho tiempo un líder da tales esfuerzos. El código ACI no es un documento oficial por si mismo; sin embargo, es reconocido ampliamente como documento autorizado para la buena práctica en el campo del concreto reforzado.

Como resultado, este se ha incorporado por ley en innumerables códigos de construcción municipales y regionales que sí tienen una connotación legal.

Sus disposiciones alcanzan de esta manera un soporte legal. En los Estados Unidos la mayoría de los edificios en concreto reforzado y construcciones similares se diseñan de acuerdo con el código ACI vigente. Este a servido también como documento modelo para muchos otros países.

La mayor parte de los puentes vehiculares de los Estados Unidos están diseñados de acuerdo con los requisitos de las especificaciones para puente de la AASHTO, que no solo contienen las disposiciones relacionadas con las cargas y su distribución, sino que también disposiciones especificas para el diseño y construcción de puentes de concreto reforzado.

(11) NILSON , Arthur H. Diseño de estructuras de concreto .pág.16.

Las normas Alemanas (DIN) constituyen un cuerpo cada vez más impresionante de reglas y criterios que abarcan en detalle los aspectos más diversos y especializados de diseño. En México la reglamentación más actualizado y la que sirve de modelo para las de otros estados es el reglamento de construcciones para el Distrito Federal (RDF). En los países europeos existen códigos multinacionales para los países de la comunidad económica europea, para los países socialistas y para los escandinavos.

Ningún código o especificación de diseño puede utilizarse como sustituto de un criterio de Ingeniería sólido en el diseño de estructuras de concreto reforzado. En la práctica estructural a menudo se encuentran circunstancias especiales donde las disposiciones del código sirven únicamente como guías y el ingeniero debe confiar en un firme entendimiento de los principios básicos de la mecánica estructural aplicada al concreto reforzado o pre-esforzado, y en un conocimiento profundo de la naturaleza de los materiales.

1.4.4. Cargas[12].

Las cargas que actúan sobre las estructuras pueden dividirse en tres grandes categorías: Cargas muertas, cargas vivas y cargas ambientales.

Cargas muertas (D).

Son aquellos que se mantienen constantes en magnitud y fijas en posición durante la vida de la estructura. generalmente la mayor parte de la carga muerta es el peso propio de la estructura. Este puede calcularse con buena aproximación apartir de la configuración de diseño, de las dimensiones de la estructura y de la densidad del material. Dentro de estos tenemos, sistemas de pisos, pisos terminados, cielo raso, tabiquería fija, y todos aquellos elementos que conservan una posición fija en la construcción, de manera que gravitan en forma constante sobre la estructura.

Cargas vivas (L).

Son cargas gravitacionales de carácter movible. Estas pueden estar total o parcialmente en un sitio o no estar presentes, y pueden cambiar de ubicación. Su magnitud y distribución son inciertas en un momento dado, y sus máximas intensidades a lo largo de la vida de la estructura no se conocen con precisión. Las cargas vivas mínimas para los cuales deben diseñarse los entrepisos y cubiertas de un edificio se especifican usualmente en el código de de construcción que se aplica en el lugar de construcción. Dentro de estas tenemos: El peso de los ocupantes, muebles, tabiquería móvil, agua y equipos removibles, y todos aquellos elementos con el carácter de no estacionarios.

Cargas ambientales.

Consiste generalmente en cargas sísmicas (fuerzas inerciales causadas por movimientos sísmicos), viento, vibraciones causadas por maquinaria, cargas de nieve, presiones de suelo en las porciones subterráneas de estructuras, cargas de posibles emposamientos de aguas de lluvia sobre superficies planas y fuerzas causadas por cambios de temperatura. Al igual que las cargas vivas, las cargas ambientales son inciertas tanto en magnitud como en distribución.

(12) NILSON , Arthur H. Diseño de estructuras de concreto .pág.9.

En años recientes se ha progresado en el desarrollo de métodos racionales para predicción de fuerzas horizontales sobre estructuras debidas a la acción del viento y de sismos.

Cabe también mencionar que en nuestro país las cargas sísmicas predominan sobre las causadas por el viento, salvo que la estructura sea muy liviana (por ejemplo, con techo metálico y cobertura con planchas de asbesto-cemento, calaminas, etc.) o que el edificio este ubicado en una zona de baja sismicidad pero con fuertes vientos (por ejemplo, en la selva).

A continuación se muestra algunas de las sobre cargas especificadas en la norma peruana E-020; así mismo algunos pesos unitarios y cargas de uso común:

TIPO DE EDIFICACIÓN	**CARGA VIVA (Kg./m^2)**
VIVIENDAS (incluye comedor y escaleras)	200
OFICINAS: Ambientes comunes. Sala de archivo. Sala de computación. Corredores y escaleras.	 250 500 350 400
CENTROS EDUCATIVOS: Aulas. Talleres. Auditorios, gimnasios. Laboratorios. Corredores y escaleras.	 200 350 300 300 400
HOSPITALES: Sala de operación, laboratorios y áreas de servicio. Cuartos. Corredores y escaleras.	 300 200 400
BIBLIOTECAS: Sala de lectura. Sala de almacenaje. Corredores y escaleras.	 300 750 400
HOTELES: Cuartos. Almacenaje y servicio. Corredores y escaleras.	 200 500 400
AZOTEAS PLANAS (no utilizable)	100
BAÑO (emplear s/c promedio de las áreas vecinas)	
Instituciones penales (cuartos)	200

Cuando la ocupación o uso de un espacio no sea conforme con ninguno de los que figuran en tabla. El proyectista determinará la carga viva justificándola ante las autoridades competentes:

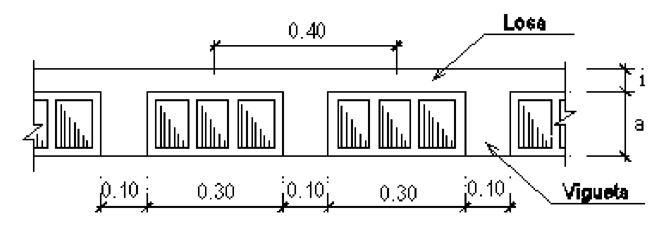
(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

Pesos unitarios de uso común.

MATERIAL		γ (Kg./m^3)		γ (Kg./m^3)
ALBAÑILERIA	Adobe	1600	Ladrillo sólido Ladrillo hueco	1800 1350
CONCRETO	Armado	2400	Simple	2300
MADERAS	Dura seca	700	Dura húmeda	1000
ENLUCIDOS	Cemento	2000	Yeso	1000
LÍQUIDOS	Agua	1000	Petróleo	870
METALES	Acero Plomo	7850 11400	Aluminio Mercurio	2750 13600
OTROS	Mármol Losetas Cemento Tierra Piedra pómez	2700 2400 1450 1600 700	Bloque de vidrio Vidrio Papel Arena seca Hielo	1000 2500 1000 1600 920

Aligerados. Cuando los techos aligerados tienen las medidas tradicionales y cuando se emplean bloques huecos de arcilla (30x30 cm.), puede utilizarse las siguientes cargas de peso propio.

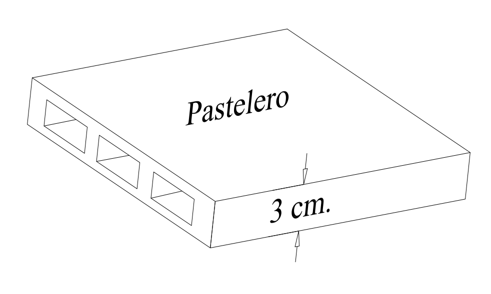
***h* (cm.)**	***w* (Kg./m^2)**
17	280
20	300
25	350
30	420
35	475
40	600



En cambio si se utilizan bloques tubulares de concreto vibrado, o si el espesor de la losa superior o el nervio de la vigueta cambiasen en relación a los empleados en el aligerado tradicional, el peso propio deberá obtenerse empleando las cargas unitarias (en Kg./m^3)

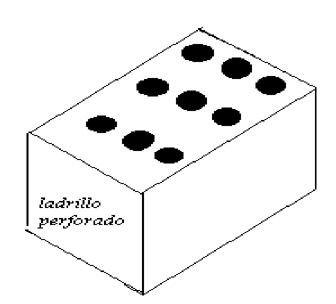
Acabados y cobertura.

Acabados (con falso piso) = 20 Kg./m^2 por centímetro de espesor (usualmente 5 cm.)
Cobertura con teja artesanal = 160 Kg./m^2
Pastelero asentado en barro = 100 Kg./m^2
Plancha de asbesto-cemento = 2.5 Kg./m^2 por milímetro de espesor.

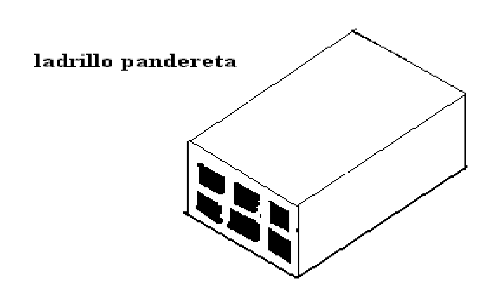


Muros de albañilería.

Para muros estructurales y tabiques construidos con ladrillo de arcilla o sílico-calcáreas, pueden emplearse las siguientes cargas de peso propio, incluyendo el tarrajeo.



unidades solidas o con pocos huecos
(para muros portantes: 19 Kg//(m2 x cm)



Unidades huecas tubukares (pandereta para tabiques): 14 Kg/(cm2 x cm.)

Cabe destacar que en la norma E-020, se proporcionan unas cargas equivalentes de peso propio (en Kg./m^2 de área en planta) para los casos en que no se conozca la distribución de los tabiques (Tabiquería móvil) en los ambientes del edificio, generalmente, esto ocurre en los edificios destinados a oficinas,

Peso del tabique (Kg./m)	Carga equivalente (Kg/m^2)
74 ó menos	30
75 a 149	60
150 a 249	90
250 a 399	150
400 a 549	210
550 a 699	270
700 a 849	330
850 a 1000	390

Para hacer uso de la tabla que proporciona la norma E-020, debe conocerse el tipo de tabique que se va a emplear y su peso por metro lineal. Por ejemplo, para un tabique de albañilería con 15 cm. de espesor (incluyendo tartajeo en ambos lados), construido con ladrillo pandereta, con 2.4 m. de altura, se tendría; W = 14x15x2.4 = 504 Kg./m. luego ingresando a la tabla de la norma E-020, se obtiene una carga equivalente igual a 210 Kg./m^2 de área en la planta, que deberá agregarse al peso propio y acabado de la losa de piso correspondiente.

(8) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto.pág.58

2.1. MECÁNICA Y COMPORTAMIENTO DEL CONCRETO ARMADO.

En el presente capítulo se desarrollaran los principios básicos del comportamiento de los elementos de concreto armado sometidos a flexión. Es imprescindible comprender claramente este fenómeno para luego deducir las expresiones a usar tanto en el análisis como en el diseño. El análisis implica fundamentalmente la determinación del momento resistente de una sección completamente definida. El diseño es el proceso contrario: Dimensionar una sección capaz de resistir el momento aplicado.

Los elementos que están sujetos generalmente a flexión son las vigas, sistemas de pisos, las escaleras y, en general todos aquellos elementos que están sometidos a cargas perpendiculares a su plano, los cuales ocasionan esfuerzos de flexión y corte; cuyos análisis y procedimientos a seguir serán expuesto por separado.

2.1.1. Comportamiento de vigas de concreto reforzado.

Las vigas de concreto simple son ineficientes como elementos sometidos a flexión debido a que la resistencia a la tensión en flexión es una pequeña fracción de la resistencia a la compresión. En consecuencia estas vigas fallan en el lado sometido a la tensión a cargas bajas mucho antes de que se desarrolle la resistencia completa del concreto en el lado de compresión. Por esta razón se colocan las barras de acero de refuerzo en el lado sometido a la tensión tan cerca como sea posible del extremo de la fibra sometida a la tensión, conservando en todo caso una protección adecuada del acero contra el fuego y la corrosión.

Si imaginamos una viga simplemente apoyada con refuerzo en tracción (figura II-1) y le aplicamos carga de modo gradual desde cero hasta la magnitud que producirá su falla, claramente puede distinguirse diferentes estados en su comportamiento[13]:

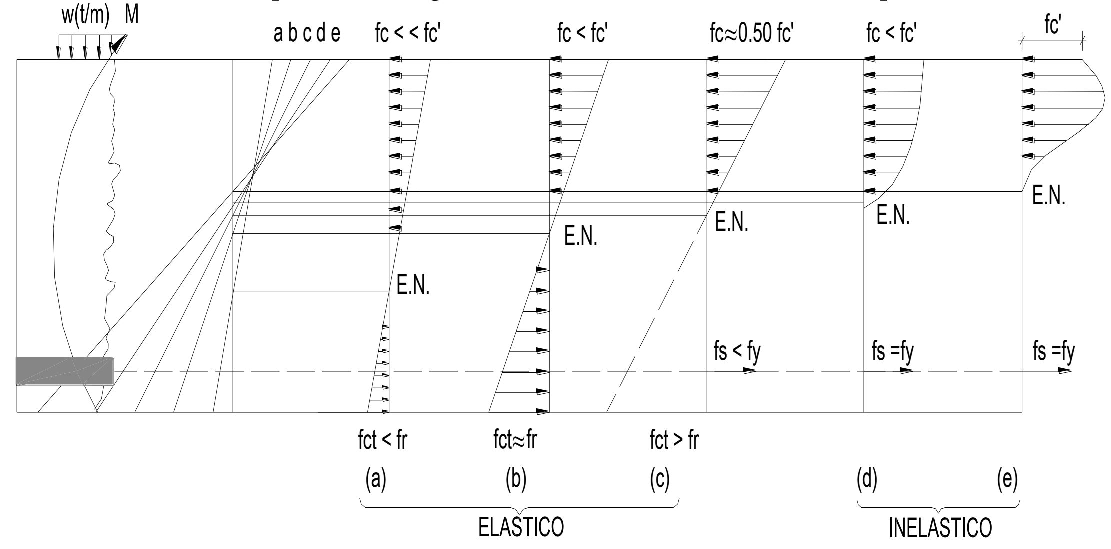


Fig. II-1. Variación de los esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado.

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.
(17) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto .pág.71.

1° ETAPA. La carga externa es pequeña. Los esfuerzos de compresión y tracción en la sección no superan la resistencia del concreto, por lo que no se presentan fisuras. La distribución de esfuerzos en la sección es la mostrada en la fig. II-1-a.

2° ETAPA. La tensión en el concreto casi alcanza su resistencia a la tracción. Antes que se presente la primera grieta toda la sección del concreto es efectiva y el refuerzo absorbe el esfuerzo ocasionado por su deformación. La deformación en el concreto y el acero es igual, debido a la adherencia que existe entre ellos, los esfuerzos en ambos materiales están relacionados a través de la relación modular (*n*).

$$fs = nfc_1$$

donde:

fs: Esfuerzo en el acero.

$f'c_1$: Esfuerzo en el concreto.

La viga experimenta un comportamiento elástico y la distribución de esfuerzos es la mostrada en la fig. II-1-b.

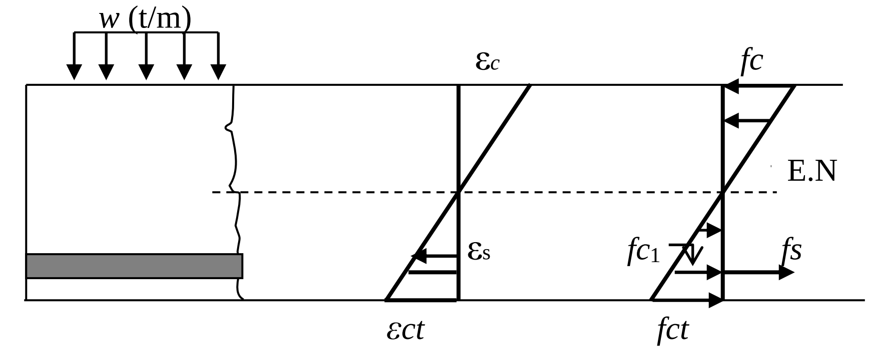
3° ETAPA. Se alcanza el denominado momento crítico, *Mcr*, bajo el cual se desarrollan las primeras fisuras en la zona central de la viga. El eje neutro asciende conforme la carga aumenta como se aprecia en la figura (II-1-c). El concreto, al agrietarse, no resiste el esfuerzo de tracción y este es absorbido íntegramente por el refuerzo. La sección es menos rígida pues su momento de inercia disminuye. en esta etapa, el concreto tiene una distribución de esfuerzos casi lineal. los esfuerzos en el concreto llegan hasta 0.50 $f'c$. Conforme aumenta la carga, las fisuras se van ensanchando y se dirigen hacia el eje neutro.

4° ETAPA. El refuerzo alcanza el esfuerzo de fluencia aunque el concreto no llega a su resistencia máxima. Los esfuerzos en el concreto adoptan una distribución aproximadamente parabólica (fig. II-1-d). La deflexión se incrementa rápidamente y las fisuras se ensanchan. Conforme se incrementa la carga, el acero entra a la fase de endurecimiento por deformación y finalmente el concreto falla por aplastamiento (fig. II-1-e).

En conclusión en el estado elástico, se puede distinguir lo siguiente:

ESTADO ELÁSTICO NO AGRIETADO[14]. En este estado los esfuerzos en el concreto y en el acero se comportan elásticamente, la deformación en el acero y en el concreto circundante es igual y sucede cuando:

$fct < fr$, y esto se debe generalmente a la mínima carga que soporta la estructura en su fase inicial.



$$\varepsilon c = \frac{fc_1}{Ec} = \varepsilon s = \frac{fs}{Es}$$ (La deformación en el concreto y acero es igual para una carga dada)

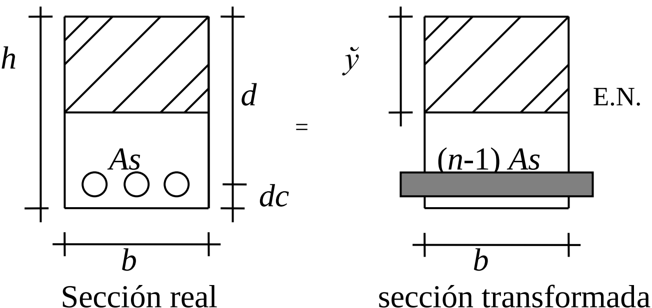
(20) NILSON Arthur H..Diseño de estructuras de concreto.pág.12.

$$\Rightarrow \; fs = \frac{Es}{Ec} fc_1 = nfc_1 \Rightarrow \; fs = nfc_1 \quad , \quad \text{donde: } n = \frac{Es}{Ec}$$

n = Se llama relación modular y, es la relación entre el módulo de elasticidad del acero y módulo de elasticidad del concreto y debe ser un número entero y nunca menor que 6.

La fuerza de tracción en el acero será: $T = Asfs = As \times nfc_1$ ....(α)

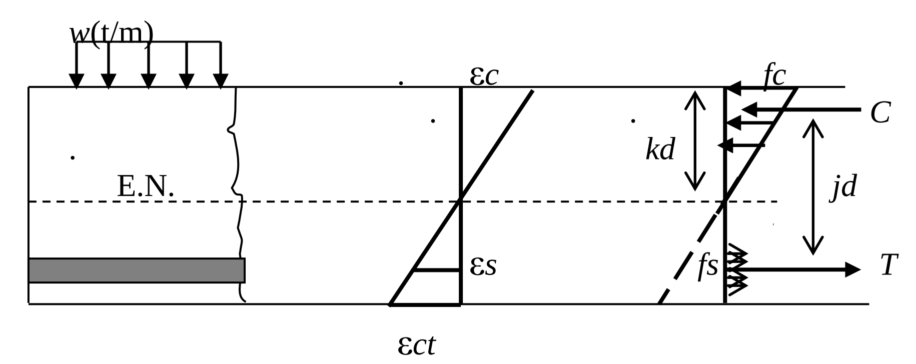
La expresión (α) deja entrever que para calcular los esfuerzos, se puede sustituir el área de acero en tracción por un área equivalente de concreto igual a (*n*-1)*As*. A partir de esta sección transformada se puede aplicar los métodos usuales de análisis de las vigas elásticas homogéneas.



Sección real sección transformada

$$\bar{y} = \frac{b \times h \times \frac{h}{2} + (n-1)As \times d}{(bxh) + (n-1)As} \quad ; \quad It = \frac{b \times h^3}{12} + b \times h\left(\bar{y} - \frac{h}{2}\right)^2 + (n-1)As(d - \bar{y})^2$$

<u>ESTADO ELÁSTICO AGRIETADO.-</u> En este estado el concreto en la tensión se agrieta, no resiste el esfuerzo de tracción. Es decir el concreto en tracción ya no trabaja, debido al incremento de las cargas van apareciendo y ensanchándose las grietas en la zona central de la viga y se dirigen hacia el eje neutro; sucede cuando: *fct* > *fr*. y *fr*. < 0.50 *f'c*.



Kd = distancia de la cara más alejada en compresión al eje neutro.
jd = brazo de palanca de las fuerza internas.

El método elástico analiza al elemento en el estado agrietado.

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.

2.2. MÉTODO ELÁSTICO.

Llamado también método de esfuerzos de trabajo o cargas de servicio, porque hace intervenir a las cargas tal como son; sin importar que tan diferentes sean su variabilidad individual y su incertidumbre. Si los elementos se dimensionan con base en dichas cargas de servicio, el margen de seguridad necesario se logra estipulando esfuerzos admisibles bajo cargas de servicio que sean fracciones apropiadamente pequeñas de la resistencia a la compresión del concreto y del esfuerzo de fluencia del acero. En la práctica se considera estos esfuerzos admisibles que para el concreto sea el 45% de su resistencia a la compresión, y para el acero, la mitad de su esfuerzo de fluencia [15].

$$fc_{adm} = 0.45\, f'c \qquad fs_{adm} = 0.50\, fy$$

2.2.1. Hipótesis de diseño.

- **a.** Hace uso de las cargas de servicio que va ha soportar la estructura por diseñar, es decir las cargas no son multiplicadas por los llamados factores de carga.
- **b.** Considera al concreto y al acero trabajando a determinados esfuerzos de trabajo dentro del rango elástico del material.
- **c.** Se supone que las secciones planas permanecen planas antes y después de las deformaciones.
- **d.** Los esfuerzos y las deformaciones se mantienen proporcionales a su distancia al eje neutro.
- **e.** Se desprecia la resistencia a tracción del concreto.
- **f.** Dado el comportamiento elástico de los materiales y de acuerdo a la hipótesis (**d**), el diagrama de esfuerzos unitarios en compresión se lo supone de forma triangular.
- **g.** El refuerzo de tracción se reemplaza en los cálculos por un área equivalente de concreto igual a n veces el área del acero de refuerzo ubicada en el mismo nivel del acero de refuerzo, tal como se aprecia en la (fig. II-2).

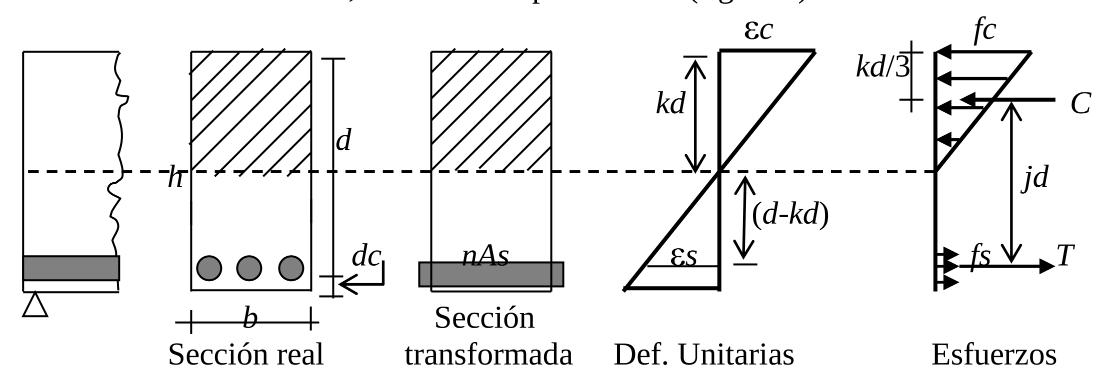


Fig.II-2: Sección transformada de una sección simplemente reforzada (estado agrietado)

Donde: $C = \dfrac{fckd}{2}b$, $T = Asfs$

Del diagrama de deformaciones: $\dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \dfrac{kd}{(1-k)d}$ .... (1)

Sabemos que: $n = \dfrac{Es}{Ec}$ y $Es = \dfrac{fs}{\varepsilon_s}$, $Ec = \dfrac{fc}{\varepsilon_c}$, entonces

(20) NILSON Arthur H..Diseño de estructuras de concreto.pág.12.

$$n = \frac{\frac{fs}{\varepsilon_s}}{\frac{fc}{\varepsilon_c}} = \frac{fs\,\varepsilon_c}{fc\,\varepsilon_s} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = n\frac{fc}{fs} \text{ ....(2)}$$

(1) = (2) : $\frac{kd}{d-kd} = n\frac{fc}{fs}$, resolviendo tenemos que: $k = \frac{nfc}{fs+nfc} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{1+\frac{fs}{nfc}}}$

Del diagrama de esfuerzos, tenemos que:

$$M = Cjd = \left(\frac{fckd}{2}b\right)jd = \frac{fckj}{2}bd^2 = Kbd^2 \Rightarrow M = Kbd^2 \quad \text{Ó}$$

$M = As.fs.j.d \Rightarrow \boxed{As = \frac{M}{fs.jd}}$, *jd*: brazo de palanca interno entre *C* y *T*.

También tenemos que: $jd = d - \frac{kd}{3} \Rightarrow \boxed{j = 1 - \frac{k}{3}}$ donde: $0.85 \leq j \leq 0.95$

Es necesario indicar que los valores de *k*, *j* y *K*, están normalmente tabulados en función de las calidades del concreto y acero, es decir para diferentes combinaciones de *f'c* y *fy*.

Cuando se trata de verificar o de trabajar con una sección ya diseñada y construida; no es posible conocer con que esfuerzos están trabajando el concreto y el acero, por cuanto, no necesariamente, estos materiales tengan que estar trabajando con 0.50 *fy* y con 0.45 *f'c*. En estos casos es necesario calcular ***k*** de otra forma que es la siguiente:

De la sección transformada tomando momentos respecto al E.N, tenemos:

$$kdb\left(\frac{kd}{2}\right) - nAs(d-kd) = 0$$

$k^2\frac{bd}{2} - nAs + nAsk = 0$; dividiendo entre *bd*.

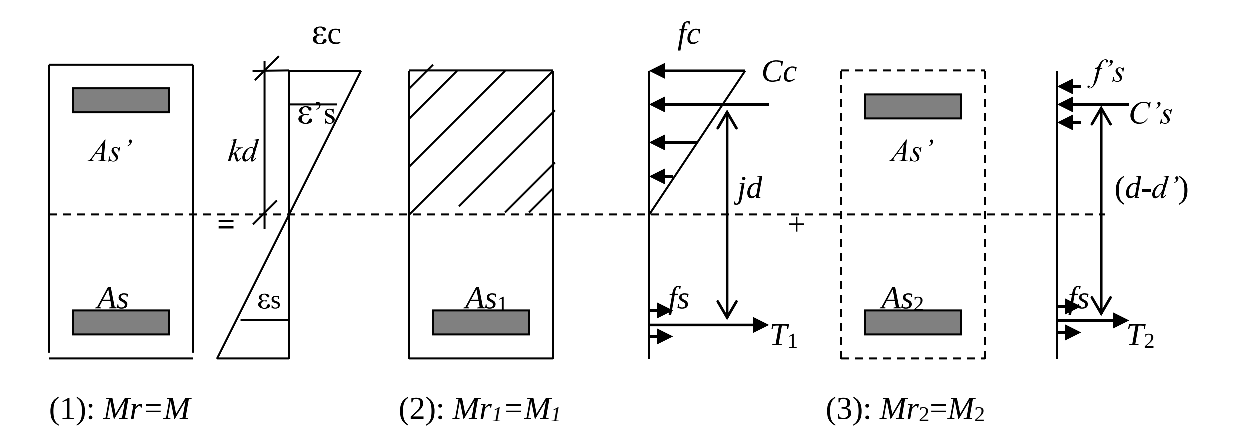
$\frac{k^2}{2} - n\frac{As}{bd} + nk\frac{As}{bd} = 0$; $\frac{As}{bd} = \rho$ = cuantía del acero en tracción.

$$\Rightarrow k^2 + 2\rho nk - 2\rho n = 0 \rightarrow k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n$$

El momento de inercia será: $It = b\frac{(kd)^3}{3} + nAs(d-kd)^2$

Cuando el momento máximo de trabajo de la sección (*Mr*) es menor que el momento de servicio actuante (*M*), se puede optar por aumentar las dimensiones de la sección, o de lo contrario puede utilizarse acero en compresión.

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.



(1): $Mr=M$ (2): $Mr_1=M_1$ (3): $Mr_2=M_2$

$$T_1 = As_1\, fs \quad , \quad Cc = fc\,\frac{kd}{2}b \quad , \quad T_2 = As_2\, fs \quad , \quad Cs = As'\, fs'$$

Llamemos M: Momento flector actuante a nivel de cargas de servicio.
Mr_1: Momento máximo resistente de una viga simplemente reforzada.

Entonces cuando $M > Mr_1$, el momento supera sus esfuerzos permisibles, será necesario agregar acero en compresión, aumentar el peralte, o mejorar el $f'c$ para que la sección resista el momento actuante.

$$Mr_1 = Kbd^2 \quad , \quad M = Mr_1 + M_2 \quad , \quad M_2 = M - Mr_1 \; ; \; Mr_1 = \frac{fckj}{2}bd^2 = M_1$$

$$Mr_1 = As_1\, fs.j.d = M_1 \Rightarrow \boxed{As_1 = \frac{M_1}{fs.j.d}}$$

$$Mr_2 = As_2\, fs(d-d') \Rightarrow \boxed{As_2 = \frac{M_2}{fs(d-d')}}$$

$$Mr_2 = As'\, fs'(d-d') \Rightarrow \boxed{As' = \frac{M_2}{fs'(d-d')}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{As = As_1 + As_2}$$

Calculo de $f's$: del diagrama de deformaciones tenemos:

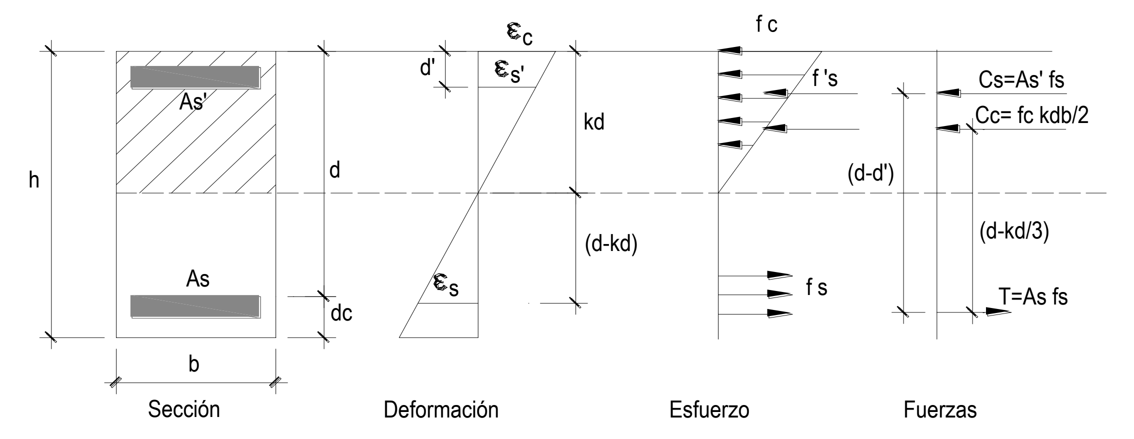
$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_s} = \frac{kd}{kd-d'} \cdots\cdots(1) \quad ; \quad \varepsilon_c = \frac{fc}{Ec} \quad , \quad \varepsilon'_s = \frac{fs'}{Es} \cdots\cdots(\alpha)$$

$$(\alpha)\, en\, (1): \quad fs' = fcEs\,\frac{(kd-d')}{Eckd} = n\,\frac{fc(kd-d)}{kd}$$

Para calcular el área de acero en compresión (As'), el valor de $n = \frac{Es}{Ec}(1+ct)$
donde ct = coeficiente del flujo plástico del concreto y se considera igual a uno.
Entonces $n = 2\,n$ (para el cálculo del acero en compresión).

$$\boxed{fs' = \frac{2nfc(kd-d')}{kd}} \leq \quad fs \;\; ; \text{Sí } f's > fs \text{ , usar } f's = fs \quad \rightarrow \quad As' = As_2$$

Cuando se trata de verificar o de trabajar con una sección pre-existente, para determinar la resistencia y los esfuerzos de una sección doblemente reforzada, el valor de k, será:



En el diagrama de fuerzas: Tomando momentos respecto a la fuerza de tracción tenemos:

$$Mr = Cc\left(d - \frac{kd}{3}\right) + Cs(d - d') = \frac{fckd}{2} b\left(d - \frac{kd}{3}\right) + As'\,fs'(d - d')$$

$$Mr = \frac{fckbd^2}{2}\left(1 - \frac{k}{3}\right) + As'\,fs'(d - d') \quad \Rightarrow \quad \boxed{Mr = \frac{fcjk}{2} bd^2 + As'\,fs'(d - d')}$$

Determinación de *k*, *fs* y *f's*

$$\varepsilon_c = \frac{fc}{Ec} \quad , \quad \varepsilon_s' = \frac{f's}{Es} \quad , \quad \varepsilon_s = \frac{fs}{Es} \quad , \quad n = \frac{Es}{Ec}$$

Del diagrama de deformaciones, por semejanza de triángulos, se tiene:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s'} = \frac{kd}{(kd - d')} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{fc}{Ec}}{\frac{f's}{Es}} = \frac{kd}{(kd - d')}\ ;\ resolviendo: \boxed{f's = nfc\,\frac{(kd - d')}{kd}}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{kd}{d - kd} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{fc}{Ec}}{\frac{fs}{Es}} = \frac{k}{(1 - k)}\ ;\ resolviendo: \boxed{fs = nfc\,\frac{(1 - k)}{k}}$$

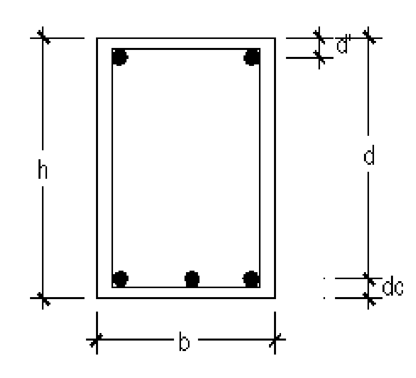
Del diagrama de fuerzas, por equilibrio tenemos: $Cs + Cc = T$

$$\frac{fckbd}{2} + As'\,f's = Asfs \quad ; \quad \rho' = \frac{As'}{bd}$$: Cuantía del acero en compresión

sustituyendo los esfuerzos y resolviendo la ecuación:

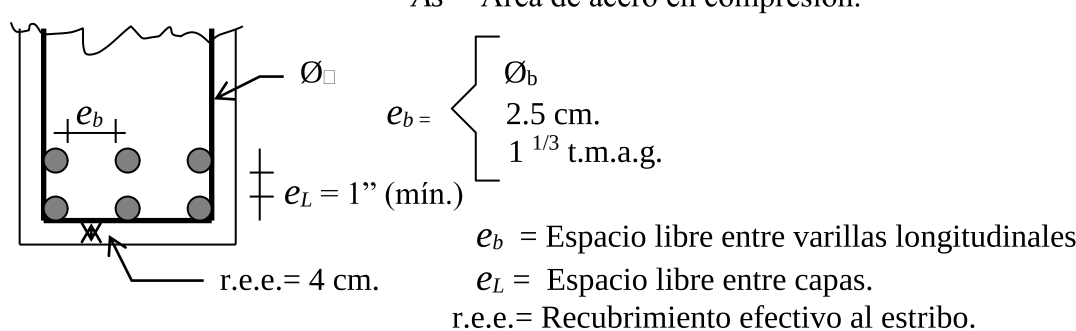
$$k = \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2n\left(\rho + \rho'\frac{d'}{d}\right)} - n(\rho + \rho')$$

Características de una sección rectangular de viga.



b= Ancho de la sección de la viga
h= Peralte total de la sección de la viga
d= Peralte efectivo, distancia del centroide del refuerzo en tracción a la cara más alejada en compresión.
dc= Distancia del centroide del refuerzo en tracción a la cara más alejada en tracción.
d'= Distancia del centroide del refuerzo en compresión a la cara más alejada en compresión.
As = Área de acero en tracción.





2.2.2. Problemas de verificación:

Problema N° 01 _Para la sección de viga que se muestra a continuación determinar los esfuerzos producidos por un momento M = 5 t-m.

60

3 Ø 1"

25 cm.

dc = 5 cm.

$f'c$ = 280 Kg/cm^2.

fy = 4200 Kg/cm^2.

$fr = 2\sqrt{fc'}$ (módulo de rotura)

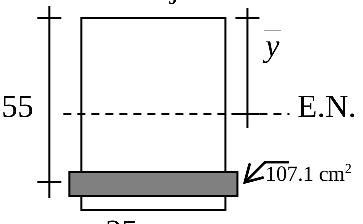
Solución

$$n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2\times10^6}{15000\sqrt{280}} = 7.97 \approx 8 \quad \Rightarrow \quad n = 8$$

Suponiendo que la sección esta sin agrietar:

$$(n-1)As = (8-1)\times15.30 = 107.1\,cm^2$$

Cálculo del eje neutro



$$\bar{y} = \frac{25\times60\times30+107.1\times55}{25\times60+107.1} = 31.67\ cm.$$

$$It = \frac{25\times60^3}{12} + (25\times60)(31.67-30)^2 + 107.1(55-31.67)^2$$

It = 512,476.69 cm^4

Esfuerzo de tracción: $fc_t = \frac{My}{It} = \frac{5\times10^5\times28.33}{512,476.69} = 27.64\ Kg/cm^2$

$$\Rightarrow fc_t = 27.64\,Kg/cm^2 \leq 2\sqrt{fc'} = 33.47\,Kg/cm^2$$

Por lo tanto la sección no esta **Agrietada**

Esfuerzos de compresión:

$$fc = \frac{My}{It} = \frac{5\times10^5\times31.67}{512,476.69} = 30.90\ Kg/cm^2 \leq\ fc' = 280\ Kg/cm^2$$

Esfuerzo de tracción en el acero:

$$fc_1 = \frac{My}{It} = \frac{5\times10^5\times23.33}{512,476.69} = 22.76\ Kg/cm^2$$

$$\Rightarrow \quad fs = nfc_1 = 8\times22.76 = 182.08\ Kg/cm^2$$

Problem a N° 02 Para la sección de la viga del ejemplo anterior, el momento se incrementa a M = 12 t-m. Encontrar los esfuerzos máximos de compresión en el concreto y de tracción en el acero, así como el momento de inercia.

Solución

M = 12 t-m $f'c$ = 280 Kg/cm^2., b = 25 cm.
It = 512,476.69 cm^4 (sin agrietar) fy = 4200 Kg/cm^2. h = 60 cm.
fr = 33.47 Kg/cm^2. d = 55 cm.
Suponiendo que la sección no esta agrietada:

$$fc_t \frac{My}{I} = \frac{12\times10^5\times28.33}{512{,}476.69} = 66.34\ Kg/cm^2 \geq 33.47\ Kg/cm^2$$

$$\therefore la\ \text{sec}ción\ esta\ agrietada$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n$$

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{15.30}{25\times55} = 0.0111 \Rightarrow k = \sqrt{(0.0111\times8)^2 + 2\times0.0111\times8} - 0.0111\times8$$

$$\Rightarrow k = 0.342 \qquad y \qquad j = 1-\frac{k}{3} = 1-\frac{0.342}{3} = 0.886 \quad\rightarrow\quad j = 0.886$$

Esfuerzo máximo de compresión:

$$M = Cjd = \left(fc\frac{kd}{2}b\right)jd \quad\Rightarrow\quad fc = \frac{2M}{kjbd^2} = \frac{2\times12\times10^5}{0.342\times0.886\times25\times55^2}$$

$$fc = 104.73\ Kg/cm^2 \quad\leq\quad fc_{adm.}$$

Esfuerzo de tracción:

$$M = Asfsjd \quad\Rightarrow\quad fs = \frac{M}{Asjd} = \frac{12\times10^5}{15.30\times0.886\times55} = 1609.51\ Kg/cm^2$$

$$fs = 1609.51\ Kg/cm^2 \quad\leq\quad fs_{adm.}$$

Momento de inercia de la sección agrietada.

$$It = b\frac{(kd)^3}{3} + As.n(d-kd)^2 = 25\frac{(0.342\times55)^3}{3} + 8\times15.30(55-0.342\times55)^2$$

$$It = 215{,}769.92\ cm^4$$

Problema N° 03 Para la viga que se muestra a continuación, determinar los esfuerzos máximos en el concreto y en el acero, si $f'c$ = 210 Kg/cm^2. y fy = 4200 Kg/cm^2, la carga incluye el peso propio de la viga.

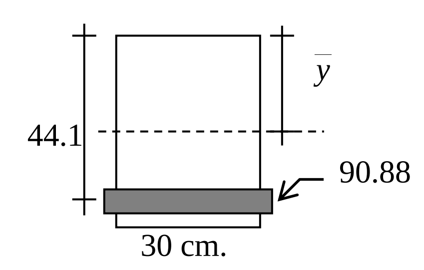
w = 2.2 t/m
4.50 m.
50
30 cm.
4 Ø ¾"
Estribos Ø 3/8"
As = 4 Ø ¾" = 11.36 cm^2
r.e.e = 4 cm.

Solución

$$dc = r.e.e. + Ø_{est} + \frac{Ø_L}{2} = 4.0 + 0.95 + \frac{1.91}{2} = 5.90 \rightarrow dc = 5.90$$

$d = h - dc$ = 50-5.9 =44.1 $\rightarrow$ d = 44.10 cm.

$$n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2\times10^6}{15000\sqrt{210}} = 9.2 \approx 9 \quad \Rightarrow \quad n = 9$$



Suponiendo que la sección esta sin agrietar
(n-1) As = (9-1) 11.36 = 90.88 cm^2

Calculo del eje neutro

$$\bar{y} = \frac{30\times50\times25+90.88\times44.1}{30\times50+90.88} = 26.09\ cm. \quad \Rightarrow \bar{y} = 26.09\ cm.$$

$$It = \frac{30\times50^3}{12} + (30\times50)(26.09-25)^2 + 90.88(44.1-26.09)^2$$

$$It = 343{,}760.00 \text{ cm}^4$$

Esfuerzo de tracción: $fc_t = \frac{My}{I_t} = \frac{M\times23.91}{343{,}760.00}$, $M = \frac{wl^2}{8} = \frac{2.2+4.5^2}{8} = 5.57\ t-.m.$

$$\Rightarrow fc_t = \frac{5.57\times10^5\times23.91}{343{,}760.00} = 38.74\ Kg/cm^2, \quad fr = 2\sqrt{fc'} = 2\sqrt{210} = 28.98\ Kg/cm^2$$

fc_t = 38.74 Kg./cm^2. > fr = 28.98 Kg./cm^2. → La sección esta agrietada.

$$\Rightarrow k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n$$

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{11.36}{30\times44.1} = 0.0086 \quad \Rightarrow \quad k = \sqrt{(0.0086\times9)^2 + 2\times0.0086\times9} - 0.0086\times9$$

$$k = 0.324 \quad , \quad j = 1-\frac{k}{3} = 1-\frac{0.324}{3} = 0.892 \quad \rightarrow \quad j = 0.892$$

$$fc = \frac{2M}{kjbd^2} = \frac{2\times5.57\times10^5}{0.324\times0.892\times30\times44.1^2} \Rightarrow fc = 66.06\ Kg/cm^2$$

$$fs = \frac{M}{Asjd} = \frac{5.57\times10^5}{11.36\times0.892\times44.10} = 1246.44 \Rightarrow fs = 1246.44\ Kg/cm^2$$

Problema N° 04: Para la viga del ejemplo anterior, calcular el momento máximo permisible.

As = 11.36 cm^2.	$f'c$ = 210 Kg./cm^2.	b = 30 cm.	k = 0.324
d = 44.10 cm.	fy = 4200 Kg./cm^2.	h = 50 cm.	j = 0.892

Solución

fc_{adm} = 0.45 $f'c$ = 94.5 Kg./cm^2.
fs_{adm} = 0.50 fy = 2100 Kg./cm^2.

$$Mc = \frac{fc_{adm}\times kj}{2}bd^2 = \frac{94.5\times0.324\times0.892}{2}30\times49.10^2 = 7.97\ t-m.$$

$$Mt = Asfs_{adm}jd = 11.36\times2100\times0.892\times44.10 = 9.38\ t-m.$$

$M_{permisible}$ = 7.97 t - m.

Problema N° 05.- Una viga de concreto doblemente reforzada, tiene una sección transversal rectangular de b = 40 cm. y h = 80 cm. Calcular los esfuerzos en el concreto y en el acero cuando actúa un momento de M = 25 t-m.

3 Ø 1”

80

5 Ø 1”

40 cm.

$f'c$ = 210 Kg/cm^2
fy = 4200 Kg/cm^2.
Estribos= Ø 3/8”
As = 5 Ø 1” (25.50 cm^2)
As' = 3 Ø 1” (15.30 cm^2)
r.e.e. = 4.0 cm

Solución

$n = \frac{Es}{Ec}(1+Ct)$, $Ct = 0$ Al momento del desencofrado.

$Ct = 1$ Después de 5 años.

Para nuestro ejemplo de verificación $Ct = 0$, ya que el flujo plástico se manifiesta a largo plazo.

$$k = \sqrt{(\rho+\rho')^2 n^2 + 2n\left(\rho+\rho'\frac{d'}{d}\right)} - n(\rho+\rho') \; ; \; dc = 4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} = 6.22\ cm.$$

d = 80-6.22 = 73.78 cm. d' = 6.22 cm. $n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2\times10^5}{15000\sqrt{210}} = 9.2 \approx 9 \Rightarrow n = 9$

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{25.50}{40\times73.78} = 0.0086$$

$$\rho' = \frac{As'}{bd} = \frac{15.30}{40\times73.78} = 0.0052$$

$$k = \sqrt{(0.0086+0.0052')^2 9^2 + 2\times9\left(0.0086+0.0052\frac{6.22}{73.78}\right)} - 9(0.0086+0.0052)$$

$$k = 0.298 \Rightarrow j = 1-\frac{k}{3} = 1-\frac{0.298}{3} = 0.901 \rightarrow j = 0.901$$

kd = 0.298 x 73.78 = 21.99 cm. , $Mc = \frac{fcjk}{2}bd^2 + As'\ fs'(d-d') = M_{actuante}$

$$Mc = \frac{fc\times0.298\times0.901}{2}40\times73.78^2 + 15.30\,fs'(73.78-6.22) = 25\times10^5$$

$$Mc = 29{,}231.31\,fc + 1{,}033.67\,fs' = 25\times10^5 ....(1)$$

Sabe que: $fs' = \frac{nfc(kd-d')}{kd} = 9\times fc\frac{(21.99-6.22)}{21.99} = 6.45\ fc \Rightarrow$ $f's$ = 6.45 fc ..... (2)

(2) en (1):

29,231.31 fc + 1,033.67 x 6.45 fc = 25 x 10^5 $\Rightarrow$ fc = 69.64 Kg./cm^2. < $fc_{adm.}$

$f's$ = 6.45 fc = 6.45 x 69.64 = 449.18 Kg./cm^2. $\Rightarrow$ $f's$ = 449.18 Kg./cm^2. < $fs_{adm.}$.

$$fs = \frac{nfc(1-k)}{k} = 9\times69.64\frac{(1-0.298)}{0.298} = 1476.46\ Kg./cm^2$$

fs = 1476.46 Kg./cm^2. < $fs_{adm.}$.

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.

Comprobación: La fuerza de compresión ≈ Fuerza de tracción.

$T = As.fs =$ 25.50 x 1476.46 = 37.65 tn.

$$Cc = \frac{fckd}{2}b = \frac{69.64 \times 0.298 \times 73.78}{2} \times 40 = 30.62\ tn.$$

$$Cs = As'\ fs' = 15.30 \times 449.18 = 6.87\ tn.$$

C = 37.49 tn.

C = 37.49 tn ≈ T = 37.65 tn ...... OK.

Problema N° 06.- En el problema anterior (prob. 05), calcular el momento máximo que puede tomar la viga para que el esfuerzo en el concreto sea igual a fc = 94.5 Kg./cm^2. y que esfuerzo se generan en los aceros.

Solución

ρ = 0.0086, ρ' = 0.0052, n = 9, k = 0.298, j = 0.901

Cálculo de los esfuerzos:

$$fs = \frac{nfc(1-k)}{k} = 9 \times 94.5 \frac{(1-0.298)}{0.298} = 2003.53\ Kg./cm^2$$

fs = 2003.53 Kg./cm^2. < fs_{adm}.

$$fs' = \frac{nfc(kd-d')}{kd} = 9 \times 94.5 \frac{(21.99-6.22)}{21.99} = 609.93\ Kg./cm^2$$

fs' = 609.93 Kg./cm^2. < fs'_{adm}.

Cálculo del momento:

$$Mc = \frac{fcjk}{2}bd^2 + As'\ fs'(d-d')$$

$$M = \frac{94.5 \times 0.298 \times 0.901}{2} 40 \times 73.78^2 + 15.30 \times 609.93\ (73.78 - 6.22)$$

$$M \max = 33.93\ t - m.$$

2.2.3. Problemas de diseño.

Problema N° 01.- Diseñar el área de acero para una sección de b = 25 cm., h = 50 cm., $f'c$ = 280 Kg./cm^2., fy = 4200 Kg./cm^2.; cuando actúa un momento M = 8.5 t-m., la sección será simplemente reforzada.

Solución

Esfuerzos admisibles:

$fc_{adm} = 0.45 f'c$ = 126 Kg./cm^2.

$fs_{adm} = 0.50 fy$ = 2100 Kg./cm^2.

$$n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2 \times 10^5}{15000\sqrt{280}} = 7.97 \approx 8 \quad \Rightarrow \quad n = 8,$$

$$k = \frac{1}{1+\frac{fs}{nfc}} = \frac{1}{1+\frac{2100}{8 \times 126}} = 0.324$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.324}{3} = 0.892 \quad \Rightarrow \quad j = 0.892$$

Considerando Ø = 1" y estrib = Ø 3/8", tenemos:

$$dc = r.e.e + \phi estrib + \frac{\phi_L}{2} = 4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} = 6.22 \quad \Rightarrow \quad d = 43.78\ cm.$$

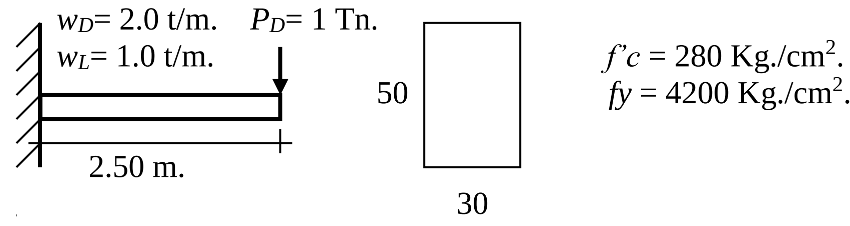
$$Mr = \frac{fcjk}{2}bd^2 = \frac{126 \times 0.324 \times 0.892}{2} 25 \times 43.78^2 = 8.72\ t-m.$$

Mr = 8.72 t-m. > M = 8.5 t-m. → Es una sección simplemente reforzada.

$$\therefore \quad As = \frac{M}{fsjd} = \frac{8.5 \times 10^5}{2100 \times 0.892 \times 43.78} = 10.36\ cm^2$$

As = 10.36 cm². <> 2 Ø 3/4" + 1 Ø 1" (10.78 cm²)

Problema N° 02.- Para la viga en voladizo, que se muestra a continuación, diseñar el área de acero; para que la sección sea simplemente reforzada.



$f'c$ = 280 Kg./cm².
fy = 4200 Kg./cm².

Solución

$$M = \frac{wl^2}{2} + Pl = \frac{3 \times 2.5^2}{2} + 1.0 \times 2.5 = 11.88\ t.m.$$

fc_{adm} = 0.45 $f'c$ = 126 Kg./cm².
fs_{adm} = 0.50 fy = 2100 Kg./cm².

$$dc = r.e.e + \phi estrib + \frac{\phi_L}{2} = 4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} = 6.22$$ para $Ø_L$ = 1" , Estrib= Ø3/8"

si dc = 6.22 cm. → d = 43.78 cm.

$$n = 8; \ k = \frac{nfc}{nfc + fs} = \frac{8 \times 126}{8 \times 126 + 2100} = 0.324 \quad \Rightarrow \quad k = 0.324 \quad y \quad j = 0.892$$

$$Mr = \frac{fcjk}{2}bd^2 = \frac{126 \times 0.324 \times 0.892}{2} 30 \times 43.78^2 = 10.47\ t-m.$$

Mr = 10.47 t-m. < M = 11.88 t-m. ; como hay que diseñar una sección simplemente reforzada, entonces aumentamos el peralte de la sección.

$$Mr = \frac{fcjk}{2}bd^2 = M \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{2M}{fckjb}} = \sqrt{\frac{2 \times 11.88 \times 10^5}{126 \times 0.324 \times 0.892 \times 30}}$$

d = 46.64 cm. → $h = d + dc$ = 46.64 + 6.22 = 52.86 cm → h = 55 cm.
d = 48.78 cm.

$$\therefore \quad As = \frac{M}{fsjd} = \frac{11.88 \times 10^5}{2100 \times 0.892 \times 48.78} = 13.00\ cm^2$$

As = 13.00 cm². <> 2 Ø 1" + 1 Ø 3/4" (13.04 cm²)

b x h = 30 x 55 cm.

Problema N° 03.- Diseñar el área de acero necesario, para la siguiente sección de viga.

80 (alto) × 35 (ancho)

M = 30 t-m.
$f'c$ = 210 Kg. /cm^2.
fy = 4200 Kg. /cm^2.

Solución

$fc_{adm} = 0.45 f'c = 94.5$ Kg./cm^2.

$fs_{adm} = 0.50\, fy = 2100$ Kg./cm^2. ; $n = \dfrac{Es}{Ec} = 9.2 \quad \Rightarrow \quad n = 9$

$$k = \frac{nfc}{nfc + fs} = \frac{9 \times 94.5}{9 \times 94.5 + 2100} = 0.288, \quad j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.288}{3} = 0.904 \quad \Rightarrow \quad j = 0.904$$

$Mr = \dfrac{fcjk}{2} bd^2$; Considerando Ø$_L$ =1", Estribos = Ø3/8" → dc = 6.22cm., d = 73.78 cm.

$$Mr = \frac{fcjk}{2} bd^2 = \frac{94.5 \times 0.288 \times 0.904}{2} 35 \times 73.78^2 = 23.44\ t-m.$$

Mr = 23.44 t-m. < M = 30t-m., Entonces hay que diseñar una sección doblemente reforzada.

$Mr_2 = M_2 = M - Mr_1 = 30 - 23.44 = 6.56$ t-m. → $M_2 = 6.56$ t-m.

$$\therefore \quad As_1 = \frac{M_1}{fsjd} = \frac{23.44 \times 10^5}{2100 \times 0.904 \times 73.78} = 16.74\ cm^2 \quad \Rightarrow As_1 = 16.74\ cm^2$$

$As_2 = \dfrac{M_2}{fs(d - d')}$; considerando d' = 6.22 cm. para: Ø$_L$ = 1" y Øestrib= 3/8"

$$As_2 = \frac{6.25 \times 10^5}{2100 \times (73.78 - 6.22)} = 4.62\ cm^2 \quad \Rightarrow As_2 = 4.62\ cm^2$$

$$fs' = \frac{2nfc(kd - d')}{kd} = 2 \times 9 \times 94.5 \frac{(0.288 \times 73.78 - 6.22)}{0.288 \times 73.78} = 1203.08\ Kg./cm^2$$

$$As' = \frac{M_2}{fs'(d - d')} = \frac{6.56 \times 10^5}{1203.08 \times (73.78 - 6.22)} = 8.07\ cm^2 \quad \Rightarrow As' = 8.07\ cm^2$$

$$\therefore \quad As = As_1 + As_2 = 16.74 + 4.62 = 21.36\ cm^2.$$

As = 21.36 cm^2.	<>	3 Ø 1" + 2 Ø 3/4" (20.98 cm^2)
As'= 8.07 cm^2.	<>	3 Ø 3/4" (8.52 cm^2)

2.3. MÉTODO PLASTICO, DE ROTURA O RESISTENCIA ÚLTIMA.

2.3.1. Enunciado general.

Esta claro que cuando un elemento de concreto armado va ha colapsar o esta cerca de ella, los esfuerzos dejan de ser proporcionales a las deformaciones unitarias. Si la distribución de los esfuerzos de compresión del concreto en la carga última o cerca de ella, tuviera una forma bien definida e invariable, parabólica, trapezoidal u otra, sería

posible desarrollar una teoría racional y directa para la resistencia última a flexión, al igual que la teoría elástica con su forma triangular de distribución de esfuerzos.

Supongamos que la distribución de los esfuerzos y deformaciones unitarias internas cuando la viga esta próximo a la falla; es lo que se muestra en la (fig. II-3)

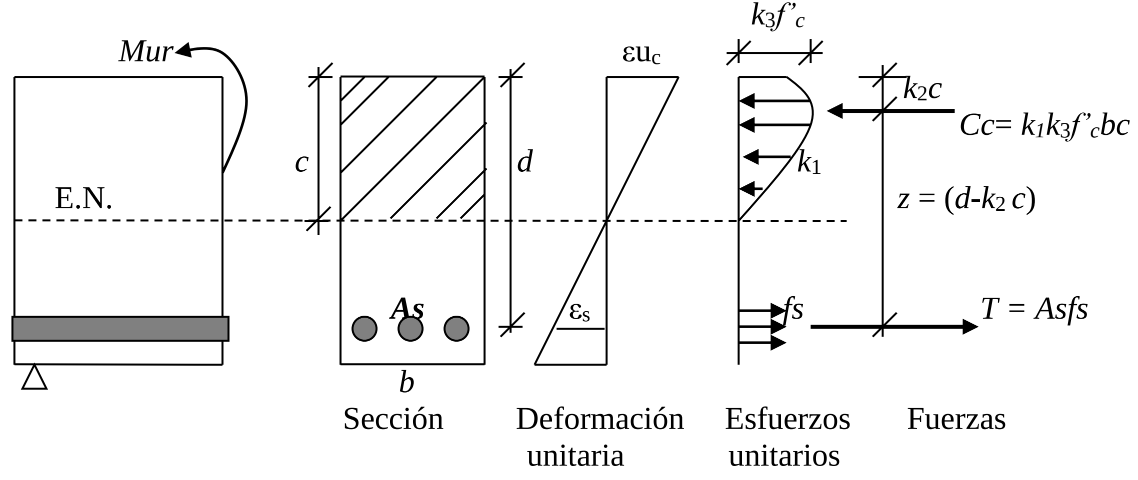


Fig. (II-3)

Para calcular el *Mur* o *Mn* (momento último nominal), se desea disponer de un método para el cual la viga fallara bien sea por fluencia del acero sometido a tensión o por aplastamiento del concreto en la fibra extrema a compresión.

Se puede definir las propiedades del bloque de esfuerzos a compresión en el concreto, mediante los parámetros k_1, k_2 , k_3 , así tenemos que la fuerza total a compresión en el concreto será(16): $Cc = k_1 k_3 f'_c\, bc$,

donde: $k_1 k_3 f'c$= esfuerzo promedio., $k_1 k_3$ = factor de esfuerzo medio,
k_1 = coeficiente que le da la forma., k_2 = factor de profundidad del E.N.

En realidad no se conoce un criterio exacto para la falla del concreto a compresión, pero que se han medido deformaciones unitarias para vigas rectangulares del orden de 0.003 a 0.004 justo antes de la falla.

Si se asume conservadoramente que el concreto esta a punto de fallar cuando la fibra extrema a compresión del concreto alcanza la máxima deformación unitaria ε_{uc}=0.003, la comparación con una gran cantidad de ensayos sobre vigas y columnas de una variedad considerable de formas y condiciones de carga demuestra que puede realizarse una predicción suficientemente precisa y segura de la resistencia última.

En realidad no es necesario conocer la forma exacta de la distribución de esfuerzos en el concreto, lo que si es imprescindible conocer para determinada distancia *c* del eje neutro es(17):

1. La fuerza resultante total a compresión del concreto *C*.
2. Su localización vertical, es decir, su distancia desde la fibra extrema a compresión.

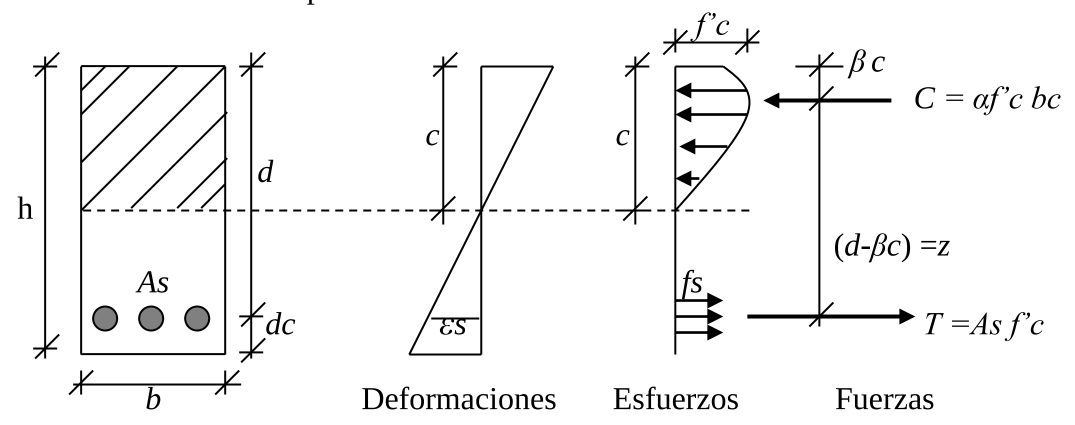
Para una viga rectangular el área que esta en compresión es *bc* y la fuerza total que esta en compresión en esta área puede expresarse como $C = f_{av}\, bc$; donde f_{av} es el esfuerzo promedio a compresión sobre el área de *bc*. Evidentemente, el esfuerzo promedio a

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.
(17) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto .pág.71.

compresión que puede desarrollarse antes de que ocurra la falla resulta tanto mayor en cuanto sea mayor la resistencia del cilindro *f'c* del concreto en particular.

Sea: $k_1 k_3 = \alpha = \dfrac{fav}{fc'} \Rightarrow C = \alpha\ fc' bc$; $k_2 = \beta$

Para una distancia dada ***c*** al eje neutro, la ubicación de *C* puede definirse como una fracción de β de esta distancia. Entonces, para un concreto con determinada resistencia es necesario conocer solo α y β con el fin de definir completamente el efecto de los esfuerzos de compresión en el concreto.



De ensayos de laboratorio se determino α y β , así:

***α* = 0.72** para *f´c* ≤ 280 Kg./cm² y disminuye en 0.04 por cada 70 Kg. /cm² por encima de los 280 Kg./cm²; para *f'c* > 560 Kg./cm², α =0.56.
***β* = 0.425** para *f'c* ≤ 280 Kg./cm² y disminuye en 0.025 por cada 70 Kg./cm² por encima de los 280 Kg./cm² ; para *f'c* >560 Kg./cm² , β = 0.325.

La disminución de α y β para concretos de altas resistencia se relaciona con el hecho de que estos concretos son más frágiles, es decir, presentan un curva esfuerzo-deformación unitaria con curvatura más pronunciada y con una menor porción casi horizontal; tal como se aprecia en la figura. (II-4).

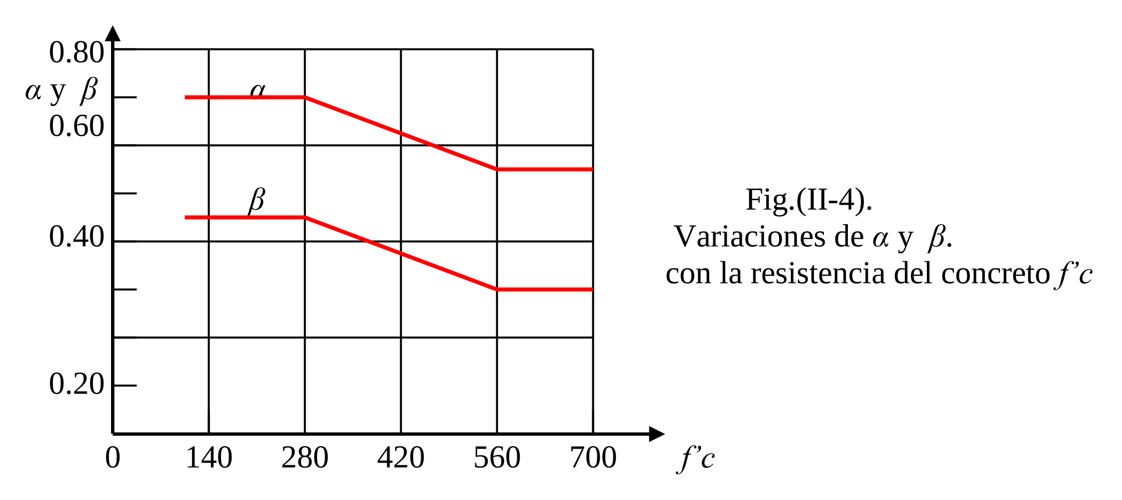


Fig.(II-4).
Variaciones de α y β.
con la resistencia del concreto *f'c*

Si se acepta esta info.|mación experimental, la resistencia última puede calcularse apartir de las leyes de equilibrio y basándose en la hipótesis de que las secciones transversales planas siguen siéndolo. El equilibrio exige que:

$C = T$ ó $\alpha f'c\ b\ c = As\,fs$

Entonces el momento flector, con el par conformado por las fuerzas *C* y *T*, puede escribirse como:

$$Mn = Tz = As\ fs\ (d\text{-}\beta c).$$
$$Mn = Cz = \alpha f'c\ bc\ (d\text{-}\ \beta c).$$

2.3.2. Diagrama equivalente de esfuerzos.

La distribución de esfuerzos en compresión del concreto, puede sustituirse por otra ficticia con determinada forma geométrica simple, siempre y cuando esta distribución ficticia produzca la misma fuerza total de compresión ***C*** aplicada en la misma ubicación que en el elemento real cuando está próximo a romperse.

Históricamente, investigadores de varios países han propuesto una cantidad simplificada de distribución ficticias de esfuerzos equivalentes. La distribución de esfuerzos ampliamente aceptada en los Estados Unidos, y cada vez más en otros países, fue propuesta inicialmente por C. S. Whitney y después fue desarrollada y revisada de modo experimental por otros investigadores[18] .

El investigador Whitney a propuesto reemplazar la distribución real del ploque de esfuerzos de compresión del concreto que tiene la forma de una parábola creciente, por un bloque rectangular equivalente, como medida de simplificación para obtener la resistencia a la flexión. Este rectángulo tiene una profundidad de "*a*" y una resistencia promedio a la compresión de 0.85 *f'c*, el valor de "*a*" es función de *c*, es decir $a = \beta_1 c$, donde β_1, tiene el siguiente valor.

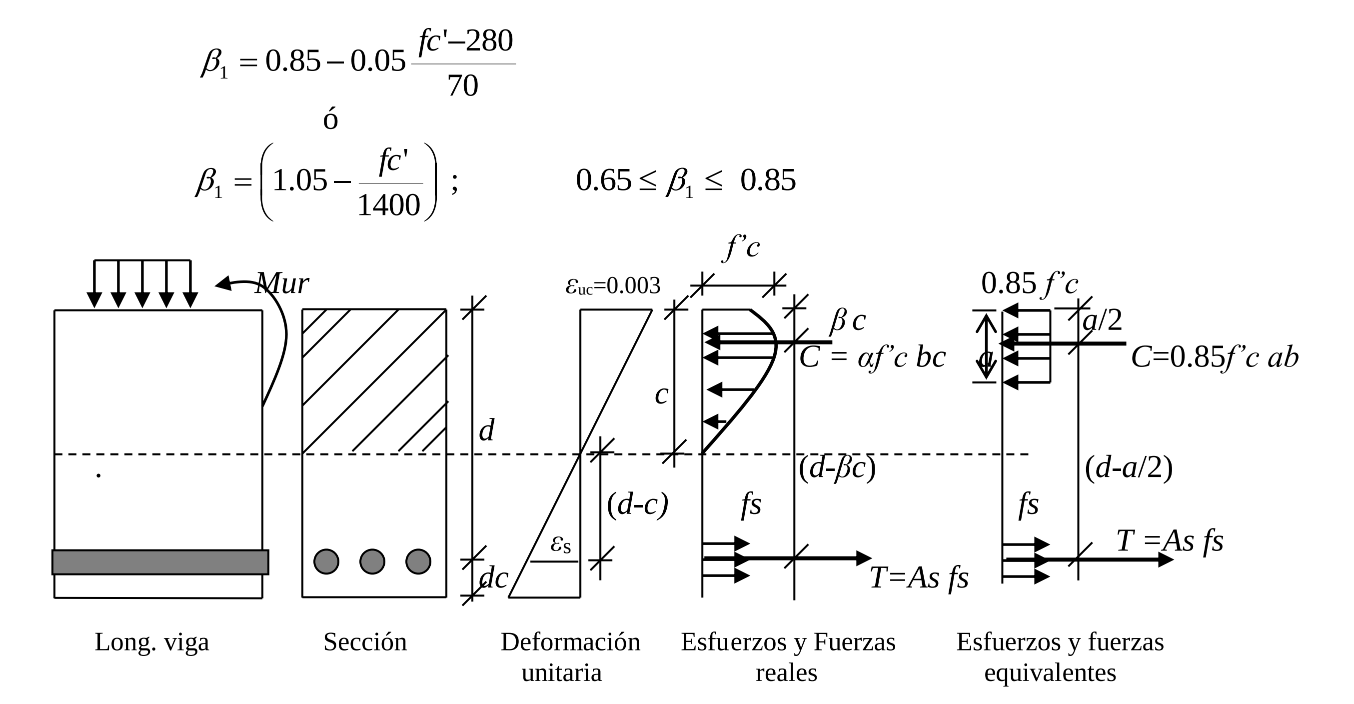
β_1 = 0.85 para $f'c \leq 280$ Kg./cm^2. y disminuye en 0.05 por cada 70 Kg./cm^2. por encima de los 280 Kg./cm^2., pero β_1 no debe ser menor que 0.65

En términos matemáticos, la relación entre β_1 y $f'c$ puede expresarse como:

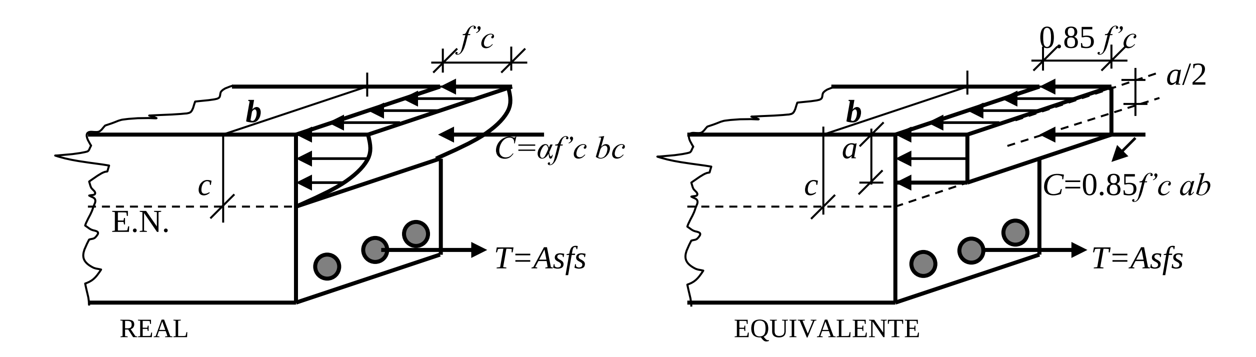
$$\beta_1 = 0.85 - 0.05\,\frac{fc' - 280}{70}$$

ó

$$\beta_1 = \left(1.05 - \frac{fc'}{1400}\right)\ ; \qquad 0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85$$

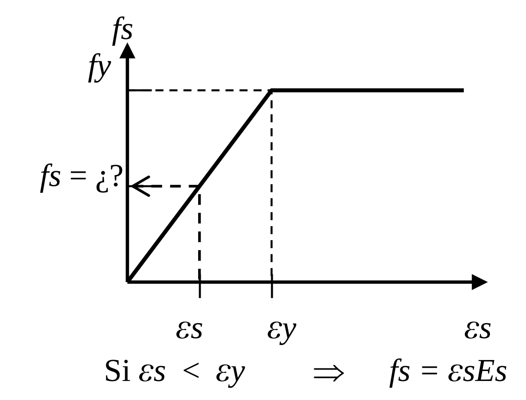


(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.
(17) NILSON,Arthur H.Diseño de estructuras de concreto .pág.71.

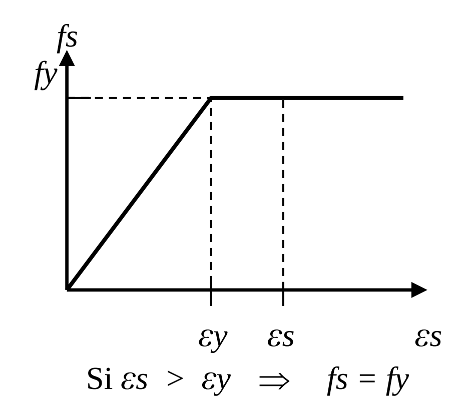


2.3.3. Hipótesis básicas de diseño.

1. Las deformaciones unitarias en el concreto y en el acero son proporcionales a su distancia al eje neutro de la sección excepto para vigas de gran peralte, para los cuales se asumirá una distribución no lineal de deformaciones.
2. La resistencia a la tensión del concreto es despreciada, excepto cuando se trata de concreto pre ó post-tensado.
3. El esfuerzo en el acero antes de alcanzar la fluencia es igual al producto de su módulo de elasticidad por su deformación unitaria. Para deformaciones mayores a la de fluencia, el esfuerzo en el refuerzo será independiente de la deformación e igual a *fy*. Esta hipótesis refleja el modelo elasto-plástico de la curva esfuerzo-deformación del acero que asume el código del ACI.



Si $\varepsilon s < \varepsilon y \Rightarrow fs = \varepsilon s Es$



Si $\varepsilon s > \varepsilon y \Rightarrow fs = fy$

4. El diagrama real de esfuerzos en compresión del concreto, se le reemplaza por el diagrama equivalente de esfuerzos de forma rectangular, propuesto por Whitney.
5. El concreto falla al alcanzar una deformación última de 0.003
6. Cuando el *fy* especificado es mayor de 4200 Kg./cm^2., entonces debe diseñarse para un *fy* hipotético equivalente al 85% veces el *fy* especificado o 4200 Kg./cm^2.; de ambos escoger el mayor .

Nota: Se considera viga de gran peralte aquella cuya relación peralte/luz libre es mayor que 2/5,para vigas continuas, y que 4/5,para vigas simplemente apoyadas.

2.4. TIPOS DE FALLA DE LOS ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN[(19)].

Los elementos sometidos a flexión casi siempre fallan por compresión del concreto, sin embargo el concreto puede fallar antes o después que el acero fluya. la naturaleza de la falla es determinada por la cuantía de refuerzos y es de tres tipos.

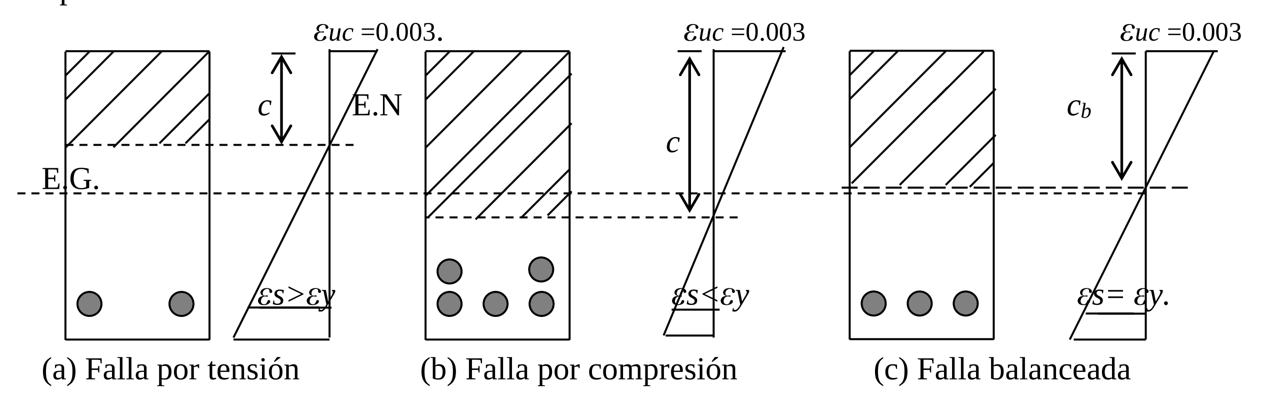
(20) NILSON Arthur H..Diseño de estructuras de concreto.pág.12.

1. **Falla por tensión:** Se conoce como falla dúctil y sucede cuando el acero en tracción a llegado primero a su estado de fluencia antes que el concreto inicie su aplastamiento en el extremo comprimido; o sea cuando en la falla $\varepsilon s > \varepsilon y$. se aprecian grandes deflexiones y fisuras antes del colapso lo cual alerta a los usuarios acerca del peligro inminente. Estas secciones son llamadas también sub.-reforzadas ó bajo armadas.

2. **Falla por compresión:** Se lo conoce como falla FRAGIL, sucede si primeramente se inicia el aplastamiento del concreto antes que el inicio de la fluencia del acero en tracción, es decir cuando en la falla $\varepsilon s < \varepsilon y$. estas secciones son llamadas **sobre reforzados**.
   La resistencia de una sección sobre – reforzada es mayor que la de otra sub.-reforzada de dimensiones similares. Sin embargo la primera no tiene comportamiento **dúctil** y el tipo de colapso no es conveniente. En el diseño se evita este tipo de falla.

3. **Falla balanceada:** Se produce cuando el concreto alcanza la deformación unitaria ultima de 0.003 simultáneamente al inicio de la fluencia del acero, o sea cuando en la falla $\varepsilon s = \varepsilon y$.

A continuación, se muestra la distribución de deformación para cada uno de los tres tipos de falla.



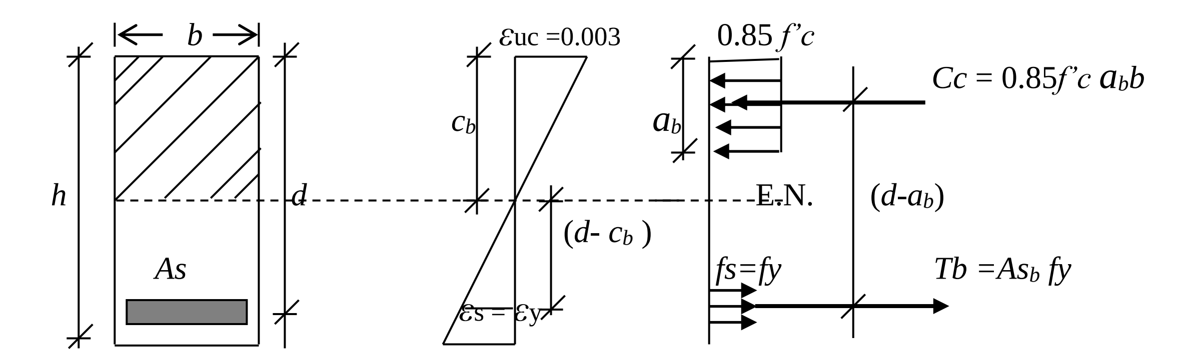
(a) Falla por tensión (b) Falla por compresión (c) Falla balanceada

2.5- ANÁLISIS DE SECCIONES RECTANGULARES CON ACERO EN TRACCIÓN .

Para la determinación del momento resistente de una sección, es preciso verificar, inicialmente, si el refuerzo alcanza o no el esfuerzo de fluencia. Dependiendo de la situación que se presente, se siguen procedimientos diferentes. La formulación usada en ambos casos es la misma. La única diferencia entre ellos es que en el primero el esfuerzo en el acero se conoce y es igual a *fy*, mientras que en el segundo es una incógnita.

2.5.1. Determinación de la cuantía balanceada.

Determinemos el valor de la cuantía para la cual la sección se encuentra en la falla balanceada. Esto sucede cuando se inicia la fluencia del acero y el aplastamiento del concreto, es decir cuando el concreto desarrolla su esfuerzo máximo a la compresión 0.85 *f'c* y el acero alcanzo el inicio de su fluencia *fy*.



Donde: c_b: distancia del eje neutro a la fibra extrema en compresión en una sección con cuantía balanceada. En adelante los parámetros que tenga el subíndice b estarán referidos a la condición particular de cuantía balanceada

εy: Deformación unitaria de fluencia:

Del diagrama de deformación se tiene:

$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{\varepsilon_y}{d-c_b} = \frac{\frac{fy}{Es}}{d-c_b}$$; Despejando c_b:
$$\begin{cases} c_b = \dfrac{0.003\, d\ Es}{fy + 0.003\ Es} = \dfrac{0.003d \times 2\times 10^6}{fy + 0.003\times 2\times 10^6} \\ \Rightarrow \boxed{c_b = \dfrac{6000\, d}{fy + 6000}} \end{cases}$$

Del diagrama de esfuerzos, por equilibrio tenemos:

$T_b = C_b \rightarrow As_b\, fy = 0.85\, f'c\ a_b\ b$, $a_b = \beta_1\, c_b$

$$\rho_b bdfy = 0.85\, fc'\beta_1 \left(\frac{6000d}{fy+6000} \right) \times b \quad \Rightarrow \boxed{\rho_b = \frac{0.085\, fc'\beta_1 6000}{fy(fy+6000)}},$$

Esta formula nos permitirá lo siguiente:

Si: $\rho < \rho_b$, Falla por fluencia del acero ($\varepsilon s > \varepsilon y \Rightarrow fs = fy$). Es una sección sub-reforzada o bajo armada.

$\rho = \rho_b$, Falla balanceada ($\varepsilon uc = 0.003$, $\varepsilon s = \varepsilon y$). Es una sección balanceada.

$\rho > \rho_b$, Falla por compresión del concreto ($\varepsilon uc = 0.003$, $\varepsilon s < \varepsilon y \Rightarrow fs < fy$). Es una sección sobre armada.

Tomando momento con respecto a una de las fuerzas, en la figura anterior, tenemos:

$$Mn_b = T_b \left(d - \frac{ab}{2} \right) \quad ; \quad \sum Fx = 0 \ : \ C = T \ \rightarrow \ 0.85\, fc' a_b b = \rho_b bdfy$$

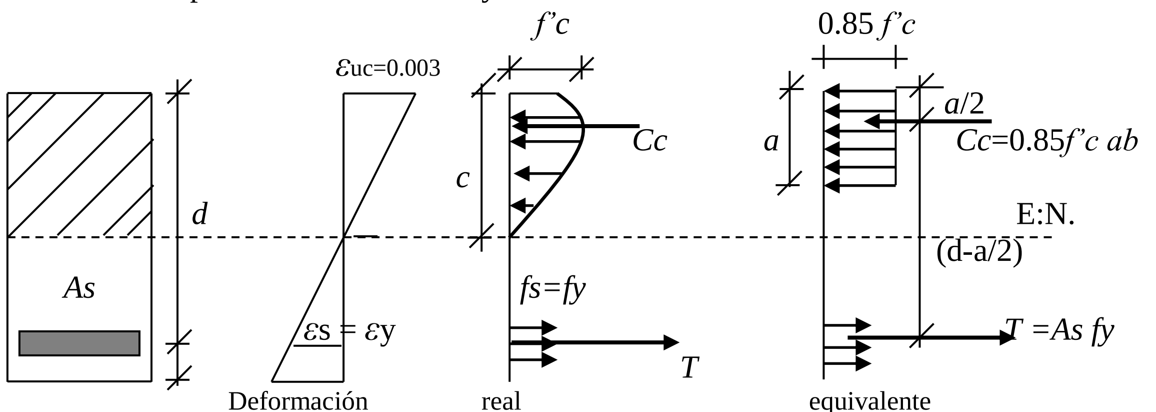
$$\boxed{Mn_b = As_b\, fy \left(d - \frac{a_b}{2} \right)} \cdots\cdots(1) \qquad \boxed{a_b = \frac{\rho_b dfy}{0.85\, fc'}} \cdots\cdots(\alpha)$$

$$(\alpha)\ en\ (1):\ Mn_b = \rho_b bdfy \left(d - \frac{\rho_b bfy}{2\times 0.85\, fc'} \right) \quad \Rightarrow \quad Mn_b = \rho_b\, fybd^2 \left(1 - \frac{\rho_b\, fy}{1.7\, fc'} \right)$$

$$\boxed{Mn_b = \rho_b\, fybd^2 (1 - 0.59 w_b)}$$ Donde: $w_b = \dfrac{\rho_b\, fy}{fc'}$

2.5.2. Análisis de una sección con comportamiento dúctil.

Se presenta cuando $\varepsilon s > \varepsilon y$



Haciendo el equilibrio de fuerzas, tenemos:

$$Cc = T \rightarrow 0.85 f'c\, ab = Asfy \rightarrow a = \frac{Asfy}{0.85 fc' b};$$

Tomando momento con respecto a una de las fuerzas:

$$Mn = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = Asfy\left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \text{ó} \quad Mn = C\left(d - \frac{a}{2}\right) = 0.85\; fc' ab\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Escribiendo las ecuaciones en función de la cuantía $\rho = \frac{As}{bd}$, tenemos:

$$Mn = \rho bdfy\left(d - \frac{\rho bdfy}{2 \times 0.85 fc' b}\right) = \rho\; fybd^2\left(1 - \frac{\rho\; fy}{1.7 fc'}\right)$$

$\boxed{Mn = \rho\; fybd^2(1 - 0.59w)}$, ó $\boxed{Mn = wfc' bd^2(1 - 0.59w)}$, donde $w = \frac{\rho\; fy}{fc'}$

Ejemplo: Calcular el *Mn*, para la siguiente sección de viga que se detalla a continuación:

45

30 cm.

2 Ø 1" + 2 Ø ¾"

$f'c = 280$ Kg/cm^2

$fy = 4200$ Kg/cm^2.

Estribos = Ø 3/8"

r.e.e. = 4.0 cm

Solución

$$dc = \frac{dc_1 \times As_1 + dc_2 \times As_2}{As} = \frac{6.22 \times 10.20 + 5.90 \times 5.68}{15.88} = 6.10\; cm. \quad \Rightarrow \quad d = 35.90\; cm.$$

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{15.88}{30 \times 38.90} = 0.0136 \quad \Rightarrow \quad \rho = 0.0136$$

$$\rho_b = \frac{0.85 fc' \beta_1 6000}{fy(fy + 6000)} = \frac{0.85 \times 210 \times 0.85 \times 6000}{4200(4200 + 6000)} = 0.0212 \quad \Rightarrow \quad \rho_b = 0.0212$$

$\therefore \quad \rho = 0.0136 \; < \; \rho_b = 0.0212$, es una sección bajo armada.

Entonces podemos hacer uso de las siguientes formulas:

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.

$$a = \frac{Asfy}{0.85\,fc'b} = \frac{15.88 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 30} = 12.45 \quad \Rightarrow \quad a = 12.45 \text{ cm.}$$

$$Mn = Asfy\left(d - \frac{a}{2}\right) = 15.88 \times 4200\left(38.90 - \frac{12.45}{2}\right) = 21.79\ t - m \quad \Rightarrow \quad \boxed{Mn = 21.79\ t - m.}$$

ó

$$Mn = \rho\ fy\left(1 - 0.588\frac{\rho\ fy}{fc'}\right)bd^2 = 0.0136 \times 4200\left(1 - 0.588\frac{0.0136 \times 4200}{210}\right)30 \times 38.9^2$$

$$\Rightarrow \boxed{Mn = 21.77\ t - m.}$$

También podemos hacer uso del método de los tanteos:

Para $c = 22.5 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{0.003(d-c)}{c}, \rightarrow$ del diagrama de deformaciones.

$\varepsilon s = 0.00219 > \varepsilon y \quad \rightarrow \quad fs = fy \quad \rightarrow \quad T = 15.88 \text{ x } 4200 = 66.7$ Tn.

$Cc = 0.85 f'c\ ab = 0.85 \text{ x } 210 \text{ x } 22.5 \text{ x } 30 \quad \rightarrow \quad Cc = 102.4$ Tn.

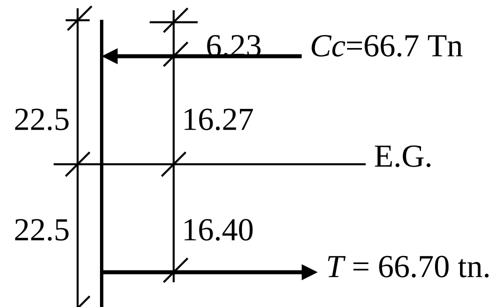
$Cc > T$

Para $c < 22.5$, $a = \beta_1\ c$

$\varepsilon s > \varepsilon y \quad \rightarrow \quad T = 66.7$ Tn.

Entonces: $66.7 = 0.85 \text{ x } 210 \text{ x } 12.46 \text{ x } 30 \quad \rightarrow \quad a = 12.46$ cm., $c = \frac{a}{\beta_1} = 14.66\ cm.$

$Cc = 0.85 \text{ x } 210 \text{ x } 12.46 \text{ x } 30 \quad \rightarrow \quad Cc = 66.7$ Tn.



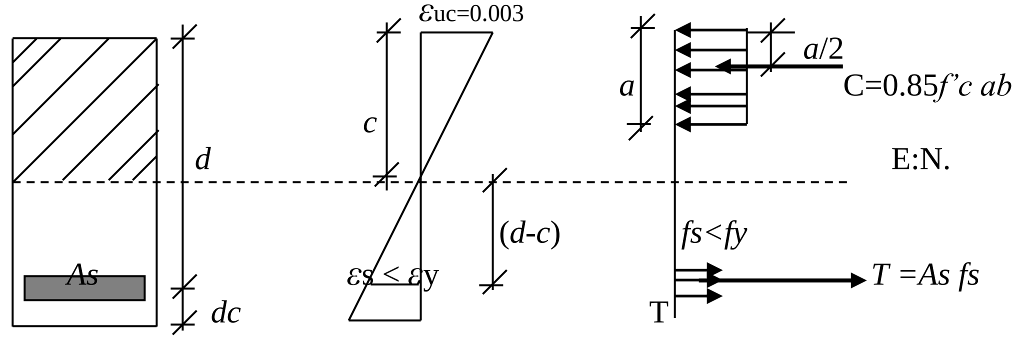
Nota: Podemos tomar momentos, respecto al E.N., E.G. ó en una de las fuerzas.

* Con respecto al E.G.:
$Mn = 0.1627 \text{ x } 66.7 + 0.1640 \text{ x } 66.7$

$\boxed{Mn = 21.79 \text{ t-m.}}$

2.5.3. Análisis de una sección con comportamiento frágil.

Aunque no es de nuestro interés las secciones de viga sobre reforzada, haremos el análisis para fines académicos. Se presenta cuando $\varepsilon s < \varepsilon y$.



Deformación Esfuerzos

Del diagrama de deformaciones unitarias tenemos:

$\varepsilon_s = \dfrac{0.003(d.-c)}{c}$; como $\varepsilon s < \varepsilon y$ => $fs = \varepsilon s\ Es$

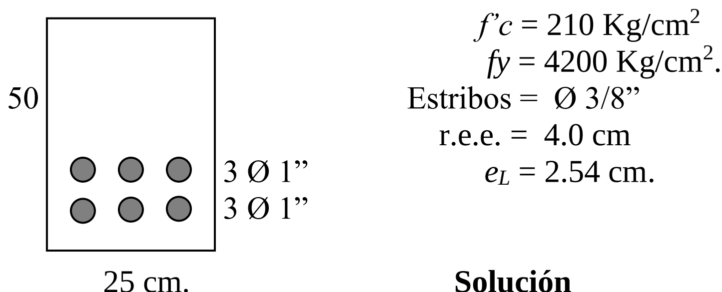
$$fs = \frac{0.003(d-c)}{c} \times 2 \times 10^6 = \frac{6000(d-c)}{c} \Rightarrow fs = \frac{6000(d-c)}{c} \quad , \quad a = \beta_1 c$$

Del diagrama de esfuerzos $Cc = T$.

$0.85 fc' ab = As \dfrac{6000(d.-c)}{c}$, Entonces: $0.85 fc' \beta_1 c^2 b = As6000d - As6000c$

$$\boxed{0.85 fc' \beta_1 bc^2 + As6000c - As6000d = 0}$$

Ejemplo: Calcular el *Mn*, para la siguiente sección de viga, que se detalla a continuación:



$f'c = 210$ Kg/cm^2
$fy = 4200$ Kg/cm^2.
Estribos = Ø 3/8”
r.e.e. = 4.0 cm
$e_L = 2.54$ cm.

Solución

$$dc = 4 + 0.95 + 2.54 + \frac{2.54}{2} = 8.76\ cm. \Rightarrow dc = 8.76 \quad \Rightarrow \quad d = 41.24\ cm.$$

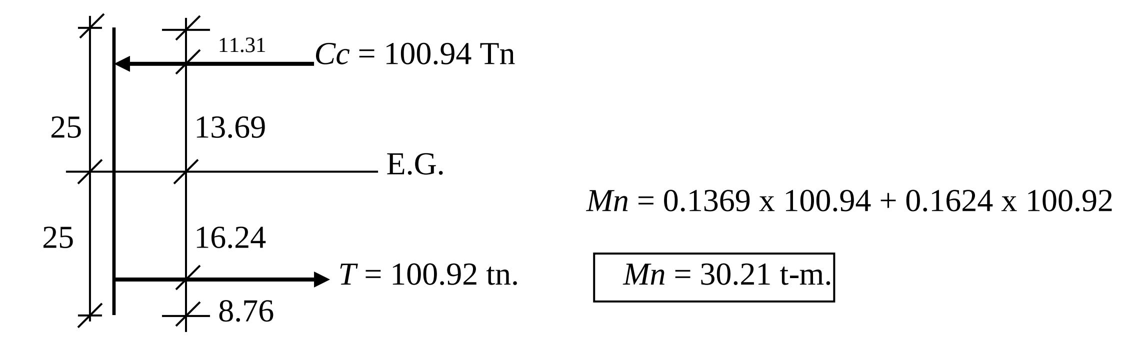
$\rho = \dfrac{As}{bd} = \dfrac{30.60}{25 \times 41.24} = 0.0297 \quad > \rho_b = 0.0212 \Rightarrow$ Es una sección **sobre armada**

Entonces: 0.85 x 210 x 0.85 x 25 c^2 + 30.60 x 6000 c – 30.6 x 6000 x 41.24 = 0
3793.12 c^2 + 183600 c – 7571664 = 0
c^2 + 48.40 c - 1996.16 = 0

$$c = \frac{-48.40 \pm \sqrt{48.40^2 + 4 \times 1996.16}}{2} = 26.61, \qquad c = 26.61 \quad \Rightarrow \quad a = \beta_1 c = 22.62$$

Para $c = 26.61$; $\varepsilon_s = \dfrac{0.003(d-c)}{c}$,

εs = 0.001649 < εy → fs = 0.001649 x 2 x 10^6 = 3298 Kg./cm^2.
$T = As\ fs$ = 30.60 x 3298 = 100.92 Tn. ; $C \approx T$
Cc = 0.85 x 210 x 0.85 x 26.61 x 25 = 100.94 Tn.

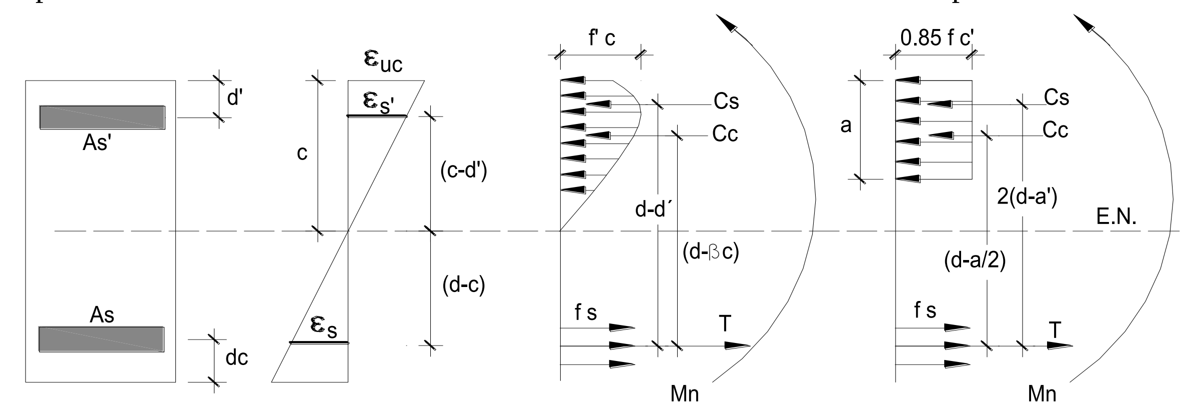


Mn = 0.1369 x 100.94 + 0.1624 x 100.92

$$\boxed{Mn = 30.21 \text{ t-m.}}$$

2.6. ANÁLISIS DE SECCIONES RECTANGULARES CON ACERO EN COMPRESIÓN.

En muchas circunstancias, las dimensiones de los elementos por calcular están limitadas por cuestiones ajenas al diseño. No es extraño que en alguno de estos casos, la sección predimensionada no sea capaz de resistir el momento aplicado aunque se le provea de la cuantía máxima permitida. En estas situaciones es posible incrementar la capacidad resistente del elemento añadiéndole refuerzo en la zona de compresión.



El momento último resistente o momento nominal será:

$$Mn = Mur = T(d-c) + Cc\left(c - \frac{a}{2}\right) + Cs(c - d')$$; respecto al E.N.

ó $$Mn = Mur = T\left(\frac{h}{2} - dc\right) + Cc\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + Cs\left(\frac{h}{2} - d'\right)$$; respecto al E.G.

Ejemplo: Calcular el *Mn*, para la siguiente sección.

4 Ø 5/8”
55
4 Ø 3/4”
4 Ø 3/4”
30 cm.

f’c = 175 Kg/cm^2
fy = 4200 Kg/cm^2.
Estribos = Ø 3/8”
r.e.e. = 4.0 cm
e_L = 2.54 cm.

Solución

$$dc = 4 + 0.95 + 1.91 + \frac{2.54}{2} = 8.13\ cm. \Rightarrow dc = 8.13 \quad \Rightarrow \quad d = 46.87\ cm.$$

$$d' = 4 + 0.95 + \frac{1.59}{2} = 5.74\ cm. \Rightarrow d' = 5.74\ cm.,$$ Del diagrama de deformaciones tenemos: $\varepsilon_s = \dfrac{0.003(d.-c)}{c} = \dfrac{0.003(46.87-c)}{c}$, $\varepsilon_s' = \dfrac{0.003(c-d')}{c} = \dfrac{0.003(c-5.74)}{c}$

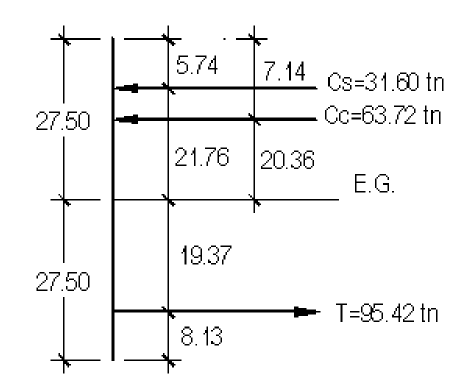
Dando valores a “***c***”, debemos encontrar que $C = Cs + Cc \approx T$

Para c = 27.5 cm.

$\varepsilon s = 0.002113 > \varepsilon y = 0.0021 \rightarrow fs = fy \rightarrow T = 22.72 \times 4200 = 95.42$ Tn.

$\varepsilon s' = 0.002374 > \varepsilon y = 0.0021 \rightarrow f's = fy \rightarrow Cs = 8.0 \times 4200 = 33.60$ Tn.
$Cc = 0.85\,fc'ab = 0.85 \times 175 \times 0.85 \times 27.5 \times 30 \rightarrow Cc = 104.31$ Tn.
$\therefore \quad C = 104.31 + 33.60 = 137.91$ Tn. $> T = 95.42$ Tn.

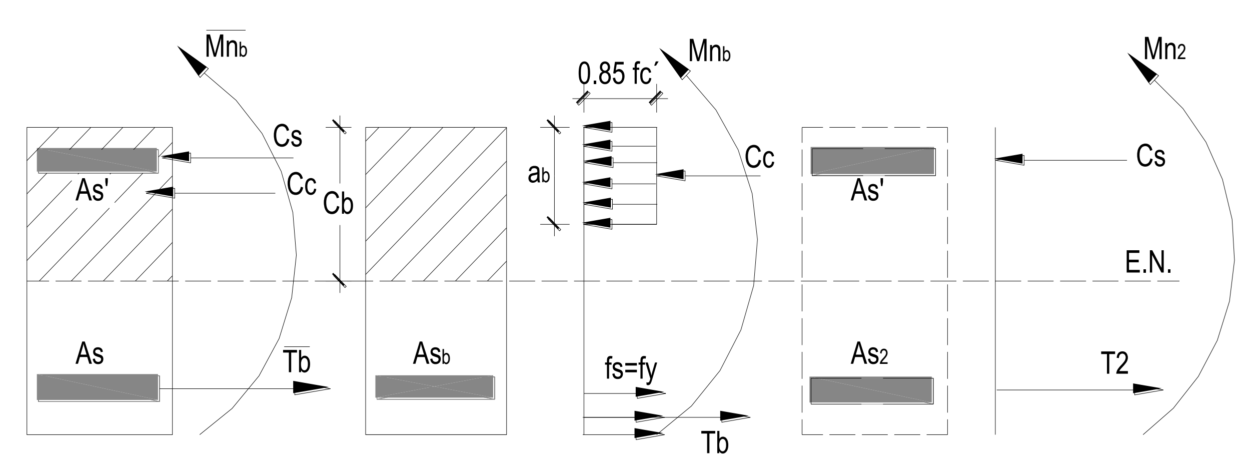
Para c = 16.80 cm. $a = 14.28$ cm.
$\varepsilon s = 0.005370 > \varepsilon y \rightarrow$ $T = 95.42$ Tn.
$\varepsilon s' = 0.001975 < \varepsilon y \rightarrow f's = 0.001975 \times 2 \times 10^6 = 3950$ Kg./cm^2 $Cs = 31.60$ Tn.
$Cc = 0.85 \times 175 \times 0.85 \times 16.80 \times 30 \rightarrow$ $Cc = 63.72$ Tn.
$\therefore \quad C = 95.32$ Tn. $\approx T = 95.42$ Tn; Error = 0.10% < ± 1%.



$Mn = 0.2176x31.60+0.2036x63.72+0.1937x95.42$

$Mn = 38.33$ t-m.

2.6.1 Determinación de la cuantía balanceada.



As_b = Área de acero balanceado de una sección simplemente reforzada.
As' = Área de acero en compresión.
$Cs = As'f's = \rho' bdf's$ $\quad Tb = \rho_b bdfy = Cc$
$Cc = 0.85 f'c\, a_b b$ $\quad T_2 = As_2 fy = Cs$
$\overline{T}_b = \overline{As}_b fy = \overline{\rho}_b bdfy$
Por equilibrio: $\overline{T}_b = Cc + Cs = T_b + Cs \rightarrow \overline{\rho}_b\, bdfy = \rho_b\, bdfy + \rho' bdf's$

$$\overline{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{fs'}{fy}$$

; Cuantía balanceada para una sección doblemente reforzada.

Entonces: si $\rho < \overline{\rho}_b$, es una sección bajo armada.
$\rho > \overline{\rho}_b$, es una sección sobre armada.

Determinación de fs', sabemos que $C_b = \dfrac{6000d}{fy + 6000} \cdots\cdots\cdots (1)$

Del diagrama de deformaciones: $\varepsilon_s' = \dfrac{0.003(C_b - d')}{C_b}$ ………(2)

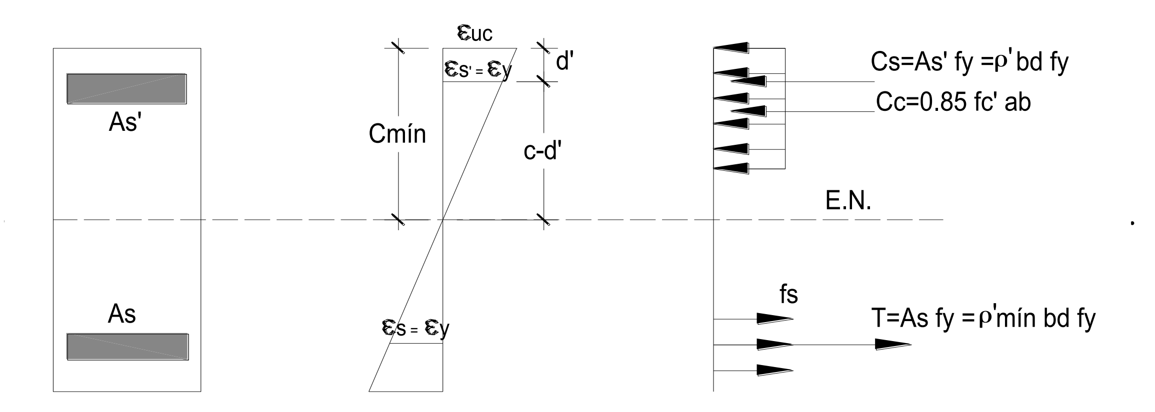
(1) en (2): $\varepsilon_s' = \dfrac{0.003\left[\dfrac{6000d}{fy+6000} - d'\right]}{\dfrac{6000d}{fy+6000}} = \dfrac{0.003[6000d - d'(fy+6000)]}{6000d}$

Si el As’, no fluye: $\varepsilon s' < \varepsilon y \rightarrow f's = \varepsilon s' \times Es = \dfrac{0.003[6000d - d'(fy+6000)]}{6000d} \times 2\times10^6$

$$\boxed{fs' = 6000\left[1 - \frac{d'}{d}\left(1 + \frac{fy}{6000}\right)\right]} \quad \leq \quad fy$$

2.6.2. Cuantía mínima en tracción para que el acero en compresión fluya.

En una sección doblemente reforzada debe asegurarse que el acero en compresión entre en fluencia, inmediatamente después que ha empezado a fluir el acero en tracción.



Por equilibrio: $T = Cc + Cs \quad \Rightarrow \quad Asfy = 0.85 f'c\ ab + As'fy$

$$\rho_{\min} bdfy = 0.85 f'c\ ab + \rho' bdfy \Rightarrow \quad \rho_{\min} = \rho' + \frac{0.85 fc'}{dfy} a \cdots\cdots\cdots(1)$$

Del diagrama de deformaciones tenemos:

$$\frac{c}{0.003} = \frac{c-d'}{\varepsilon_y} \quad \Rightarrow \quad c = \frac{0.003d'}{0.003-\varepsilon_y} = \frac{0.003d'}{0.003 - \dfrac{fy}{Es}}$$

$$c_{\min} = \frac{6000d'}{6000-\varepsilon_y} \cdots\cdots\cdots(2) \quad \text{, como } a = \beta_1 c \quad \Rightarrow \quad (2)\, en\, (1)$$

$$\boxed{\rho_{\min} = \frac{0.85 fc' \beta_1 6000d'}{dfy(6000 - fy)} + \rho'}$$, Cuantía mínima en tracción que asegura que el As’ en compresión fluya.

Si el As y As’, fluyen: $\Rightarrow \quad a = \dfrac{(As - As')fy}{0.85 fc' b}$

Ejemplo: Calcular el *Mn*, para la siguiente sección de viga.

2 Ø 5/8"
55
4 Ø 3/4"
4 Ø 3/4"
30 cm.

$fc' = 175$ Kg/cm^2
$fy = 4200$ Kg/cm^2.
Estribos = Ø 3/8"
r.e.e. = 4.0 cm

Solución

$dc = 8.13$ cm., $d = 46.87$ cm, $d' = 5.74$ cm.

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{22.72}{30 \times 46.87} = 0.0162 \quad , \quad \rho' = \frac{As'}{bd} = \frac{4.0}{30 \times 46.87} = 0.0028$$

$$\rho_b = \frac{0.85\, fc' \beta_1 6000}{fy(6000 + fy)} = \frac{0.85 \times 175 \times 0.85 \times 6000}{4200(6000 + 4200)} = 0.0177$$

$$\overline{\rho_b} = \rho_b + \rho' \frac{fs'}{fy} \quad ; \quad fs' = 6000\left[1 - \frac{5.74}{46.87}\left(1 + \frac{4200}{6000}\right)\right] = 4750.84\ Kg./cm^2$$

$fs' = 4750.84$ Kg./cm^2. $> fy \quad \rightarrow \quad fs' = fy$

$$\overline{\rho_b} = 0.0177 + 0.0028 = 0.0205 \quad \Rightarrow \quad \overline{\rho_b} = 0.0205$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.85 \times 175 \times 0.85 \times 6000 \times 5.74}{46.87 \times 4200(6000 - 4200)} + 0.0028 = 0.0123 + .0028 = 0.0151 \quad \Rightarrow \quad \rho_{\min} = 0.0151$$

$\therefore \ \rho_{\min} = 0.0151 < \rho = 0.0162 < \overline{\rho_b} = 0.0205 \quad \Rightarrow \quad fs' = fy \ ; \ fs = fy$

Entonces: $\Rightarrow \quad a = \dfrac{(As - As')fy}{0.85\, fc' b} = \dfrac{(22.72 - 4)4200}{0.85 \times 175 \times 30} = 17.62\ cm.$

$T = 22.72 \times 4200 = 95.42$ Tn.
$Cs = 4 \times 4200 = 16.80$ Tn.
$Cc = .85 \times 175 \times 17.62 \times 30 = 78.62$ Tn.

$$\therefore \quad Mn = Cs\left(\frac{h}{2} - d'\right) + Cc\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + T\left(\frac{h}{2} - dc\right)$$

$$Mn = 16.80(27.5 - 5.74) + 78.62(27.5 - 8.81) + 95.42(27.5 - 8.13)$$

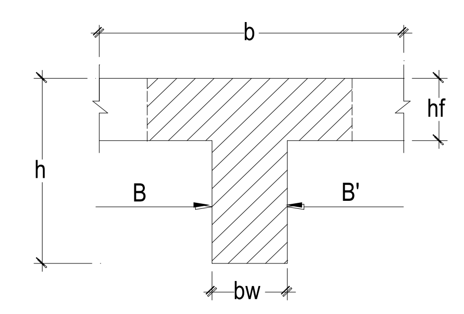
$$\boxed{Mn = 36.83\ t - m}$$

2.7. ANÁLISIS DE SECCIONES "T".

Este tipo de secciones se presentan comúnmente en concreto armado sobre todo en los sistemas de vigas y losas. En algunos casos, ambos elementos son vaciados simultáneamente según recomendaciones del ACI. En otros se vacía primero las vigas y luego las losas, tomando previsiones para que se comporten como una unidad. En ambos casos, la losa colabora con la viga para resistir las cargas aplicadas y es conveniente tomar en cuenta esta ayuda, analizándola como una sección "T".

El reglamento ACI, da las siguientes recomendaciones para vigas interiores y exteriores. Así mismo para sección T aisladas.

- SECCIÓN T : VIGA INTERIOR Y LOSA.

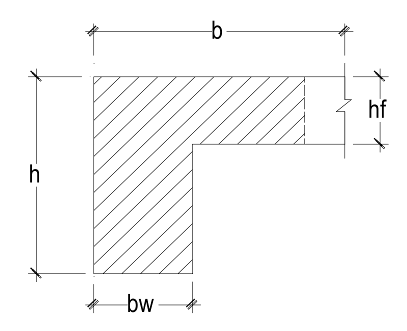


$b \leq Ln/4$

$b \leq bw + 16\ h_f$ EL MENOR

$b \leq bw + \frac{B'+B}{2}$

- SECCIÓN L: VIGA PERIMETRAL Y LOSA Ó T-ASIMÉTRICA

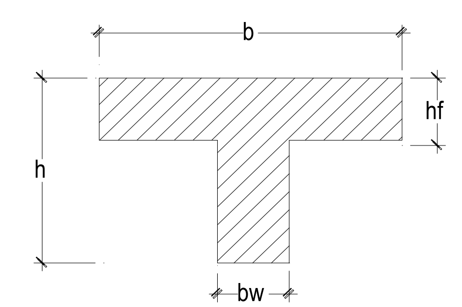


$b \leq bw + 6h_f$

$b \leq bw + \frac{B}{2}$ EL MENOR

$b \leq \frac{Ln}{12}$

- SECCIÓN T : VIGA INTERIOR Y LOSA.



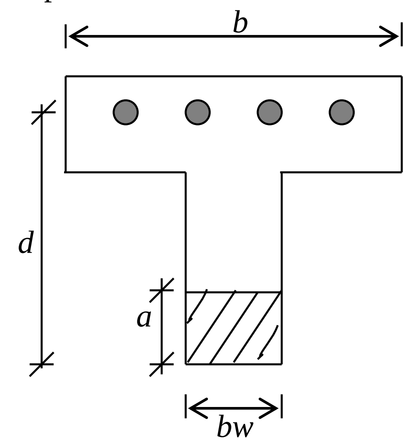
$b \leq 4bw$

$hf \geq \frac{bw}{2}$

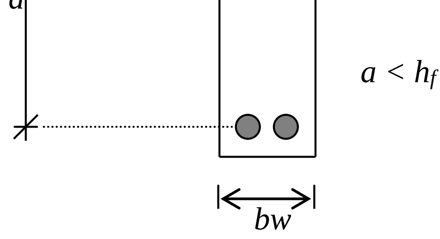
Donde:

Ln = Luz libre de la viga.
B y *B'* = Separación libre entre vigas.
B = Ancho total de las alas.
bw = Ancho del alma de la "T" o nervio.
h_f = Espesor de las alas.
h = Peralte total de la sección.

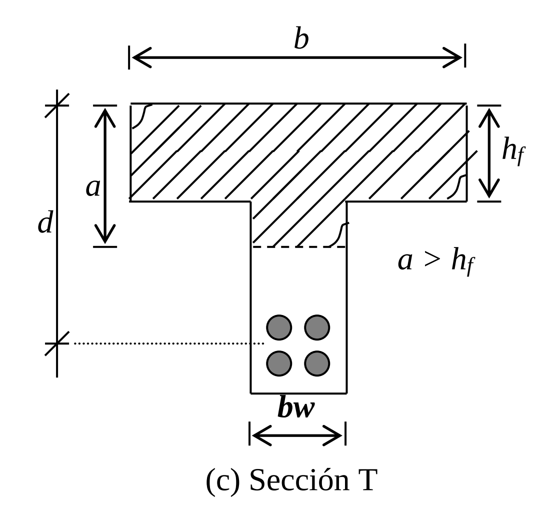
Una sección T sometida a flexión puede trabajar de tres maneras, tal como se pueda apreciar a continuación:



(a) Sección rectangular de ancho *bw*



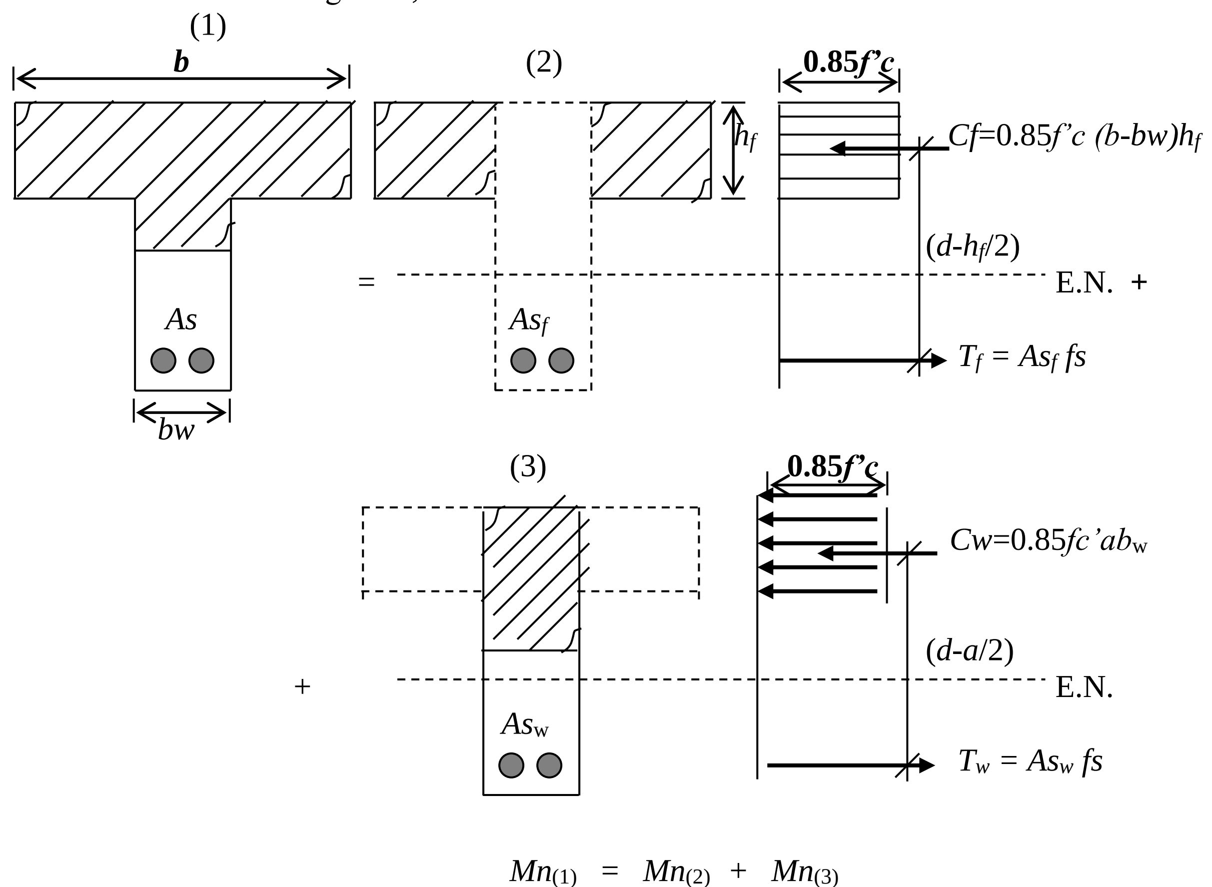
(b) Sección rectangular de ancho *b*



(c) Sección T

La primera es bajo un momento flector negativo, la compresión se presenta en la zona inferior y se analiza para una sección rectangular de ancho *bw*. La segunda se presenta si el momento flector es positivo y $a \leq h_f$ y se analiza para una sección rectangular de ancho *b*. Si la sección esta sujeta a un momento positivo y $a > h_f$,entonces se observa el tercer tipo de comportamiento; en este tercer caso no es necesario que se verifique la condición que $c > h_f$, basta con que $a > h_f$ .Del mismo modo, no importa la forma de la sección por debajo del eje neutro con tal que la sección comprimida tenga la forma de T.

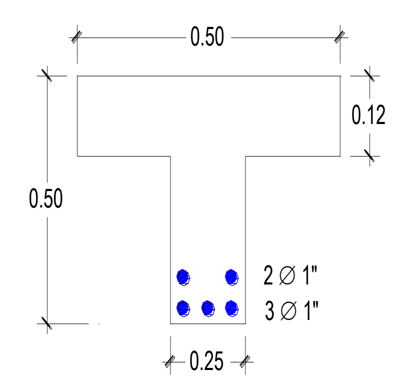
Analizemos una viga "T",cuando a>hf :



$$Mn_{(1)} = Mn_{(2)} + Mn_{(3)}$$

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.

Ejemplo: Determinar el momento resistente nominal (+) para la siguiente sección que se detalla a continuación.



$fc' = 175$ Kg/cm^2
$fy = 4200$ Kg/cm^2.
Estribos = Ø 3/8"
r.e.e. = 4.0 cm
$e_L = 2.54$ cm.

Solución

$$dc = \frac{6.22 \times 15.30 + 11.30 \times 10.20}{25.50} = 8.25 \quad \Rightarrow \quad d = 41.75\ cm.$$

Del diagrama de deformaciones tenemos: $\varepsilon_s = \dfrac{0.003(d.-c)}{c} = \dfrac{0.003(41.75-c)}{c}$

Para c = 25 cm.

$\varepsilon s = 0.00201 < \varepsilon y \rightarrow fs = 4020$ Kg./cm^2. $T = 102.51$ Tn.

$C_f = 0.85 f'c\ (b-b_w)h_f = 0.85 \times 175\ (50-25)\ 12 \rightarrow Cc = 44.62$ Tn.

$C_w = 0.85 f'c\ ab_w = 0.85 \times 175 \times 0.85 \times 25 \times 25 \rightarrow Cw = 79.02$ Tn. $\rightarrow C$=123.64Tn

$\therefore\ C > T$

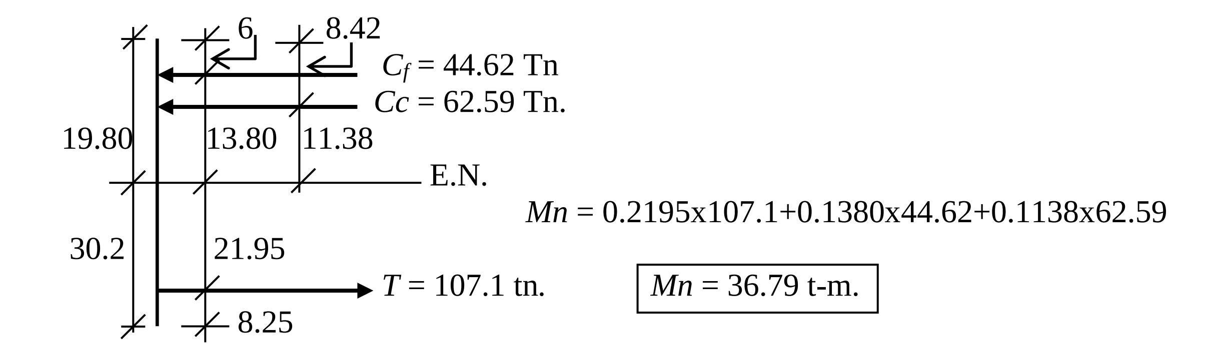
Para c = 19.80 cm. $a = 16.83$

$\varepsilon s = 0.003326 > \varepsilon y \rightarrow fs = 4200$ Kg./cm^2. $T = 107.1$ Tn.

$C_f =$ 0.85 x 175 (25) 12 $\rightarrow$ $Cc = 44.62$ Tn.

$C_w =$ 0.85 x 175 x 0.85 x 19.8 x 25 $\rightarrow$ $Cw = 62.59$ Tn. $\rightarrow C$=107.2Tn.

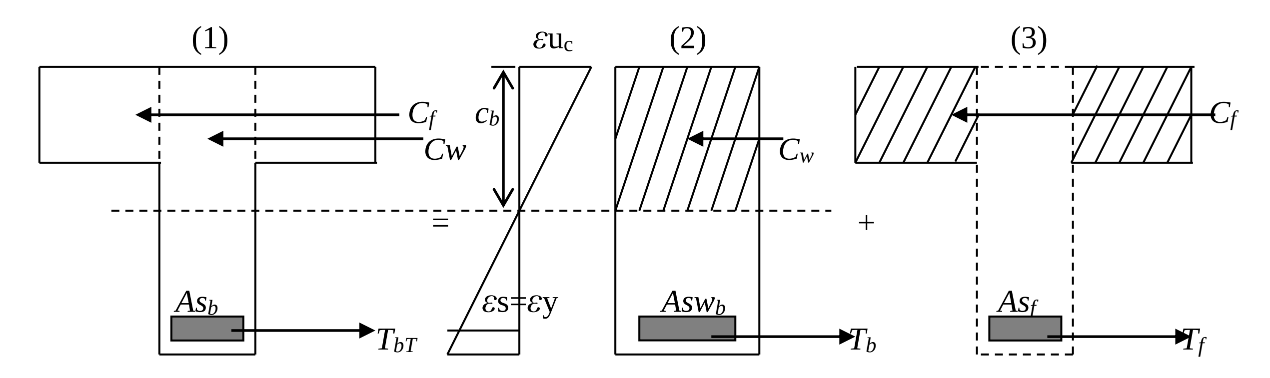
$\therefore\ C \approx T$, Error = -0.09% < ± 1% OK.



Mn = 0.2195x107.1+0.1380x44.62+0.1138x62.59

Mn = 36.79 t-m.

2.7.1. Determinación de la cuantía balanceada.



$C_f = 0.85f'c\ (b\text{-}bw)h_f$ $\quad$ $T_b = \rho_b bwdfy.$

$C_w = 0.85f'c\ a_b b_w$ $\quad$ $T_f = As_f\ fy = \rho_f b_w dfy.$

$Tb_T = As_{bT}fy = \rho_{bT} bwdfy$

Por equilibrio: $T_{bT} = C_w + C_f$ $\quad \leftarrow \begin{cases} T_b = Cw \\ T_f = C_f \end{cases}$

$T_{bT} = T_b + T_f \quad \rightarrow \quad \rho_{bT}\, b_w.d.fy = \rho_b\, b_w.d.fy + \rho_f\, b_w.d.fy \Rightarrow \boxed{\rho_{bT} = \rho_b + \rho_f}$

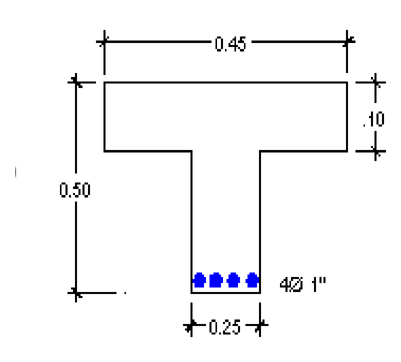
De la sección (3): $\rho_f\, b_w.d.fy = 0.85\, f'c\ (b\text{-}b_w)h_f$

$$\boxed{\rho_f = \frac{0.85\, fc'(b - bw)h_f}{bw.d.\,fy}}$$, Cuantía real de la "T": $\rho = \dfrac{As_T}{bw.d}$

Entonces: Si $\rho < \rho_{bT}$ Es una sección bajo armada.

$\rho > \rho_{bT}$ Es una sección sobre armada.

Ejemplo: Calcular el Mn. Para la sección que se detalla a continuación.



$f'c = 210$ Kg/cm^2

$fy = 4200$ Kg/cm^2.

Estribos = Ø 3/8"

r.e.e. = 4.0 cm

Solución

$dc = 6.22$ cm. $\rightarrow$ $d = 43.78$ cm.. $\rho = \dfrac{As_T}{bw.d} = \dfrac{20.40}{30 \times 43.78} = 0.0155$

$$\rho_b = 0.0212 \;\; ; \;\; \rho_f = \frac{0.85 \times 210(45 - 30)10}{30 \times 43.78 \times 4200} = 0.0048$$

$\rho_{bT} = \rho_b + \rho_f = 0.0212 + 0.0048 = 0.026 > \rho = 0.0155 \Rightarrow$ Es una sección B. A.

Considerando que actúa como sección rectangular de ancho "*b*"

$As.fy = 0.85fc'.a.b \Rightarrow \quad a = \dfrac{Asfy}{0.85\,fc'b} = \dfrac{20.40 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 45} = 10.67 \geq h_f \ = 10$

Entonces funciona como una "T", por lo tanto: $Mn = Mn_w + Mn_f$

$$Mn = 0.85\,fc'\left[(b - b_w)h_f\left(d - \frac{h_f}{2}\right) + b_w.a\left(d - \frac{a}{2}\right)\right]$$

Donde el valor será: $Cw = Tw$, $\quad As_w fy = 0.85f'c\ a.bw$, $\Rightarrow \quad a = \dfrac{As_w\,fy}{0.85\,fc'bw}$

$Cf = 0.85f'c\ (b-b_w)hf$ = 0.85x210(45-30)10 = 26.78 Tn.

$Cf = Tf \quad \Rightarrow \quad 26.78 = As_f fy \ \Rightarrow \ As_f = \dfrac{26{,}780}{4200} = 6.38\ cm^2$

$As_w = As - As_f = 20.40 - 6.38 = 14.02\ cm^2\ ; \quad As_w = 14.02\ cm^2.$

$\therefore \quad a = \dfrac{14.02 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 30} = 11.0 \quad \Rightarrow \quad a = 11.0\ cm.$

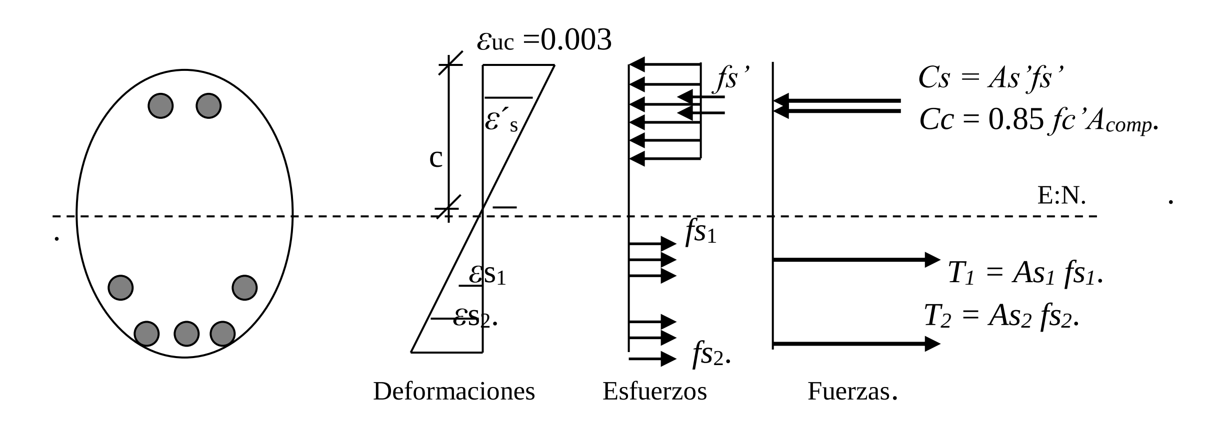
$$Mn = 0.85 \times 210\left[(45 - 30)10\left(43.78 - \frac{10}{2}\right) + 11 \times 30\left(43.78 - \frac{11}{2}\right)\right] \quad \Rightarrow \quad \boxed{Mn = 32.93\ t - m}$$

2.7.2. Análisis de una sección simétrica cualquiera.

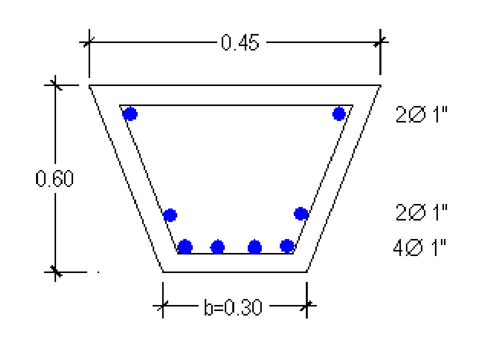
Estas secciones tienen el plano de flexión en el plano de simetría. El procedimiento general para encontrar la resistencia de la sección consiste en obtener por un proceso iterativo un estado de deformación tal que la sección esté en equilibrio de fuerzas horizontales, es decir que la suma de las fuerzas de compresión que actúa en la sección transversal sea igual a la suma de las fuerzas de tracción.

Cuando la forma de la zona de compresión no se presta a una determinación sencilla de sus características (área y centro de gravedad), conviene dividirla en franjas pequeñas paralelas al eje neutro.

Una vez establecido el equilibrio se encuentra el momento de todas las fuerzas internas con respecto a un eje cualquiera perpendicular al plano de flexión, dicho momento es la resistencia de la sección.



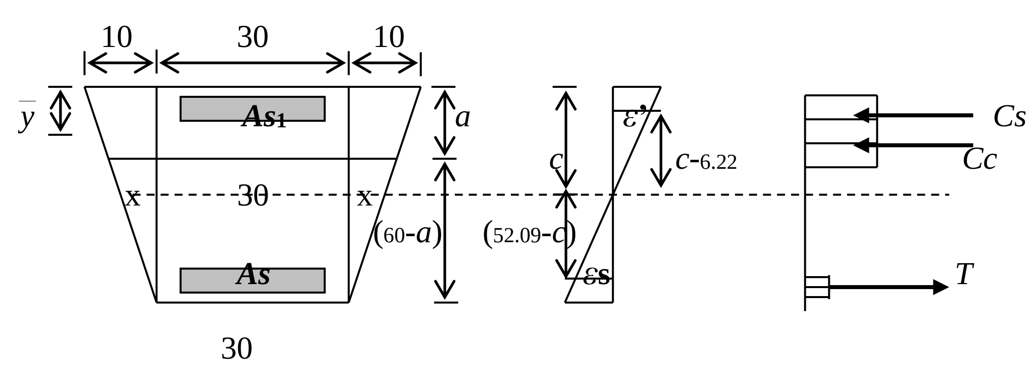
Ejemplo: Calcular el *Mn*. Para la siguiente sección de viga.



$f'c$ = 175 Kg/cm^2
fy = 4200 Kg/cm^2.
Estribos = Ø 3/8"
r.e.e. = 4.0 cm
e_L = 2.54 cm.

Solución

$$dc = \frac{6.22 \times 20.40 + 11.30 \times 10.20}{30.60} = 7.91 \quad \Rightarrow \quad d = 52.09\ cm., \qquad d' = 6.22\ cm.$$



$$\sum Fx = 0 \qquad T \approx Cs + Cc$$

Del diagrama de deformaciones tenemos: $\varepsilon_s = \dfrac{0.003(52.09. - c)}{c}, \quad \varepsilon_s' = \dfrac{0.003(c - 6.22)}{c}$

$$Cc = 0.85\, fc'\, A_{comp.}\ ; \quad A_{comp.} = \left(\frac{30 + 2x + 50}{2}\right)a = \left(\frac{80 + 2x}{2}\right)a = (40 + x)a$$

$$\frac{x}{60 - a} = \frac{10}{60} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{10(60 - a)}{60} = \frac{60 - a}{6}, \qquad \Rightarrow \quad x = \frac{60 - a}{6}$$

$$\Rightarrow \quad A_{comp.} = 40 + \left(\frac{60 - a}{6}\right)a = \left(\frac{240 + 60 - a}{6}\right)a = \frac{300a - a^2}{6} \Rightarrow \quad Cc = 0.85\, fc' \left(\frac{300a - a^2}{6}\right)$$

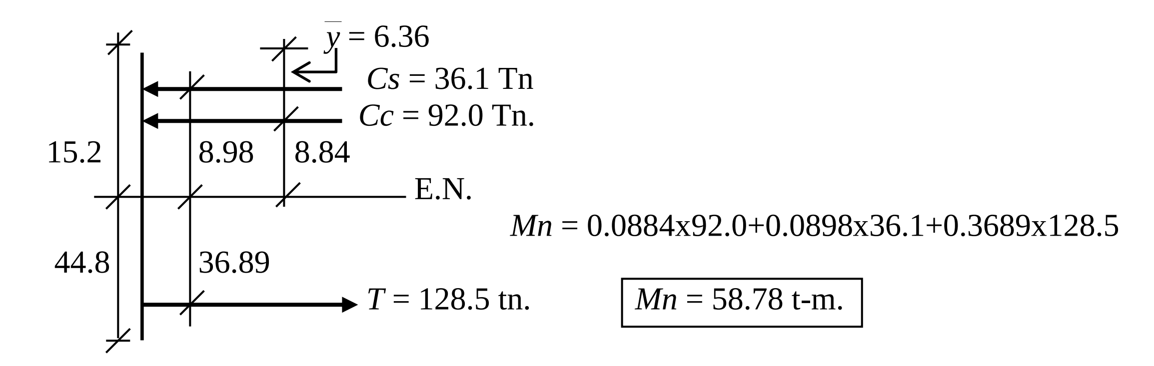
<u>Para c = 15.20 cm.</u> $a = \beta_1 c$ = 12.92 cm.

εs = 0.007281 > εy → $fs = fy$ T=30.6x4200 T = 128.5 Tn.
$\varepsilon s'$ = 0.001772 < εy → fs' = 3544 Cs= 10.20x3544 → Cs = 36.1 Tn.

$$Cc = 0.85 \times 175 \left(\frac{300 \times 12.92 - 12.92^2}{6}\right) = 91.95 \qquad \rightarrow \qquad Cc = 92.0 \text{ Tn}$$

C = 36.1 + 92.0 = 128.1 Tn ≈ T = 128.5 Tn.

$$\bar{y} = \frac{a}{3}\left(\frac{B + 2b}{B + b}\right) = \frac{12.92}{3}\left(\frac{50 + 2 \times 45.7}{50 + 45.7}\right) = 6.36 \quad \Rightarrow \quad \bar{y} = 6.36$$



2.8. DISEÑO POR FLEXIÓN.

2.8.1. Consideraciones generales.

Al haber estudiado y analizado los tres casos en que una viga de concreto armado puede fallar, vimos que dependen directamente de la cantidad de acero que pueden presentar, o lo que es lo mismo, dependen de la cuantía de acero (ρ =As/bd), es decir sí:

$\rho < \rho_b$ .... La falla es por fluencia del acero.

$\rho > \rho_b$ .... La falla es por aplastamiento del concreto.

$\rho = \rho_b$ .... La falla es balanceada.

Ahora bien, ¿Qué tipo de falla nos interesa como diseñadores, si dado el caso, que se presente en el elemento?. Es lógico que será aquella falla que nos permita tomar prevenciones en caso de colapso.

Si la falla es por aplastamiento del concreto, esta se produce repentinamente y de naturaleza casi explosiva, en cambio, si la falla es por fluencia del acero, esta es gradual y esta precedida por signos visibles de averías, como el ensanchamiento y alargamiento de las grietas, y el marcado aumento de la flecha.

El A.C.I. y la norma peruana, especifican para vigas que para asegurar que los diseños sean sub-reforzados o dúctiles, la cuantía máxima será:

$\rho_{max.} = 0.75\rho_b$ y $\rho_{max.} = 0.50\rho_b$ (En regiones sísmicas).

Así mismo especifica una cuantía mínima:

$\rho_{min} = \dfrac{14}{fy}$ ó $\rho_{min} = 0.8\dfrac{\sqrt{fc'}}{fy}$, De los dos elegir el mayor.

2.8.2. Requisitos de seguridad(20).

Para que cualquier estructura cumpla su finalidad debe ser segura y útil. La utilidad exige que las deformaciones sean pequeñas, que las fisuras que puedan presentarse se mantengan dentro de los límites tolerables. La seguridad exige que la resistencia de la estructura sea la adecuada para las cargas que posiblemente puedan actuar sobre ella.

Si la resistencia de una estructura, que se ha construido tal como se proyecto, pudiera predecirse con precisión y si las cargas y sus efectos internos (momentos,

(20) NILSON Arthur H..Diseño de estructuras de concreto.pág.12.

esfuerzos cortantes, fuerzas axiales) se conocieran con gran precisión, entonces la seguridad quedaría asegurada, calculando la estructura con una capacidad de carga justo por encima de la correspondiente a las cargas conocidas.

Sin embargo en el análisis, proyecto y construcción de las estructuras de concreto armado existen varias fuentes de incertidumbre, tales como:

- Las cargas reales pueden ser distintas de las supuestas en el proyecto.
- Las cargas reales pueden estar distribuidas de una manera distintas de la supuestas en el proyecto.
- Las dimensiones reales de los elementos pueden ser distintos de las del proyecto.
- La armadura puede no estar colocada en la posición adecuada.
- La resistencia real del material puede ser distinta de la especificada por el proyectista.

El A.C.I. toma en cuenta el tema de la seguridad estructural, utilizando los factores de carga y los factores de reducción de capacidad.

FACTORES DE CARGA.-

Los factores de carga tienen el propósito de dar seguridad adecuada contra un aumento en las cargas de servicio más allá de las especificaciones en el diseño, para que sea sumamente improbable en la falla. Los factores de carga también ayudan a asegurar que las deformaciones bajo carga de servicio no sean excesivas.

El código A.C.I. recomienda que la resistencia requerida U para resistir las cargas sean:

a. Carga muerta (D) y carga viva (L).

$$U = 1.4\ D + 1.7\ L$$

b. Carga muerta (D) , carga viva (L) y viento (W).

$$U = 0.75\ (1.4\ D + 1.7\ L + 1.7\ W).$$

$$U = 0.90\ D + 1.3\ W$$

La primera combinación debe evaluarse bajo dos condiciones: Considerando toda la carga viva y considerando carga viva nula.

* No se usará carga de diseño menor que la ecuación (a)

c. Carga muerta (D) , carga viva (L) y sismo (E).

$$U= 0.75\ (1.4\ D + 1.7\ L + 1.87\ E).$$

$$U = 0.90\ D + 1.43\ E$$

* No se usará carga de diseño menor que la ecuación (a)

d. Carga muerta (D) , carga viva (L) y presión del terreno, subpresión o presión generada por materiales granulares (H)

$$U= 1.4\ D + 1.7\ L + 1.7\ H.$$

$$U = 0.90\ D + 1.7\ H$$

La segunda se usa cuando D y L reducen los efectos del empuje del suelo.

* No se usará carga de diseño menor que la ecuación (a)

e. Carga muerta (D) , carga viva (L) y presión o peso de fluidos de densidad conocida y nivel controlable (F)

$$U= 1.4\ D + 1.7\ L + 1.4\ F.$$

$$U = 0.90\ D + 1.4\ F$$

La segunda se usa cuando D y L reducen los efectos causados por el fluido

* No se usará carga de diseño menor que la ecuación (a)

f. Carga muerta (D) , carga viva (L) y asentamientos diferenciales, contracción, creep o cambios de temperatura (T)

U = 0.75 (1.4 D + 1.4 T + 1.7 L).

U = 1.4 (D + T)

Si en el diseño se toman en cuenta los efectos de impacto, estos serán consideradas como carga viva con sus factores de amplificación respectiva.

FACTORES DE REDUCCIÓN DE CAPACIDAD (ϕ)

Los factores de reducción de capacidad (ϕ), toman en cuenta las inexactitudes en los cálculos y fluctuaciones en la resistencia del material, en la mano de obra y en las dimensiones. En las vigas se considera el más alto valor de (ϕ) debido a que están diseñadas para fallar por flexión de manera dúctil con fluencia del acero en tracción.

A continuación se presenta los factores de (ϕ) para diversas solicitaciones propuestas por el código.

- Flexión pura : ϕ = 0.90
- Corte y torsión : ϕ = 0.85
- Compresión y flexo-compresión : ϕ = 0.75 (columna zunchada)
  : ϕ = 0.70 (columna estribada)
- Aplastamiento del concreto : ϕ = 0.70
- Concreto simple : ϕ = 0.65

2.8.3. Diseño de una sección rectangular con refuerzo en tensión.

El proceso de diseño se inicia con la elección de las dimensiones de la sección y la calidad del concreto. Por el momento se va a asumir que las primeras son conocidas y en capítulos posteriores se presentarán criterios para el predimensionamiento en función del tipo de elemento que se está diseñando.

El *Mn* ó *Mur* para una sección rectangular con acero en tracción con comportamiento dúctil es:

$$Mn = \rho . fy(1-0.59w)bd^2 \quad , \quad \text{ó} \quad Mn = w.fc'(1-0.59w)bd^2, \text{ donde: } \quad w = \frac{\rho . fy}{fc'}$$

Considerando $\rho_{max.}$ para diseño:

$$Mn_{max.} = \underbrace{\rho_{max.}\, fy(1-0.59w_{max.})}_{K}bd^2 \quad , \qquad K = \rho_{max.}\, fy(1-0.59w_{max.})$$

ó $$Mn_{max.} = \underbrace{w_{max.}\, fc'(1-0.59w_{max.})}_{K}bd^2 \quad , \qquad K = w_{max.}\, fc'(1-0.59w_{max.})$$

Entonces $\boxed{Mn = Kbd^2}$

El A.C.I. y la norma peruana especifican que a este momento, se lo debe multiplicar por el factor ϕ

Para el diseño, el momento resistente nominal debe satisfacer la siguiente desigualdad:

$$\phi\, Mn \geq Mu$$

Donde Mu = Momento último actuante, acción que se debe a las fuerzas exteriores amplificadas, haciendo uso de las combinaciones respectivas.

Nosotros para diseñar hacemos $\phi\, Mn = \phi\, Kbd^2 \geq Mu$

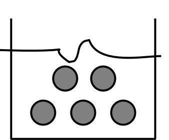
$$Kbd^2 \geq \frac{Mu}{\Phi}$$, por lo tanto incrementamos al momento ultimo externo.

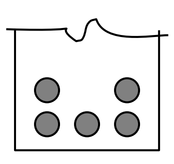
VALORES DE K, validos para fy = 4200 Kg./cm^2.

ρ	ρ max		ρ max		ρ_b	ρ =0.0014	ρ =0.0018	ρ =0.002	ρ =0.0025
	0.50 ρ_b	K	0.75 ρ_b	K		K	K	K	K
175	0.0089	32.53	0.0133	45.29	0.0177	5.76	7.37	8.16	10.13
210	0.0106	38.95	0.0159	54.35	0.0212	5.78	7.40	8.20	10.19
280	0.0142	51.99	0.0213	72.33	0.0283	5.80	7.44	8.25	10.27
350	0.0167	61.69	0.0250	86.35	0.0333	5.82	7.46	8.28	10.31

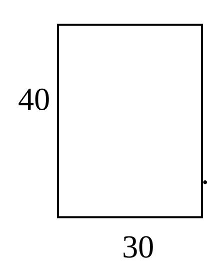
ρ =0.003 K	ρ =0.0033 K	ρ =0.0035 K	ρ =0.004 K	ρ =0.005 K	ρ =0.006 K	ρ =0.007 K	ρ =0.008 K	ρ =0.009 K	ρ =0.01 K
13.07	13.33	13.97	15.85	19.52	23.05	26.49	29.80	33.00	36.07
13.15	13.44	14.09	16.01	19.76	23.42	26.98	30.44	33.80	37.06
13.27	13.57	14.25	16.21	20.07	23.86	27.58	31.23	34.80	38.29
13.33	13.66	14.34	16.32	20.26	24.13	27.95	31.70	35.40	39.03

Las barras de acero colocadas en varias capas deberán alinearse para facilitar el colado del concreto e impedir que los agregados sean retenidos en la armadura.


Incorrecto


Correcto

Ejemplo N° 01 : Calcular el área de acero para una sección rectangular, cuyos datos se dan a continuación:



$f'c$ = 280 Kg/cm^2
fy = 4200 Kg/cm^2.
Mu = 15.0 t-m.

Solución

-) $\dfrac{Mu}{\phi} = \dfrac{15.0}{0.90} = 16.67\ t-m.$

-) Calculamos el $Mn\ \rho_{max.}$, para estar seguros que la sección que nos resulta sea BAJO ARMADA.

$$Mn = \rho_{max.}\, fy\left(1 - 0.59\frac{\rho_{max}\, fy}{fc'}\right)bd^2 = Kbd^2 = 72.33 \times bd^2 \quad \Rightarrow \quad d = ?$$

Pre-cálculo .- Para determinar d

Sea dc = 6 cm. $\rightarrow$ d = 34 cm.

$Mn = Kbd^2 = 72.33 \times 30 \times 34^2 = 25.08\ t-m.$ y $As\rho_{max.} = \rho_{max.}bd = 0.0212 \times 30 \times 34 = 21.62\ cm^2$

Entonces:

21.62 cm^2 → 25.08 t-m.

x → 16.67 t-m. x = 14.37 cm^2 <> 3 Ø1" (15.30 cm^2)

Colocando en una capa y considerando estribos = Ø3/8" : $dc = 4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} = 6.22\ cm.$

Cálculo:

dc = 6.22 cm. → *d* = 33.78 cm.

Mn = 72.33 x 30 x 33.78^2 = 24.76 t-m > $\frac{Mu}{\Phi} = 16.77\ t-m.$

Es una sección BAJO ARMADA con acero en tracción.

$$\Rightarrow \quad \rho\, fybd^2\left(1 - 0.59\frac{\rho\, fy}{fc'}\right) = \frac{Mu}{\Phi} \quad ; \quad 0.59\frac{fy^2bd^2}{fc'}\rho^2 - fybd^2\rho + \frac{Mu}{\Phi} = 0$$

$$0.59x\frac{4200^2x30xb33.78^2}{280}\rho^2 - 4200x30x33.78^2\rho + 16.67x10^5 = 0$$

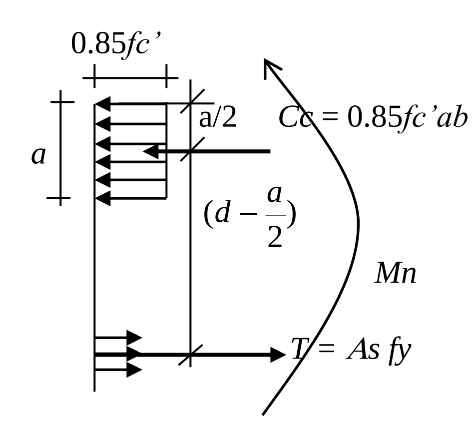
$$298.95\rho^2 - 33.78\rho + 0.3916 = 0\ ,\ \rho = \frac{+33.78 \pm \sqrt{33.78^2 - 4x298.95x0.3916}}{2x298.95}\ ,\quad \rho_1 = 0.0131,\ \rho_2 = 0.0999$$

de los dos se toma el menor: $\rho = 0.0131 \Rightarrow As = \rho bd = 0.0131x30x33.78$

$\boxed{As = 13.28\ cm^2}$ < > 2 Ø 1" +1 Ø ¾" (13.04 cm^2)

CALCULO PRÁCTICO

Del diagrama de esfuerzos:



T = Cc

As.fy = 0.85*fc'.a.b* $\Rightarrow$ $\boxed{a = \frac{Asfy}{0.85\,fc'b}}$

$Mn = Asfy\left(d - \frac{a}{2}\right) = \frac{Mn}{\Phi}$ $\Rightarrow$ $\boxed{As = \frac{Mn/\Phi}{fy(d - \frac{a}{2})}}$

Para nuestro caso:

$$As = \frac{16.67x10^5}{4200(33.78 - \frac{a}{2})} \quad a = \frac{4200As}{0.85x280x30} = 0.5882As$$

Para *a* = 7.80 *As* = 13.28 *a* = 7.81

a = 7.81 *As* = 13.28 *a* = 7.81

$\therefore$ $\boxed{As = 13.28\ cm^2}$ <> 2 Ø 1" + 1 Ø ¾"

Ejemplo Nº 02: Determinar la sección transversal de una viga de forma rectangular y el área de acero, si funciona como simplemente apoyada, con una luz de 4.5 mt, y lleva una carga muerta de servicio de 1.5 t/m y una carga viva de servicio de 3.0 t/m; $f'c$ = 210kg/cm^2, fy = 4200kg/cm^2.

w_u

4.50 m.

Solución

w_u = 1.4 D+ 1.7 L = 1.4 x 1.5 + 1.7 x 3.0 = 7.20 t/m

$$Mu = \frac{Wul^2}{8} = \frac{7.20x4.5^2}{8} = 18.22 \quad t-m. \quad \Rightarrow \quad \frac{Mu}{\phi} = \frac{18.22}{0.90} = 20.24 \quad t-m.$$

$$Mn = kbd^2 = 54.35bd^2 = \frac{Mu}{\phi}$$, Asumiendo b = 30 cm $\Rightarrow$ $d = \sqrt{\frac{20.24x10^5}{54.35x30}} = 35.23\, cm.$

d = 35.23 $\Rightarrow$ dc = 6.22 { Ø 1" y □ = Ø 3/8"

$\Rightarrow$ $h = d + dc$ = 35.23 + 6.22 = 41.45 ≈ 45 cm.,usar: **b x h = 30 x 45**

Pre – cálculo

sea: dc = 6 cm $\Rightarrow$ d = 39 cm Mn = 54.35x30x39^2 = 24.80 t-m.

$As.\rho_{max}$ = 0.0159 x 30 x 39 = 18.60 cm^2

18.60 cm2 ________ 24.80 t-m

x ________ 20.24 t-m

x = 15.18 cm^2 <> 3 Ø 1" (15.30) que entran en una sola capa.

Cálculo:

$\Rightarrow$ dc = 6.22 cm $\rightarrow$ d = 38.78 cm. , Mn = 54.35x30x38.78^2 = 29.52 t-m > $\frac{Mn}{\Phi}$

$$As = \frac{20.24x10^5}{4200\left(38.78 - \frac{a}{2}\right)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85\,f'cb} = 0.7843As$$

a = 11.44 As = 14.58 a = 11.43

As =14.58cm^2 < > 5 Ø ¾" (14.20 cm^2)

Ejemplo Nº 03: Dimensionar y diseñar la sección central de la viga rectangular que se detalla a continuación, la viga esta sometida a una carga permanente de 2.1 t/m y una sobrecarga de 1.2 t/m, usar $f'c$ = 280 kg./cm^2, fy =3500 kg./cm^2, b= 30 cm, w=0.18

w_u

4.20 m.

Solución

w_u = 1.4 D + 1.7 L = 1.4 x 2.1 + 1.7 x 1.2 = 4.98 t/m

$$Mu = \frac{w_u l^2}{8} = \frac{4.98 \times 4.20^2}{8} = 10.98 \quad t-m \qquad \Rightarrow \qquad \frac{Mu}{\phi} = 12.2 \quad t-m$$

$$w = \frac{\rho \ fy}{f\acute{}c} \qquad \Rightarrow \qquad \rho = \frac{wf\acute{}c}{fy} = \frac{0.18x280}{3500} = 0.0144 \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho = 0.0144}$$

$$\Rightarrow \quad k = \rho \ fy(1-0.59w) = 0.0144x3500(1-0.59x0.18) \quad = \quad 45.05$$

$$Mn = f\acute{}cwbd^2(1-0.59w) = 280x0.18x30xd2(1-0.59x0.18) = \frac{Mu}{\phi} = 12.2\text{x}10^5$$

⇒ d = 30.04 cm → dc = 6.22 { Ø 1" y □ = Ø3/8"

h = d + dc = 30.04 + 6.22 = 36.26 cm. ⇒ h = 40 cm. Usar : $\boxed{bxh = 30x40cm}$

Pre-cálculo:

Sea dc = 6 cm, ⇒ d = 34 cm → Mn=45.05x30x34^2 = 15.62 t-m
As = 0.0144x30x34 = 14.69 cm^2

14.69 cm2 -------------- 15.62 t-m
x -------------- 12.2 t-m , x= 11.47 cm2 <> 5Ø ¾" (14.20 cm2) que entran en una sola capa.

Cálculo:

$$dc = 4 + 0.95 + \frac{1.91}{2} = 5.90, \qquad dc = 5.90 \text{ cm} \Rightarrow d = 34.10 \text{ cm.}$$

$$As = \frac{12.20x10^5}{3500(34.10 - \frac{a}{2})} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85 f\acute{}cb} = 0.4902As$$

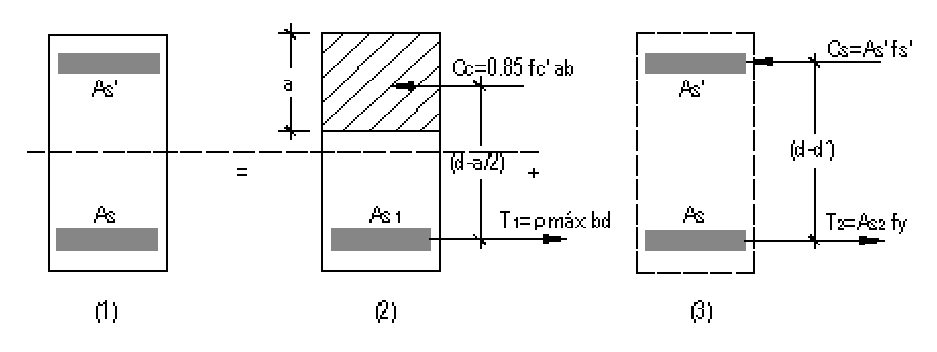
a = 5.44 As = 11.10 a = 5.44

$\boxed{As = 11.10\text{cm}^2}$ < > 4 Ø ¾" (11.36 cm^2)

2.8.4. Diseño de secciones rectangulares doblemente reforzadas.

El procedimiento de diseño de una sección rectangular con refuerzo en compresión consta de dos etapas. En la primera, se determina el momento resistente nominal de la sección considerando que esta cuenta únicamente con refuerzo en tensión y éste es un porcentaje de la cuantía básica.

En la segunda etapa del diseño, se determina la diferencia entre la resistencia requerida y la calculada en la primera fase $(Mu/\phi - Mn))$. Esta diferencia deberá ser asumida por el acero en compresión.



Cuando:

$Mn > Mu/\phi$, Se trata de diseñar una sección simplemente reforzada.

$Mn < Mu/\phi$, Se trata de una sección doblemente reforzada (o sea que la sección simplemente reforzada no es capaz de resistir los momentos externos, por lo tanto hay que colocar acero en compresión para incrementar la resistencia de la sección).

Entonces: $Mu' = \frac{Mu}{\phi} - Mn$, Momento último remanente que debe ser tomado por la sección (3) y debe cumplirse que: $Mu' \leq \frac{1}{2}\left(\frac{Mu}{\phi}\right)$, si no cumple, se debe cambiar las dimensiones de la sección o mejorar la calidad del concreto.

El Mn lo toma la sección (2) simplemente reforzada, entonces: $As_1 = \rho_{max} bd$

de (3): $Mu' = As'fs'(d-d') \Rightarrow$ $\boxed{As' = \frac{Mu'}{fs'(d-d')}}$

$Mu' = As_2 fy(d-d') \Rightarrow As_2 = \frac{Mu'}{fy(d-d')}$; $\boxed{As = As_1 + As_2}$

<u>Ejemplo 01</u>.- Diseñar el área de acero para la siguiente sección de viga de b x h = 30 x 55 cm., $f'c$ = 210 Kg./cm^2. y fy = 4200 Kg./cm^2. para un Mu = 45 t-m.

<u>Solución</u>

-) $\frac{Mu}{\Phi} = \frac{45}{0.90} = 50.0\ t-m.$

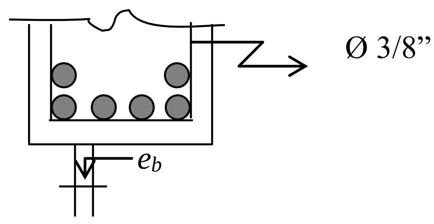
<u>Pre-cálculo</u> , sea dc = 6 cm. $\Rightarrow$ d = 49 cm.

Mn = 54.35x30x49^2 = 39.15 t-m. , $As\ \rho_{max}$ = 0.0159 x 30 x 49 = 23.37 cm^2.

23.37 cm^2. → 39.15 t-m.

x → 50.0 t-m , $\Rightarrow$ x = 29.85 cm^2. <> 6 Ø 1” (30.60 cm^2.)

Estos 6 Ø 1”pueden distribuirse:



$e_b = \frac{30-(8+2\times 0.95+4\times 2.54)}{3} = 3.31$ >Ø$_L$ = 2.54 cm., 2.5 cm. ,1$^{1/3}$ t.m.a.g.

$\Rightarrow\ dc = \frac{6.22\times 20.40+11.30\times 10.20}{30.60} = 7.91\ cm.$

Cálculo:

dc = 7.91 cm $\Rightarrow$ d = 47.09 cm. , Mn = 54.35 x 30 x 47.09^2 = 36.16 t-m.

Mn = 36.16 < $\frac{Mu}{\Phi} = 50\ t-m.$ $\Rightarrow$ Se trata de una sección doblemente reforzada.

$Mu' = \frac{Mu}{\phi} - Mn = 50 - 36.16 = 13.84\ t-m.$

Mu' = 13.84 t-m.

$\leq \frac{1}{2}\left(\frac{Mu}{\phi}\right) = 25\, t-m \quad OK.$

<u>Pre-cálculo</u> Para determinar *d'*

23.37 → 39.15 t-m
x → 13.84 t-m.
⇒ x = 8.29 cm^2. <> 2 Ø 1" que entran en una sola capa ⇒ d' = 6.22 cm.

Cálculo de las áreas de acero:

$As_1 = \rho_{max}\, bd$ = 0.0159x30x47.09 = 22.46 cm^2. ⇒ As_1 = 22.46 cm^2.

$$As_2 = \frac{Mu'}{fy(d-d')} = \frac{13.84\times10^5}{4200(47.09-6.22)} = 8.06\, cm^2 \quad \Rightarrow \quad As_2 = 8.06\, cm^2$$

$$As' = \frac{Mu'}{fs'(d-d')} \quad \rightarrow \quad fs' = 6000\left[1-\frac{6.22}{47.09}\left(1+\frac{4200}{6000}\right)\right] = 4652.7\ >\ fy$$

⇒ $f's = fy$, entonces: $As' = As_2$.

∴ $As = As_1 + As_2$ = 22.46 + 8.06 = 30.52 cm^2.

As = 30.52 cm^2. <> 6 Ø 1" (30.60 cm^2.).

As' = 8.06 cm^2. <> 3 Ø 3/4" (8.52 cm^2.).

Solución final:

0.55 | 3 Ø 3/4" | 2 Ø 1" | 4 Ø 1" | 0.30

d' = 4+0.95+1.91/2 =5.90
d' = 5.90 ≤ *d'* supuesto.
dc = 6.22 ≤ *dc* supuesto.

Verificación de dicha sección para ver si es bajo armada:

$$\rho = \frac{As}{bd} = \frac{30.60}{30\times47.09} = 0.0217 \qquad \rho' = \frac{8.52}{30\times47.09} = 0.0060$$

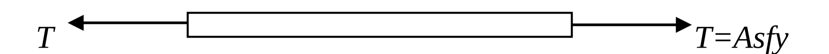
$$\rho_{max} = 0.75\rho_b + \rho'\frac{fs'}{fy} = 0.0159 + 0.0060 = 0.0219$$

$$\rho_{min} = \frac{0.85\times210\times0.85\times6000\times5.90}{47.09\times4200(6000-4200)} + 0.0060 = 0.0151 + 0.0060 = 0.0211$$

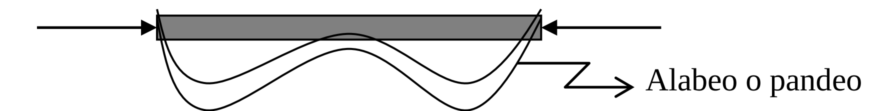
ρ_{min}=0.0211 < ρ = 0.0217 < ρ_{max} = 0.0219 ……….. OK.

NOTA:

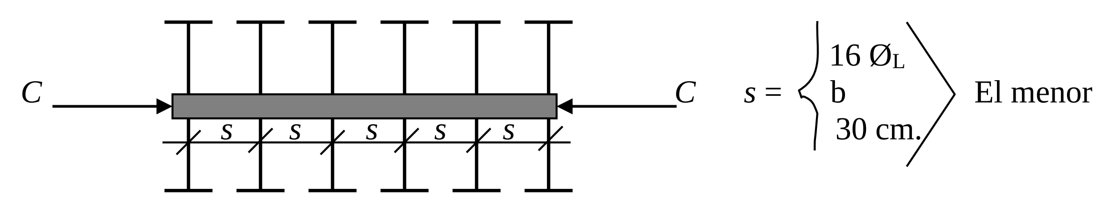
Si el acero trabaja a tracción o esta tensionado no tiene implicancia alguna:



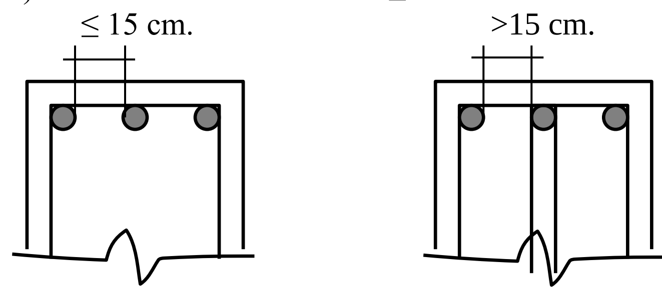
Pero cuando trabaja a compresión si tiene implicancia.



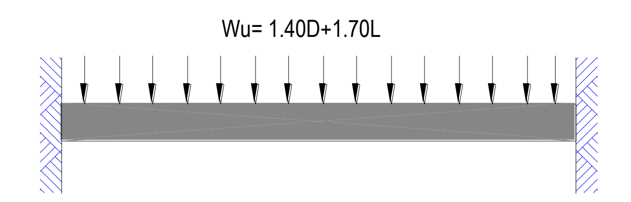
Por lo tanto el A.C.I. recomienda que se debe confinar para que dichas barras trabajen eficientemente.



Además debe cumplir que la distancia libre de una barra de esquina (barra perfectamente confinada) a una barra suelta debe ser ≤ 15 cm.



Ejemplo 02.- Para la viga que se muestra en la figura, diseñar la sección para el momento máximo, considerando $\rho_{max} = 0.50\,\rho_b$, b = 30 cm., h = 50 cm., $f'c$ = 210 Kg./cm^2., fy = 4200 Kg./cm^2., w_D = 4 t/m., (incluye el peso propio), w_L = 2.8 t/m.



Solución

-) $w_u = 1.4 \times 4 + 1.7 \times 2.8 = 10.36$ t/m., $\rho = 0.0106$

$$Mu^{(-)} = \frac{w_u l^2}{12} = \frac{10.36 \times 5.8^2}{12} = 29.04\ t-m.$$

$$Mu^{(+)} = \frac{w_u l^2}{24} = 14.52\ t-m. \quad \Rightarrow \quad \frac{Mu}{\Phi} = \frac{29.04}{0.90} = 32.27\ t-m.$$

-) $$K = \rho\, fy\left(1 - 0.59\frac{\rho\, fy}{fc'}\right) = 0.0106 \times 4200\left(1 - 0.59\frac{0.0106 \times 4200}{210}\right) = 38.95$$

$$K = 38.95$$

Pre-cálculo.- Para determinar dc., Sea dc = 6 cm. $\Rightarrow$ d = 44 cm.

Mn = 38.95 x 30 x 44^2 = 22.62 t-m.	13.99 cm^2. → 22.62 t-m.
As = 0.0106 x 30 x 44 = 13.99 cm^2.	x → 32.27 t-m.

x = 19.96 cm^2. <> 4 Ø 1” , que entran en una sola capa.

dc = 6.22 cm. $\Rightarrow$ *d* = 43.78 cm., *Mn* = 38.95 x 30 x 43.78^2 = 22.40 t-m. < *Mn/ф*

$\Rightarrow$ *Mu'* = 32.27 – 22.40 = 9.87 t-m. $\leq \frac{1}{2}\left(\frac{Mn}{\Phi}\right) = 16.14\ t-m.$

<u>Pre-cálculo</u> : *d'* = ?

13.99 → 22.62 t-m. | x = 6.10 cm^2. <> 3Ø ¾"

x → 9.87 t-m. | $\Rightarrow$ *d'* = 5.90 cm.

ÁREAS DE ACERO:

As_1= 0.0106 x 30 x 43.78 = 13.92 cm^2.

$$As_2 = \frac{9.87 \times 10^5}{4200(43.78 - 5.90)} = 6.20\ cm^2$$

As = 20.12 cm^2.

$$fs' = 6000\left[1 - \frac{5.90}{43.78}\left(1 + \frac{4200}{6000}\right)\right] = 4625 > fy \Rightarrow fs' = fy$$

Si *f's* = *fy* $\Rightarrow$ *As'* = As_2 = 6.20 cm^2.

As_{min}= ρ_{min} *b.d* = 0.0033 x 30 x 43.78 = 4.33 cm^2. < As'

$\Rightarrow$ **As = 20.12 cm^2.** <> 4Ø 1" , **As' = 6.20 cm^2.** <> 2Ø ¾"

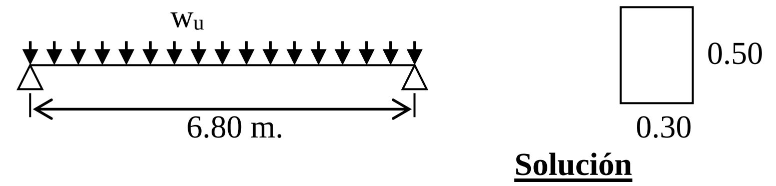
2 Ø ¾"

0.50 = Ø3/8"

4Ø 1"

0.30

Problema 03.- La viga que se muestra en la figura, forma parte de un sistema de vigas espaciadas a 3.0 m. entre ejes de vigas, las cuales sostienen una losa llena de concreto armado de 15 cm. de espesor. La losa soporta una carga permanente de 280 Kg./m^2. y una sobrecarga de 350 Kg./m^2. Diseñar la sección central de la viga . Usar *f'c* = 175 Kg./cm^2. y *fy* = 4200 Kg./cm^2.



<u>Solución</u>

Peso propio viga = 0.30x0.50x2.4 = 0.36 t/m.
Peso propio piso = 0.15x2.40x2.70 = 0.97 t/m. → w_D = 2.17 t/m.
Carga permanente = 0.28x3.00 = 0.84 t/m.
s/c = 0.35x3.00 = 1.05 t/m. → w_L = 1.05 t/m.

Wu = 1.4 x 2.17 + 1.7 x 1.05 = 4.82 t/m. **Wu = 4.82 t/m.**

$$Mu = \frac{Wu\ell^2}{8} = \frac{4.82 \times 6.80^2}{8} = 27.86\ t-m. \quad \Rightarrow \quad Mu = 27.86\ t-m.$$

$$\frac{Mu}{\phi} = \frac{27.86}{0.90} = 30.96\ t-m. \quad \Rightarrow \quad \frac{Mu}{\phi} = 30.96\ t-m.$$

Pre-cálculo.- d = ?

Sea dc = 6 cm. $\Rightarrow$ d = 44 cm.

$Mn = 45.29 x 30 x 44^2 = 26.30$ t-m.

$As = 0.0133 x 30 x 44 = 17.56\ cm^2$.

2 Ø ¾”

3 Ø 1”

17.56 ⟶ 26.30 t-m.

x ⟶ 30.96 t-m. ; x = 20.67 cm². <> 3Ø 1” + 2Ø ¾” (20.98 cm².)

Cálculo:

$$dc = \frac{6.22 \times 15.30 + 10.98 \times 5.68}{20.98} = 7.51 \quad \Rightarrow \quad dc = 7.51\,cm. \quad \Rightarrow \quad d = 42.49\ cm.$$

$$Mn = 45.29 \text{ x } 30 \text{ x } 42.49^2 = 24.53 \text{ t-m.} < \frac{Mu}{\phi} \quad \Rightarrow \quad Mu' = \frac{Mu}{\phi} - Mn$$

$$Mu' = 6.43 \text{ t-m.} < \frac{1}{2}\left(\frac{Mu}{\phi}\right) = 15.48\ t-m. \quad \textbf{OK.}$$

d' = ? 17.56 ⟶ 26.30 t-m.

x ⟶ 6.43 t-m. ; x = 4.29 cm². <> 2Ø ¾” $\Rightarrow$ d' = 5.90 cm.

ÁREAS DE ACERO

$$As_1 = \rho_{max}\, b.d = 0.0133 \text{ x } 30 \text{ x } 42.49 = 16.95 \text{ cm}^2. \Rightarrow As_1 = 16.95 \text{ cm}^2.$$

$$As_2 = \frac{Mu'}{fy(d-d')} = \frac{6.43 \times 10^5}{4200(42.49 - 5.90)} = 4.18\ cm^2 \quad \Rightarrow \quad As_2 = 4.18\ cm^2$$

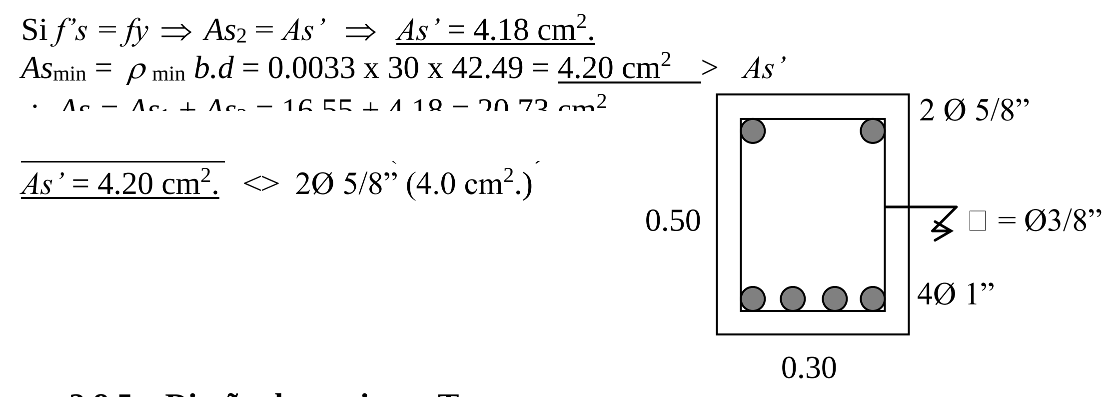
$$As' = \frac{Mu'}{fs'(d-d')}, \quad fs' = 6000\left[1 - \frac{5.90}{42.49}\left(1 + \frac{4200}{6000}\right)\right] = 4584 \ > \ \text{fy}$$

Si $f's = fy \Rightarrow As_2 = As' \Rightarrow As' = 4.18\ cm^2$.

$As_{min} = \rho_{min}\, b.d = 0.0033 \text{ x } 30 \text{ x } 42.49 = 4.20\ cm^2 > As'$

$\therefore As = As_1 + As_2 = 16.55 + 4.18 = 20.73\ cm^2$

$As' = 4.20\ cm^2$. <> 2Ø 5/8” (4.0 cm².)



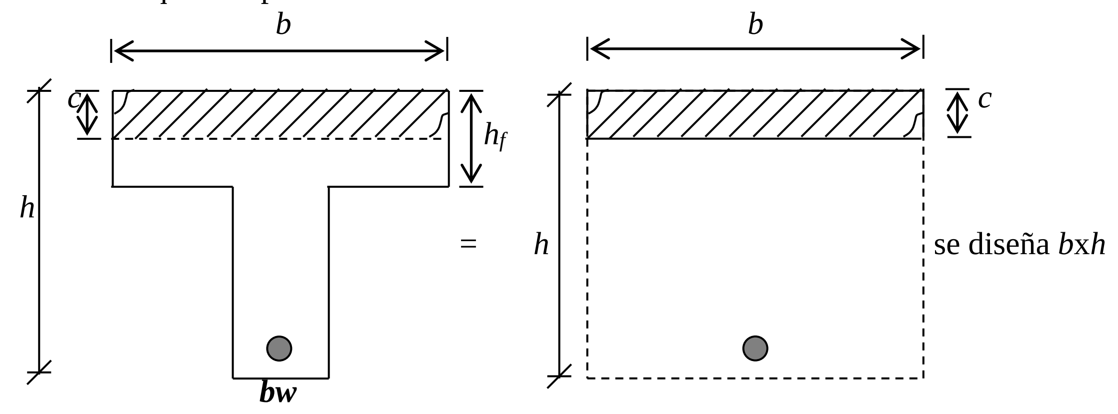
2.8.5. Diseño de secciones T.

Para el diseño de vigas T se debe analizar las distintas posibilidades de ubicación del eje neutro; tal como se hizo para el análisis.

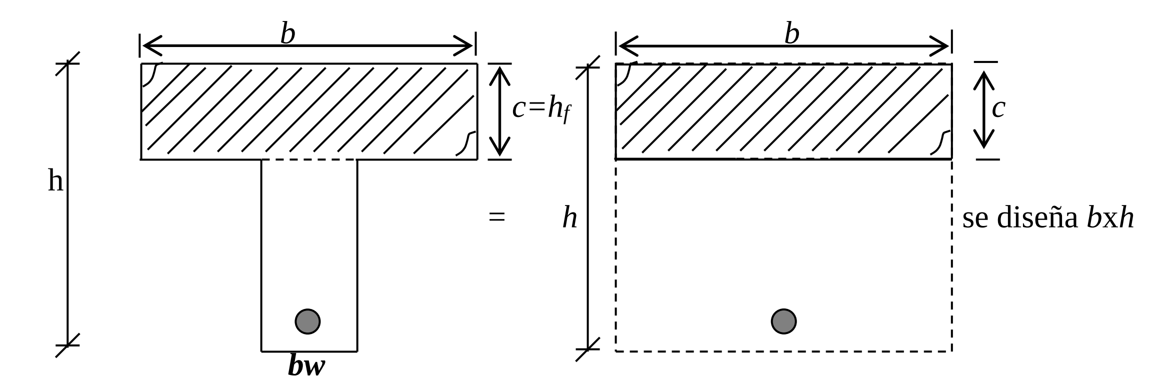
Caso 1.- El eje neutro se muestra dentro del espesor de la losa. la viga puede considerarse como una viga rectangular de ancho b, para fines de diseño, siendo válidas las ecuaciones

(16) ORTEGA GARCIA.Juan.Concreto armado I.pág.III-3.

desarrolladas para viga rectangulares. No interesa el ancho de la zona traccionada sino el ancho del bloque comprimido

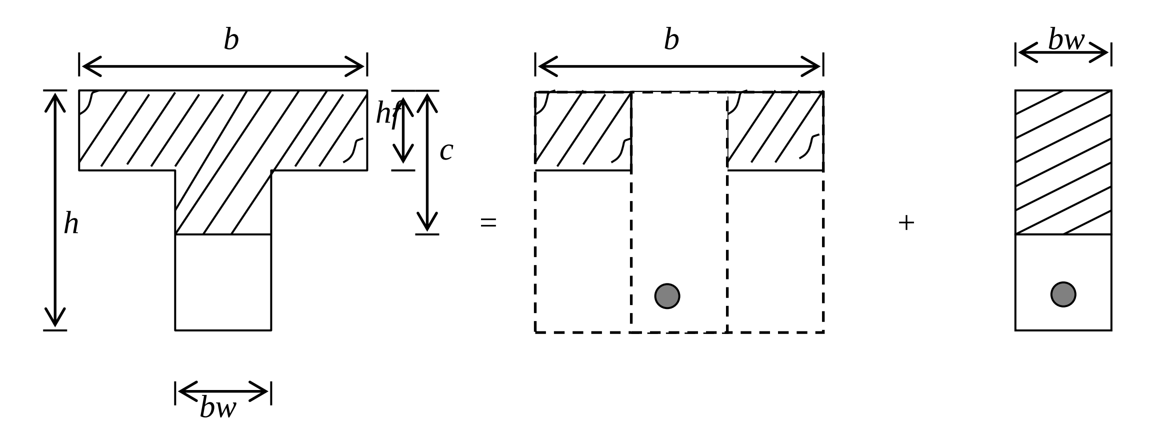


Caso 2.- El eje neutro se encuentra en el límite de espesor de la losa, y es equivalente al caso 1, en cuanto que el diseño sigue siendo el de una viga rectangular.

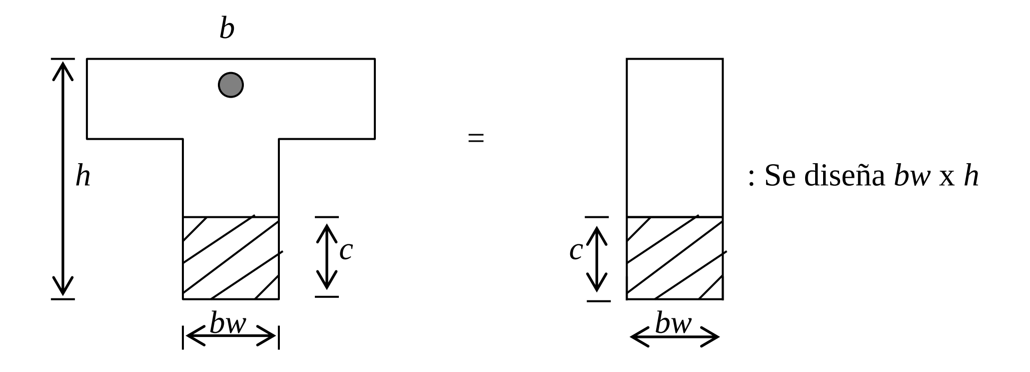


Caso 3.- El eje neutro ha sobrepasado el espesor de la losa . En este caso si tenemos una viga en forma de T para el bloque comprimido, que sin embargo, se puede descomponer en dos vigas rectangulares.

La primera con las alas totalmente comprimidas, que forma una viga rectangular de ancho (*b*-*bw*), y la segunda que es otra viga rectangular de ancho *bw*



Caso 4.- La compresión esta en la parte inferior y por tanto no interesa el ancho de la losa contribuyente, pues esta en tracción; para éste caso es evidente que el diseño es el de una viga rectangular de ancho bw



El procedimiento que se sigue para el diseño de vigas "T" es el siguiente:

1) Suponer que el bloque comprimido no ha excedido el espesor de la losa, esto significa diseñar una viga hipotética: *b* x *h*

2) Determinar el área de acero requerida para la sección rectangular de ancho *b* (caso de vigas con *As* en tracción) y encontrar el valor de "*a*" mediante la ecuación de equilibrio.

$$0.85 f'c\,ab = Asfy \quad \Rightarrow \quad a = \frac{Asfy}{0.85 fc'b} \quad ó \quad c = \frac{Asfy}{0.85 fc'\beta_1 b}$$

3) Si $a \leq hf$, La suposición hecha es correcto y el diseño estará concluido.
Si $a > hf$, entonces estamos en el caso 3. Para esto se divide en dos vigas rectangulares y fácil deducir que la primera sección de viga es conocida, puesto que el bloque comprimido esta totalmente determinado, siendo su área $(b\text{-}bw)hf$; donde $a = hf$.

4) Para la primera sección de viga se obtiene el acero en tracción que equilibra el bloque comprimido en base a:
$As_f fy = 0.85 f'c\,(b\text{-}bw)a$ .Y luego se obtiene su momento último resistente:
$$Mn_f = As_f\, fy\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

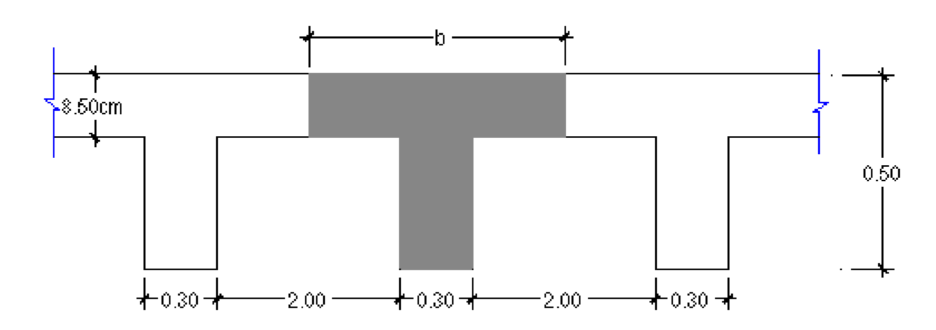
5) Conocido el $\dfrac{Mu}{\Phi}$; en base al análisis estructural y conocido el Mn_f de la primera viga de ancho $(b\text{-}bw)$, se obtiene por diferencia de momentos el momento que deberá resistir la segunda viga.

6)

En base a este momento de la segunda viga, se calcula el acero requerido en tracción; considerando una viga rectangular de ancho *bw*. Para esto se usa todo lo indicado para vigas rectangulares, determinándose así un área As_w (viga de ancho *bw*).

7) Conocido As_f y As_w , se suman estos dos refuerzos obteniéndose el área de la viga real de sección T.

Ejemplo 01: Diseñar la sección "T" que se muestra en la figura, para un momento actuante $Mu^{(+)} = 50$ t-m., $Ln = 6.00$ m., $B = B' = 2.00$ m., el espesor de la losa maciza es de 8.5 cm., usar $f'c = 175$ Kg./cm^2., $fy = 4200$ Kg./cm^2.



* Determinación del ancho *b*

$$b \leq \frac{Ln}{4} = \frac{600}{4} = 150\ cm.$$

$$\frac{b - bw}{2} \leq 8hf \quad \Rightarrow \quad \frac{b-30}{2} \leq 8 \times 8.5 \quad \Rightarrow \quad b = 166\ cm.$$

$$b - bw \leq b \quad \Rightarrow \quad b - 30 \leq 2 \quad \Rightarrow \quad b \leq 230\ cm. \quad \therefore \quad \underline{b = 150\ cm.}$$ (el menor)

* $\frac{Mu}{\phi} = \frac{50}{0.90} = 55.6\ t-m.$

* Considerando como una sección hipotética *b* x *h*; sea *dc* = 6 cm.

Mn = 45.29 x 150 x 44^2 = 131.5 t-m.

$As\rho_{max.}$ = 0.0133 x 150 x 44 = 87.78 cm^2.

87.78 cm^2. → 131.5 t-m.

x → 55.6 t-m., x = 37.11 cm^2. <> 8 Ø 1" (40.8 cm^2.)

dc

dc = 4 + 0.95 + 2.54 + 1.27

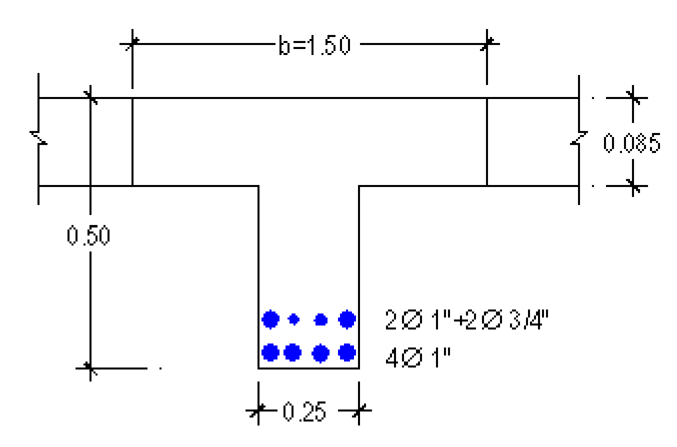
dc = 8.76 cm.

→ *d* = 41.24 cm.

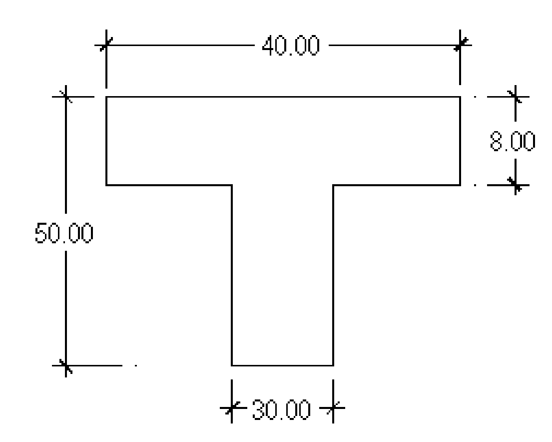
→ 0.85 *f'c ab* = *As fy* → $a = \frac{Asfy}{0.85 fc'b} = \frac{4200 As}{0.85 \times 175 \times 150} = 0.1882 As$

$$As = \frac{\frac{Mu}{\phi}}{fy\left(d - \frac{a}{2}\right)} = \frac{55.6 \times 10^5}{4200\left(41.24 - \frac{a}{2}\right)} \quad \Rightarrow \quad a = 6.6 \qquad As = 34.89 \qquad a = 6.6\ \text{cm}$$

a = 6.6 cm → *c* = 7.76 cm. < *hf* => <u>*As* = 34.89 cm^2</u>. <> 6 Ø 1" + 2 Ø ¾" (36.28 cm^2.)



Ejemplo 02.- Sin tener en consideración las características geométricas diseñar la siguiente sección.

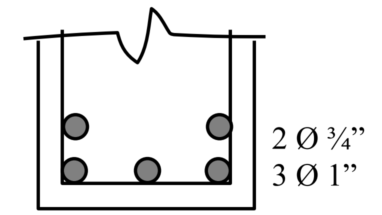


$f'c$ = 175 Kg./cm^2.
fy = 4200 Kg./cm^2.
Mu = 28.0 t-m.

Solución

- $\frac{Mu}{\phi} = 31.1\, t - m.$
- Considerando como una sección hipotética *b*x*h*; sea *dc* = 6 cm. → *d* = 44 cm.

  Mn = 45.29 x 40 x 44^2 = 35.1 t-m.   23.41 cm^2. → 35.1 t-m.
  As = 0.0133 x 40 x 44 = 23.41 cm^2 x → 31.1 t-m.
  X = 20.74 cm^2. <> 3 Ø 1" + 2 Ø ¾" (20.98 cm^2.)



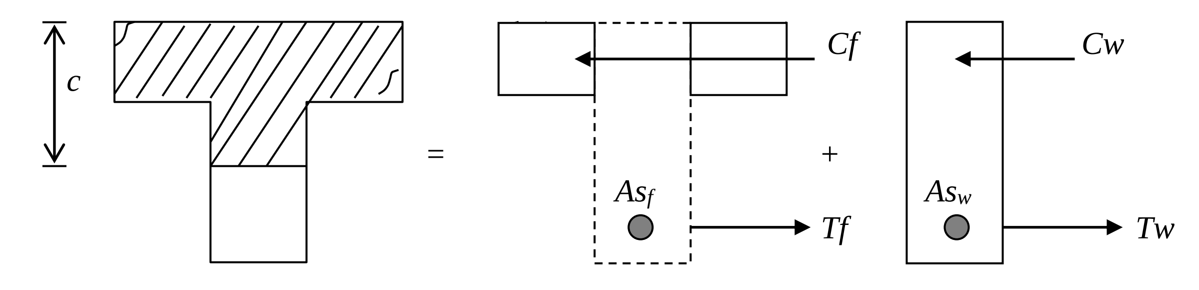
$$dc = \frac{6.22 \times 15.30 + 10.98 \times 5.68}{20.98} = 7.51\ cm.$$

dc = 7.51 cm. → *d* = 42.49 cm.

$$\Rightarrow \quad a = \frac{Asfy}{0.85\, fc'b} = 0.7059 As \quad ,$$

$$As = \frac{31.1 \times 10^5}{4200\left(42.49 - \frac{a}{2}\right)} \quad \Rightarrow \quad a = 14.92\ cm. \quad As = 21.14 \quad a = 14.92\ \text{cm}$$

le una sección "T" verdadera



Cf = 0.85 $f'c$ (b-bw)hf = 0.85 x 175 (40-30) 8 = 11.9 Tn.

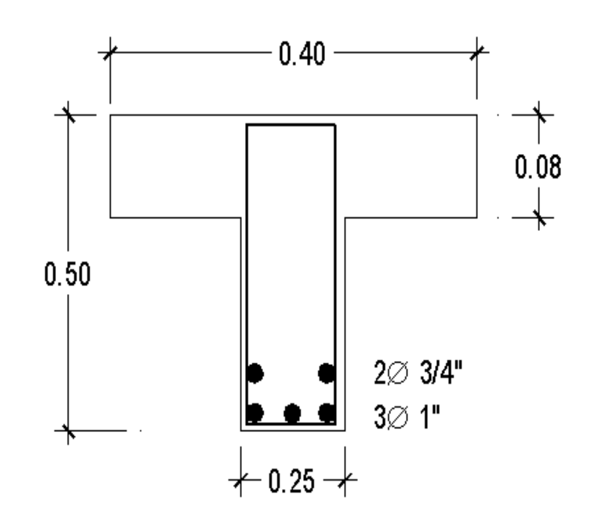
$$Cf = As_f\, fy \quad \Rightarrow \quad As_f = \frac{11.90}{4200} = 2.83\, cm^2 \quad \Rightarrow \quad As_f = 2.83\, cm^2$$

$$Mn_f = As_f\, fy\left(d - \frac{hf}{2}\right) = 11.9\left(42.49 - \frac{8}{2}\right) = 4.58\, t-m. \approx 4.6\, t-m.$$

$$\Rightarrow \quad Mn_w = \frac{Mu}{\Phi} - Mn_f = 31.1 - 4.6 = 26.5\, t-m.$$

$a = 17.2$ $As_w = 18.34$ $a = 17.3$,$\Rightarrow As_w = 18.34\ cm^2$.

$As = As_f + As_w = 2.84 + 18.34 = 21.17\ cm^2$.
<u>$As = 21.17\ cm^2$</u> . <> 3 Ø 1" + 2 Ø ¾" (20.98 cm^2.)



III.- Vigas y sistemas de pisos en una sola dirección

3.1. EVALUACIÓN DE LAS SOLICITACIONES POR FLEXIÓN.

Una vez realizada la estructuración, se procede a pre dimensionar (pre-diseño) los elementos estructurales, metrar, luego a modelar la estructura e idealizar para realizar el análisis respectivo.

El proceso de idealización requiere plantear un modelo que represente la respuesta GLOBAL de la estructura y en el que se han discriminado los elementos que no tienen una función principal en la respuesta de conjunto.

El modelo analítico de la estructura debe especificar las condiciones de continuidad entre un elemento y otro y las de frontera entre la estructura y sus apoyos. Las condiciones de continuidad entre los elementos de una estructura dependen esencialmente del detalle constructivo con que se resuelve la conexión (puede ser nudo rígido o una articulación). La continuidad entre los elementos de una estructura produce hiperestaticidad y por lo tanto vuelve más laborioso el análisis.

Las solicitaciones se pueden obtener mediante:

A. EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL.- O sea graficando los diagramas de envolventes de los momentos flectores, obtenidos analíticamente mediante métodos clásicos, tales como el Cross, Kany o métodos más modernos como el de rigidez o flexibilidad, generalmente empleados matricialmente en los programas de computadoras.

Se trabaja con luces tomado a ejes de los elementos o, mediante la consideración de luces libres y brazos rígidos en el caso de elementos con peraltes significativos (fig.III-1). En estos casos el uso de brazos rígidos permite una evaluación más real de los esfuerzos en los elementos ya que, si se consideran luces a ejes se distorsiona su deformación debido al tamaño importante de los apoyos

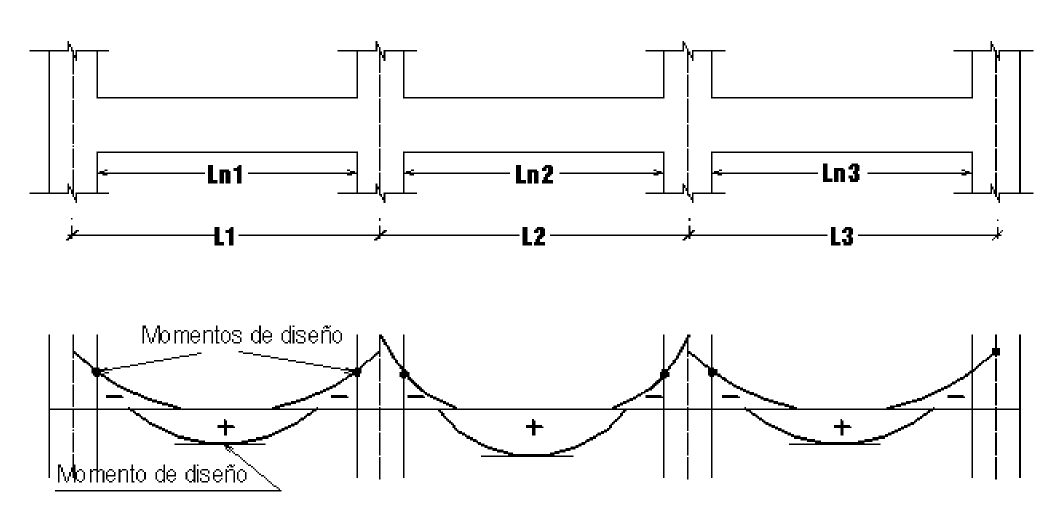
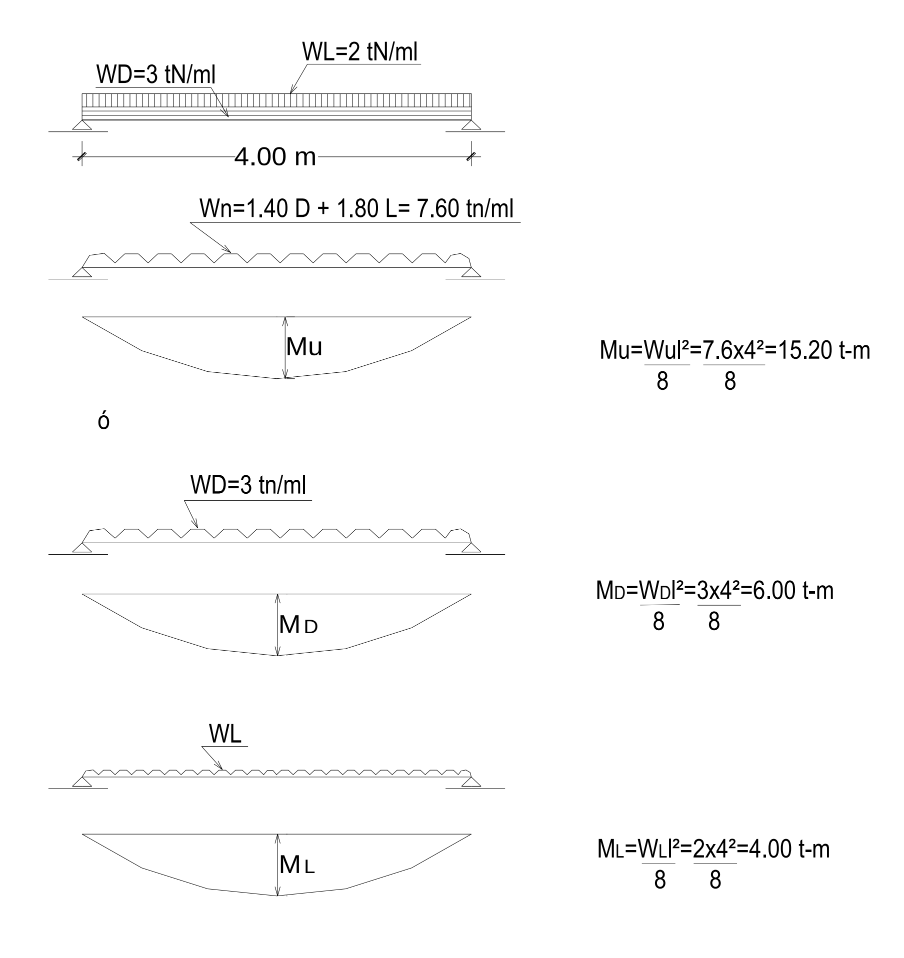


Fig. III-1 .- Diagrama de momentos flectores

L_1, L_2, L_3,..........., Luces entre ejes de apoyos.
Ln_1, Ln_2, Ln_3,....., Luces libres entre cara de apoyos.

Para obtener los momentos de diseño, los factores de carga, pueden aplicarse a las cargas o a los momentos; así por ejemplo.



. . $M_L=1.40xM_D+1.70M_L=1.4x6+1.70x4=15.20$ t-m

Cuando la carga viva o sobrecarga son importantes en relación a la carga muerta, es conveniente considerar en el análisis la posible alternancia de las primeras(21).

La alternancia de cargas vivas es una situación real en una estructura y puede generar momentos mayores a los obtenidos al considerar todo los tramos uniformemente cargados, así como zonas donde se produzcan inversión de momentos.

La norma considera que el análisis de alternancia de carga viva debe prever:

- Tramos cargados dos a dos, para obtener momentos máximos negativos en los apoyos intermedios a ellos.
- Tramos alternados cargados con carga viva (uno sí, el siguiente no y así sucesivamente), para obtener momentos máximos positivos en los tramos cargados.

A continuación se muestran los esquemas de los diversos estados de carga que se producen al considerar la alternancia para un aligerado de tres tramos (fig. III-2)

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

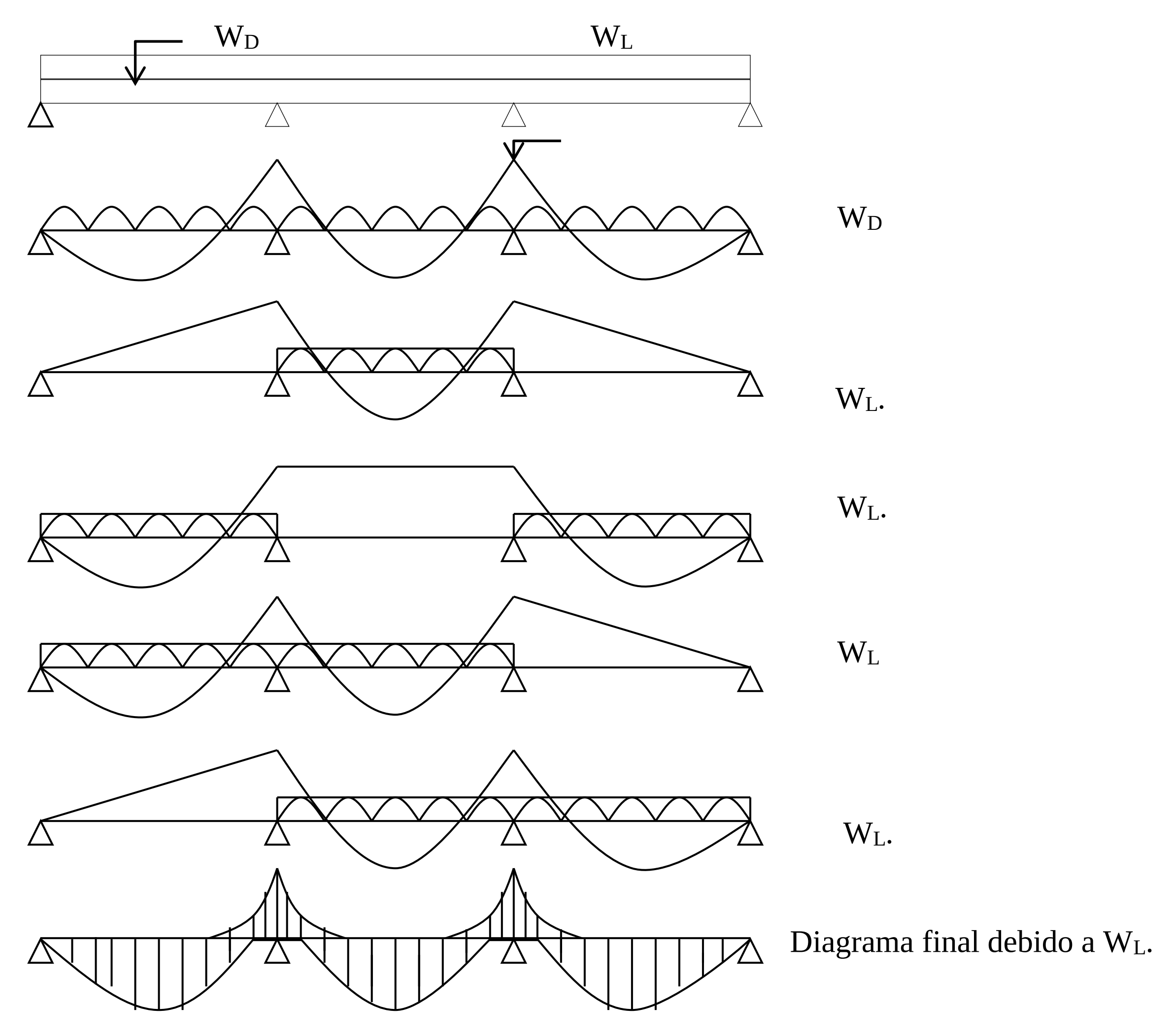


Fig. III-2 Alternancia de la carga viva.

Adicional a la consideración de alternancia de carga viva, se debería considerar la posibilidad de desplazamiento lateral, el cual se produce por la asimetría de cargas o por la asimetría de la propia estructura cuando se analizan pórticos.

Uno de los aspectos más importantes cuando se realizan análisis de cargas de gravedad por computador, son las diferencias que se obtienen en relación a los análisis Tradicionales (como el Cross por ejemplo). Las razones de las diferencias son varias, pudiéndose señalar(22):

a. La diferencia entre resolver el pórtico completo y el de aislar un nivel determinado empotrando sus columnas en los extremos.
b. El hecho de considerar en los análisis por computadora el desplazamiento lateral producido por la asimetría de cargas o de elementos estructurales.
c. El hecho de considerar la deformación axial de las columnas, la cual no es uniforme en todas, lo que produce momentos en vigas y columnas, los cuales generalmente no se calculan en los análisis convencionales, y sin embargo, se pueden evaluar cuando se resuelve el pórtico completo en computador.

Las deformaciones axiales influyen considerablemente en los resultados, sobre todo en el caso de tenerse columnas de igual sección; en este caso las columnas interiores que cargan prácticamente dos veces la carga de las columnas exteriores, se deformarán

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

dos veces más, produciendo momentos en los extremos de las vigas, los cuales se distribuyen en todos los elementos.

Sin embargo, un análisis de este tipo, aparentemente exacto, tampoco es muy confiable por el hecho que la computadora aplica las deformaciones instantáneamente y con el pórtico completo. La realidad en obra no es así por cuanto el proceso constructivo es lento y los momentos se van generando paulatinamente, distribuyéndose en distintas etapas y con distintos elementos; por ejemplo en un determinado nivel no hay todavía columnas del piso superior y por tanto ellas no participan en la distribución de momentos.

B.- MÉTODOS DE LOS COEFICIENTES.- Es un método aproximado y es utilizado al análisis de vigas y losas armadas en una sola dirección bajo cargas de gravedad. Siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

a. Existan dos o más tramos.
b. Los tramos sean aproximadamente iguales. La longitud del mayor de dos tramos adyacentes no deberá diferir de la del menor en más de 20%
c. Las cargas deben ser uniformemente distribuidas.
d. La carga viva no deben ser mayor que el triple de la carga muerta (la alternancia de carga viva no es importante); $W_L \leq 3\ W_D$.
e. Los elementos analizados deben ser prismáticos.

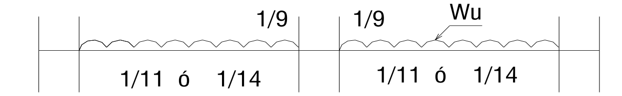
VALORES DE LOS COEFICIENTES.

Los momentos flectores y fuerzas cortantes son función de la carga última aplicada, de la luz libre entre los tramos y de las condiciones de apoyo. El código propone las siguientes expresiones para determinarlo:

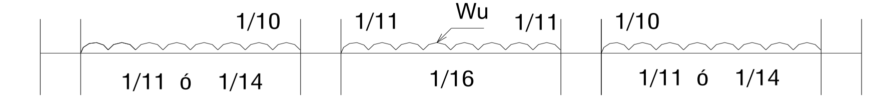
- Momentos positivos:
  Tramo exterior
  Extremo discontinuo no solidario con el apoyo -------------------------------- 1/11
  Extremo discontinuo es monolítico con el apoyo ------------------------------ 1/14
  Tramos interiores --- 1/16
- Momento negativo en la cara exterior del primer apoyo interior
  dos tramos -- 1/9
  más de dos tramos -- 1/10
- Momento negativo en las demás caras de los apoyos interiores ------------- 1/11
- Momento negativo en la cara interior del apoyo exterior si el elemento es solidario con el apoyo.
  Si el apoyo es una viga -- 1/24
  Si el apoyo es una columna -- 1/16
- Momento negativo en la cara de todo los apoyos interiores para losas con luces menores que 3.00 m. y para vigas en las que la relación entre la suma de las rigideces de las columnas y la rigidez de la viga excede 8, en cada extremo del tramo, el coeficiente será: ---1/12

A continuación, se muestra más claramente cada condición de apoyo. (fig. III-3).

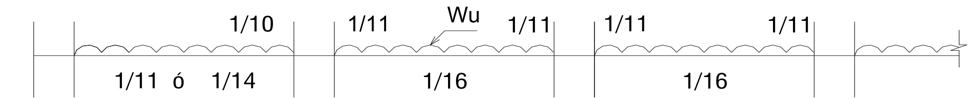
A).- Para dos tramos :



B).- Para tres tramos :



C).- Para varios tramos :



Momentos negativos en los apoyos exteriores :

Se utilizará 1/24 cuando el apoyo es una viga.
1/16 cuando el apoyo es una columna ó muro de concreto armado.

Momentos positivos en el tramo exterior :

Se utilizará 1/11 cuando el apoyo exterior es no monolítico.
1/14 cuando el apoyo exterior es monolítico.



Fig. III-3 Coeficientes del A.C.I para flexión

3.2. REDISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS(23).

Una de las ventajas más importantes del diseño en concreto armado es el de la redistribución de momentos.

Mediante este título se reconoce la factibilidad de reducir los momentos obtenidos en el análisis elástico de la estructura en una o varias secciones determinadas, a condición de aumentar el momento en otras secciones, de manera que se siga cumpliendo el equilibrio; si tomamos como ejemplo el tramo de viga o losa indicada en la fig. III-4 y arbitrariamente disminuimos el momento M_1 hasta un valor M_4, debemos redistribuir todo el diagrama obteniendo un momento positivo tal como M_5 que evidentemente será mayor a M_3 , de modo tal que siempre se cumpla con un momento total elástico M, igual a $Wl^2/8$ para el caso de una viga con carga uniformemente distribuida.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

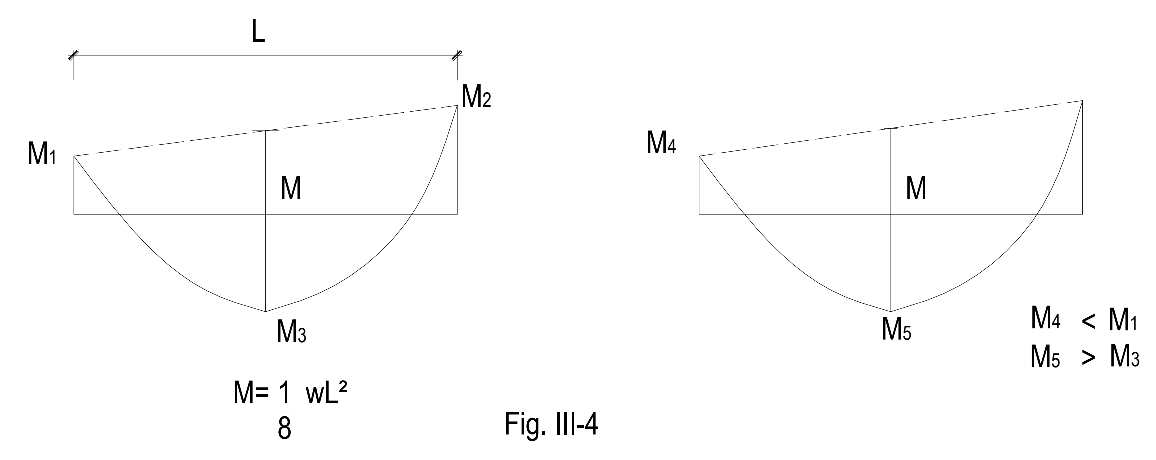


Fig. III-4

La redistribución de momentos conlleva la incursión en régimen plástico o inelástico sin que esto signifique que la sección que llegue a esta etapa ha fallado, siempre y cuando se tenga diseños que aseguren un comportamiento dúctil. Anteriormente ya se ha estudiado la condición de viga sub-reforzada que debe existir para asegurar que el acero en tracción fluya antes que el bloque comprimido llegue a su capacidad máxima.

La norma peruana establece la redistribución de momentos considerando que los momentos negativos calculados por medio de la teoría elástica en los apoyos de elementos continuos sujetos a flexión, se podrán aumentar o disminuir en no más de:

$$20\left[1-\frac{\rho-\rho'}{\rho_b}\right]\%$$

Y que los momentos negativos así modificados deberán usarse para calcular los momentos y fuerzas internas en cualquier otra sección del elemento.

La norma indica que no se podrán diseñar considerando redistribución de momentos, en el caso en que los momentos hayan sido obtenidos en un análisis aproximado como por ejemplo, usando el método de los coeficientes.

Adicionalmente indica que la redistribución de momentos deberá hacerse solamente cuando la sección en la cual se reduce el momento, se diseña de tal manera que ρ ó $\rho - \rho'$ sea menor o igual a $0.5\,\rho_b$.

Esta última exigencia condiciona indirectamente los diseños de elementos sismos-resistentes al tope de: $\rho \leq 0.5\ \rho_b$. ó $\rho - \rho' \leq 0.5\,\rho_b$., el cual es más restrictiva en relación a lo anteriormente indicado de $0.75\ \rho_b$. Esta exigencia se debe que como en el diseño sismo-resistente se trabaja con fuerzas y momentos reducidos por ductilidad (R_d), es obvia la necesidad de considerar secciones con capacidad de redistribuir momentos (formación de rótulas plásticas).

Sin embargo en las exigencias sísmicas dados en el ACI, ya no se exige cumplir con $(\rho - \rho') \leq 0.5\,\rho_b$, y ahora solo se indica un refuerzo total que no exceda una cuantía de 0.025

La razón de limitar, la cuantía total a 0.025 es práctica, para no tener tal cantidad de acero que haga complicado su vaciado.

Por otro lado debemos señalar que en los diseños reales, se parten de un adecuado dimensionamiento, se cumplen con facilidad los límites dados en la norma peruana y en el ACI.

Como veremos más adelante que al dimensionar vigas el peralte será de 1/10 a 1/14 de la luz, para lo cual se obtendrán diseños donde no es necesario recurrir a refuerzos en compresión. Si por otro lado vemos que las exigencias para diseño sismo-resistente se requieren la colocación obligatoria de acero en compresión, que sea capaz de proporcionar un momento resistente en tracción de por lo menos 1/3 del proporcionado en la cara opuesta, se concluye que en la práctica siempre se cumple con la condición $\rho - \rho' \leq 0.50\ \rho_b$.

3.3. DISEÑO DE VIGAS(24).-

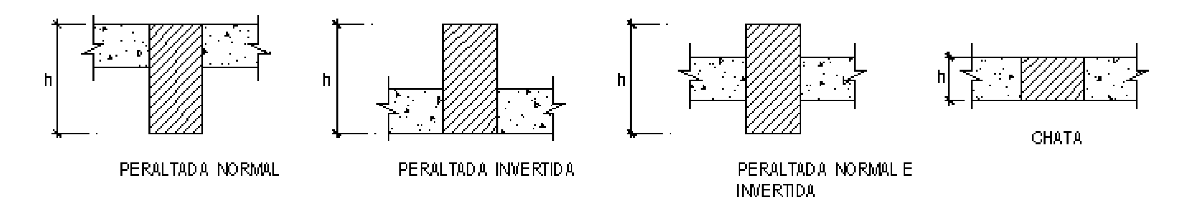
Las vigas son los elementos que reciben la carga de las losas, y la tramiten hacia otras o directamente hacia las columnas o muros.

Generalmente las vigas forman las denominadas ejes de la estructura, teniendo las columnas ubicadas en sus intersecciones. El conjunto formado por las vigas y las columnas reciben el nombre de pórticos.

Además de la función ya indicada (relativa a dar apoyo a las losas y transmitir su carga hacia las columnas o muros), las vigas tienen una función sísmica importantísima. Esta es la de constituir junto con las columnas y muros los elementos resistentes a los diferentes esfuerzos producidos por las fuerzas horizontales del sismo (cortantes, momentos y axiales), y por ser los elementos que ayuda a proporcionar rigidez lateral.

Las vigas pueden ser peraltadas o chatas dependiendo de su altura o peralte; se denomina viga peraltada aquella que tiene un altura mayor al espesor del techo y por tanto es visible. Las vigas peraltadas pueden ser invertidas, cuando sobresalen a la parte superior de la losa.

El comportamiento de una viga peraltada y el de una invertida (de la misma altura) es idéntico en cuanto a rigidez y resistencia, y solo es diferente en cuanto a los esfuerzos internos de su alma, por tener una carga apoyada sobre ella y la otra carga Colgada de ella.



Las diferencias entre una viga peraltada y una viga chata si son notorias puesto que comprenden no solo su capacidad resistente por flexión y cortante, sino su capacidad de deformación (rigidez o flexibilidad). Es obvio que una viga peraltada se deformará menos y tendrá mayor capacidad resistente que una viga chata debido a su mayor inercia y su mayor brazo de palanca interno.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

Si se tuviera por ejemplo una viga de 30 cm. de ancho por 60 cm. de peralte, y otra de 60 cm. de ancho por 30 cm. de peralte, y si recibieran la misma carga y tuvieran la misma luz, las deflexiones estarían en las siguiente proporción.

Viga 30 x 60:

$$I = \frac{30 \times 60^3}{12} = 540{,}000\ cm^4$$

Viga de 60 x 30:

$$I = \frac{60 \times 30^3}{12} = 135{,}000\ cm^4$$

Relación de inercia = $\frac{540{,}000}{135{,}000} = 4$

Por lo tanto la deflexión de la viga chata será 4 veces más grande que la de la viga peraltada indicada.

El peralte de las vigas también es importante para el control de las deformaciones laterales de las edificaciones conformadas por pórticos, puesto que influye directamente en la determinación de la rigidez lateral.

Si imaginamos dos pórticos de las mismas características de luz, altura y dimensiones de columnas, y solo variamos la sección de la viga, encontramos que el pórtico con vigas de mayor peralte se deformará lateralmente menos que el de viga chata o menos peraltada.

De todo lo indicado anteriormente se puede concluir que es difícil poder recurrir a vigas chata cuando los esfuerzos actuantes son considerables. Es bastante difundido el concepto que las vigas peraltadas deben usarse en los denominados pórticos principales y que las vigas chatas puedan usarse en las secundarias.

Si no existieran las fuerzas de sismos la afirmación anterior sería totalmente válida; pues en las viga secundarias, al no existir cargas debidas a la losa (peso propio, piso terminado y sobre carga), solo se tiene la carga debida al peso propio de la viga y eventualmente la de algún tabique o parapeto directamente apoyado sobre ella, lo cual no constituye una carga muy importante.

Si se considera edificaciones que van a estar sometidas a fuerzas de sismo, como las existentes en el Perú, no se puede afirmar que las vigas secundarias pueden ser siempre chatas, puesto que esto significaría que los esfuerzos debidos al sismo van a ser pequeños; el sismo actúa en una edificación en una dirección cualquiera, sin interesarle cual es la dirección que el arquitecto o el ingeniero consideró como principal o secundaría.

El objetivo primordial de proporcionar resistencia y rigidez en las dos direcciones de la edificación se puede lograr considerando vigas de adecuada sección en las dos direcciones y recurriéndose además a columnas y muros (placas) convenientemente ubicadas en planta.

3.3.1. Predimensionamiento de vigas.-

Consiste en proponer con bastante aproximación las dimensiones de los diversos elementos que conforman una estructura, en base a las disposiciones que contempla el R.N.C. , el código A.C.I. y la N.P.

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

PRIMER CRITERIO.-

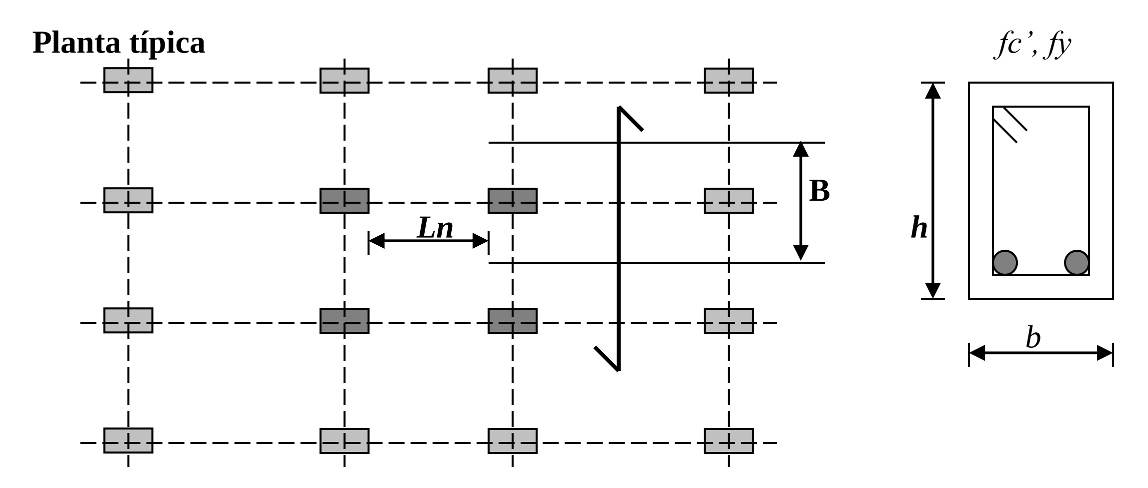
Las vigas se dimensionarán generalmente considerando un peralte de $h = \frac{Ln}{10 \approx 14}$ (incluye el espesor de la losa del techo) el ancho es menos importante que el peralte pudiendo ser: b = 0.30 a 0.50h, $b = \frac{ancho\ tributario}{20}$ ó $b = b_{columna}$

La norma peruana indica que b mínimo es igual a 25 cm. para el caso que estas forman parte de pórticos o elementos sismos-resistentes de estructuras de concreto armado. Esta limitación no impide tener vigas de menor espesor (15 ó 20 cm.) si se trata de vigas que no forman pórticos.

Las vigas denominadas “secundarias”,porque no cargan la losa de los pisos o techos pueden tener menos peralte si se admite que ellas solo reciben esfuerzos debidos al sismo; sin embargo si se tiene en cuenta que los esfuerzos de sismo son muchas veces más importantes que los de cargas de gravedad, no debe reducirse mucho su peralte pues además se estará perdiendo rigidez lateral en esa dirección. Como ya se indico anteriormente el objetivo es estructurar considerando rigidez lateral y resistencia en las dos direcciones de la edificación y por tanto debe disponerse vigas peraltadas en las dos direcciones, a menos que se haya considerado un número importante de placas en la dirección secundaria con lo cual se podría disponer de vigas chatas[25].

Actualmente es común considerar vigas de igual peralte en las dos direcciones de la edificación, aumentando el ancho para el caso de las vigas principales.

SEGUNDO CRITERIO[26].-



El momento flector último de una sección cualquiera puede expresarse como sigue:

$$Mu = \frac{Wu \times B \times Ln^2}{\alpha} \quad \text{...(1)}$$

Donde Wu : Carga por unidad de área.
Ln : Longitud libre.
B : Dimensión transversal tributaria.
α : Coeficiente de momento (depende de la ubicación de la sección y de las restricciones en los apoyos).

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

Para una sección rectangular con acero solo en tracción, de acuerdo al ACI 318-99 se tiene:

$$\frac{Mu}{\Phi} = fc'w(1-0.59w)bd^2 \quad \text{...(2)}$$

Donde: $w = \frac{\rho \ fy}{fc'}$

De las expresiones (1) y (2) : $\frac{(Wu\,B)Ln^2}{\alpha\,\Phi} = fc'w(1-0.59w)bd^2$

De donde: $d = Ln\sqrt{\frac{WuB}{\alpha\,\Phi fc'bw(1-0.59w)}}$ .... (3)

Considerando las secciones de momento positivo máximo, asumimos:

α = 16 ρ = 0.007 (0.7%)

ϕ = 0.90 b = B/20

fc' = 210 Kg./cm^2 *Wu* = en Kg./cm^2

fy = 4200 Kg./cm^2.

$w = \frac{\rho \ fc'}{fy} = \frac{0.007\times 210}{4200} = 0.14$; por consiguiente:

$$\frac{h}{1.1} = Ln\sqrt{\frac{WuB}{16\times 0.90\times 210\times \frac{B}{20}\times 0.14(1-0.59\times 0.14)}} = Ln\sqrt{\frac{Wu}{19.42}}$$

$$h = 1.1Ln\sqrt{\frac{Wu}{19.42}} = \frac{Ln}{\left(\frac{4.01}{\sqrt{Wu}}\right)} \Rightarrow \boxed{h = \frac{Ln}{\left(\frac{4}{\sqrt{Wu}}\right)}}$$

Aplicaciones

*) **Oficinas y Departamentos**: s/c = 250 Kg./m^2.

Determinación de *Wu.*

p. p. aligerado = 350 Kg./m^2.
p. p. acabados = 100 Kg./m^2. → W_D = 600 Kg./m^2.
Tabiquería = 150 Kg./m^2.
s/c = 250 Kg./m^2. → W_L = 250 Kg./m^2.

Wu = 1.4 D + 1.7 L = 1.4 x 600 + 1.7 x 250 → Wu = 1265 Kg./m^2.

Usamos: Wu = 0.13 Kg./cm^2. $\Rightarrow \quad h = \frac{Ln}{\left(\frac{4}{\sqrt{0.13}}\right)} = \frac{Ln}{11.09} \Rightarrow \boxed{h = \frac{Ln}{11}}$

*) **Garajes y Tiendas** : s/c = 500 Kg./m^2.

Determinación de Wu.

p. p. aligerado = 350 Kg./m^2. → W_D = 450 Kg./m^2.
p. p. acabados = 100 Kg./m^2.
s/c = 500 Kg./m^2. → W_L = 500 Kg./m^2.

Wu = 1.4 D + 1.7 L = 1.4 x 450 + 1.7 x 500 ⟶ Wu = 1480 Kg./m^2.

Usar: Wu = 0.15 Kg./cm^2. $\Rightarrow \quad h = \dfrac{Ln}{\left(\dfrac{4}{\sqrt{0.15}}\right)} = \dfrac{Ln}{10.33} \quad \Rightarrow \boxed{h = \dfrac{Ln}{10}}$

*) **Deposito A :** s/c = 750 Kg./m^2. (Almacenaje pesado en bibliotecas)

Determinación de Wu.

p. p. aligerado = 350 Kg./m^2.
p. p. acabados = 100 Kg./m^2. → W_D = 450 Kg./m^2.
s/c = 750 Kg./m^2. ⟶ W_L = 750 Kg./m^2.

Wu = 1.4 D + 1.7 L = 1.4 x 450 + 1.7 x 750 ⟶ Wu = 0.19 Kg./cm^2.

$$\Rightarrow \quad h = \frac{Ln}{\left(\dfrac{4}{\sqrt{0.19}}\right)} = \frac{Ln}{9.18} \quad \Rightarrow \boxed{h = \frac{Ln}{9}}$$

*) **Deposito B** : s/c = 1000 Kg./m^2.

Determinación de Wu.

W_D = 450 Kg./m^2. ; W_L = 1000 Kg./m^2. entonces Wu = 0.23 Kg./cm^2.

$$\Rightarrow \quad h = \frac{Ln}{\left(\dfrac{4}{\sqrt{0.23}}\right)} = \frac{Ln}{8.34} \quad \Rightarrow \boxed{h = \frac{Ln}{8.5}}$$

Modificación de las dimenciones de las vigas[27]:

a. Criterios de igualdad de cuantía, el momento actuante, Mu es el mismo para dos juegos diferentes de dimensiones de vigas (b x h y b_0 x h_0) ; $Mu = Mu_0$

   $Mu = \phi f'c\ w(1\text{-}0.59w)\ bd^2 = \phi f'c\ w(1\text{-}0.59w)\ b_0 d_0^2$.

   De donde $bd^2 = b_0 d_0^2$.
   Para casos prácticos se puede intercambiar los peraltes efectivos "d" por su altura "h" $\Rightarrow bh^2 = b_0 h_0^2$.

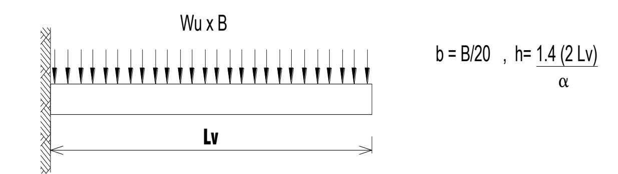
b. Criterios de igualdad de rigideces, las rigideces de las dos secciones es la misma por lo tanto: $bh^3 = b_0 h_0^3$.

   Este criterio es recomendable para sistemas aporticados en zonas de alto riesgo sísmico. También es recomendable para el dimensionamiento de vigas "chatas".

   Es recomendable que las vigas chatas no tengan luz libre mayor de 4 metros.
   Para vigas chatas menores de 4 metros se estima que su costo es igual al de una viga peraltada. Para vigas chatas mayores de 4 metros el costo es algo mayor.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

*) **Predimensionamiento de una viga en voladizo**.



3.3.2. Empalmes de varillas.

Los empalmes son utilizados cuando la longitud del refuerzo en un elemento excede la longitud comercial de las varillas de acero y es necesario unir dos de ellas para conseguir el largo adecuado. También se presentan en los nudos o apoyos y cuando se desea cambiar el diámetro de las varillas. Deben ubicarse en las zonas menos esforzadas para no disminuir la resistencia de la pieza y su distribución será especificada en los planos. Existen 3 tipos de empalmes: Traslapado, soldado y mecánico.

a. Empalme Traslapado

El empalme traslapado consta de las dos varillas a empalmar, una a continuación de la otra, con una cierta longitud de traslape.
Las barras traslapadas se colocan, a menudo, en contacto y se amarran ligeramente con alambre, de modo que permanezcan en su posición a medida que se vacía el concreto(28). Si las varillas empalmadas no están en contacto directo no deberán separarse más de 1/5 de la longitud del empalme ni más de 15 cm.

El código ACI recomienda que no se deben usar empalmes traslapados para varillas mayores a 1 3/8".

Empalmes a tracción: Se considera las siguientes longitudes de empalme (L_E) como función de la longitud de desarrollo para barras sometidas a tracción, pero no menores de 30 cm.

Clase A : $L_E = 1.0\ ld$
Clase B : $L_E = 1.3\ ld$
Clase C : $L_E = 1.7\ ld$

Donde: L_E = Longitud de traslape o empalme.
ld = Longitud de desarrollo o longitud de anclaje en tensión.

La norma peruana define como longitud de desarrollo la mayor de las obtenidas por las siguientes fórmulas:

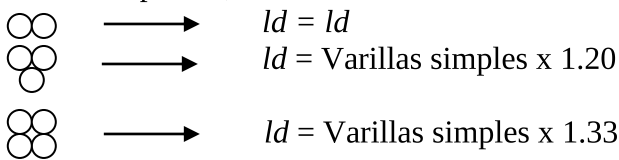
$$ld = \frac{0.06 A_b fy}{\sqrt{fc'}} \quad , \quad ld = 0.006 d_b fy \quad , \quad 30 \text{ cm.}$$

Donde: A_b es el área de la barra y d_b su diámetro.
La longitud de desarrollo debe aumentar en un 20%, para paquetes de tres varillas y en un 33% para paquetes de cuatro varillas.

- Un paquete debe actuar como una unidad, y no debe tener más de 4 varillas.
- No deben formarse paquetes con varillas mayores o iguales a Ø 1 3/8"

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

- En elementos sujetos a flexión la varilla de un paquete debe terminar en diferentes puntos, con una diferencia mínima de 40 veces el Ø de la varilla.



Si se empalmara en zonas de esfuerzos bajos los ¾ o menos del número de barras en la longitud del traslape requerida, se usará clase A, si se empalmarán más de los ¾ partes del acero, se empleará clase B.

Los empalmes en las zonas de esfuerzo altos deben evitarse, pero si fuera necesario hacerlos, se usará clase B, cuando se empalman menos de la mitad de las barras dentro de la longitud requerida para el traslape; el clase C, se usará si se empalman más de la mitad de las barras

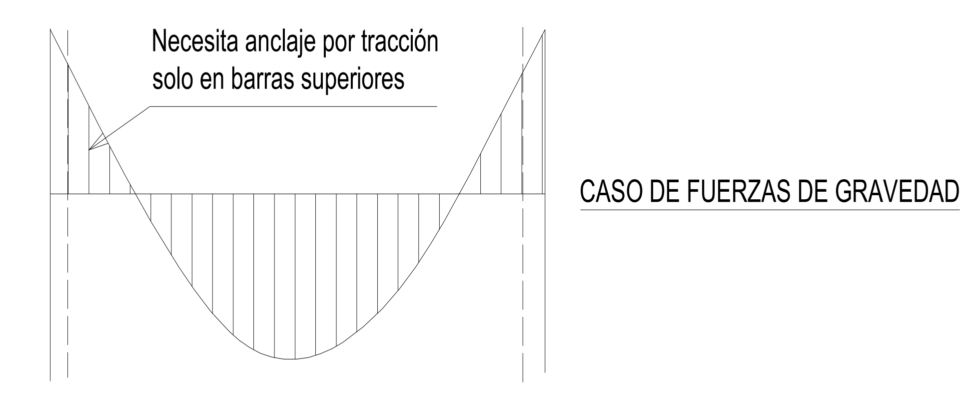
Empalmes a compresión.- Los empalmes a compresión son de menor longitud que los empalmes a tensión ya que las condiciones bajo las cuales trabajan son más favorables.

La longitud de traslape en compresión será igual a la longitud de desarrollo en compresión, pero además será mayor que: 0.007 $d_b fy$ y que 30 cm.
La longitud de desarrollo en compresión deberá ser mayor de las siguientes expresiones:

$$ld^{(+)} = \frac{0.08 d_b}{\sqrt{fc'}} fy \quad , \quad ld^{(+)} = 0.004 d_b fy \quad , \quad ld^{(+)} = 20\ cm.$$

para el caso de concreto de menor resistencia a 210 Kg./cm^2., la longitud de traslape debe aumentarse en un 33%.

Empalmes en vigas y losas(29).- Para poder empalmar en elementos flexionados como son las vigas y las losas, interesará escoger las zonas de menor esfuerzo, y de acuerdo al porcentaje de barras empalmadas decidir el tipo de empalme a usar. Por tanto, interesará conocer la forma de los diagramas de momentos y según ésta; ubicar las zonas de esfuerzo bajos y altos.



(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

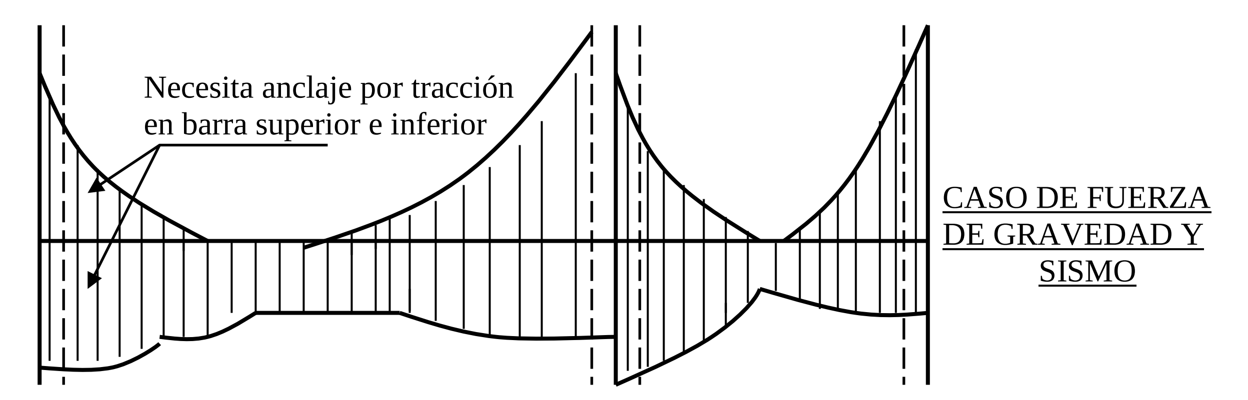


FIG. III-5: Diagramas típicos de momentos flectores.

En los diagramas de momentos flectores que se muestran en la (fig. III-5), podemos observar que los momentos máximos debido a cargas de gravedad ocurren en los extremos cercanos a los apoyos (parte superior) y en el centro del tramo (parte inferior).

Cuando se superponen con los momentos debido a sismo, los máximos en los extremos se incrementan y además pueden ocurrir que se presenten máximos invertidos en los extremos en la zona inferior.

Por ello, la idea bastante común que hizo costumbre empalmar las barras inferiores sobre los apoyos es en realidad errada, pues se esta empalmando en zonas de esfuerzos altos si la viga en cuestión tiene momentos de sismo considerables que hagan posible la inversión.

En elementos estructurales que no absorben momentos de sismo, no existirá problema en empalmar los fierros inferiores sobre los apoyos, ya que en este caso se estará en zonas de esfuerzos bajos (no hay momento inferior).

Los elementos principales que resisten los esfuerzos de sismo son los pórticos (vigas y columnas) y los muros o placas. Por tanto, cuando se trate de empalmar en vigas que formen pórticos, se debe prever diagramas de momentos que incluyan máximos superiores e inferiores en las cercanías de los apoyos, y máximos inferiores en la zona central del tramo.

Según los criterios expuestos, cada ingeniero podrá seleccionar la clase de empalme (A, B ó C) dependiendo de la zona de empalme y de la cantidad de acero empalmado en una misma sección.

En la figura III-6 se muestra un detalle de empalme para vigas que forman pórticos, en el cual se indica empalmar los refuerzos superiores en la parte central de la viga, donde se tiene generalmente esfuerzos bajos, y se especifica empalmar los refuerzos inferiores en una zona intermedia entre la zona central y la zona extrema junto al apoyo.

La razón de esta ubicación para los empalmes de los refuerzos inferiores es el de buscar una zona donde no se tengan los máximos momentos debidos a cargas de gravedad (zona central), y a la vez no se tengan los máximos momentos debidos a

cargas de sismos (zona extrema con una inversión de momentos). Para el caso del refuerzo superior, el detalle mostrado permite prácticamente asegurar que se esta empalmando en una zona de esfuerzos bajos, pero para el caso de refuerzo inferior no se tiene la seguridad, aun cuando se reconoce que es una zona intermedia.

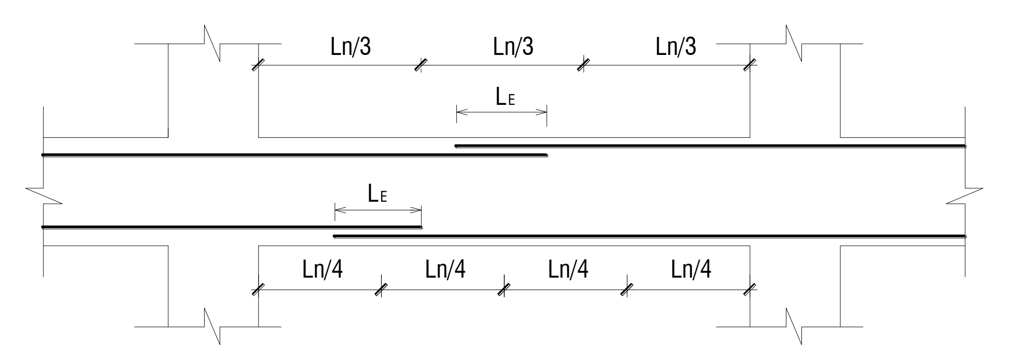


Fig. III-6 Empalme traslapado para vigas

VALORES DE L_E			
Ø	REFUERZO INFERIOR	REFUERZO SUPERIOR	
	h CUALQUIERA	*h*≤30	*h*>30
3/8”	0.40	0.40	0.45
½”	0.40	0.40	0.50
5/8”	0.50	0.45	0.60
¾”	0.60	0.55	0.75
1”	1.15	1.00	1.30

Nota

a. No empalmar más del 50% del área total en una misma sección .

b. En caso de no empalmarse en las zonas indicadas o con los porcentajes indicados, aumentar la longitud de empalme en un 70% ó consultar al proyectista.

c. Para aligerados y vigas chatas el acero inferior se empalmara sobre los apoyos siendo la longitud de empalme igual a 25 cm. para fierro de 3/8” y 35 cm. para Ø ½” ó Ø 5/8” .

b. Empalme soldado[30].

Los empalmes soldados se utilizan generalmente para fierros mayores a Ø 1 3/8” y pueden ser a tope, uniendo directamente dos barras o a tope mediante un elemento de conexión adicional como puede ser un perfil metálico (angular o plancha), o por soldadura traslapando dos barras una al costado de otra.

Una junta soldada satisfactoriamente es aquella en la cual las barras soldadas desarrollan en tensión por lo menos 1.25 veces la resistencia de fluencia especificada para las barras.

Desde el punto de vista de transferencia de esfuerzos, el mejor empalme es el soldado. Sin embargo, este es el más caro pues requiere de mano de obra calificado e inspección adecuada.

Actualmente en nuestro país los aceros no cumplen necesariamente los requisitos de soldabilidad requeridos para garantizar una buena unión, por lo tanto debe evitarse este tipo de empalme, a menos que se cuente con los ensayos de laboratorio.

En la figura III-6 se muestran algunos de los más utilizados

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

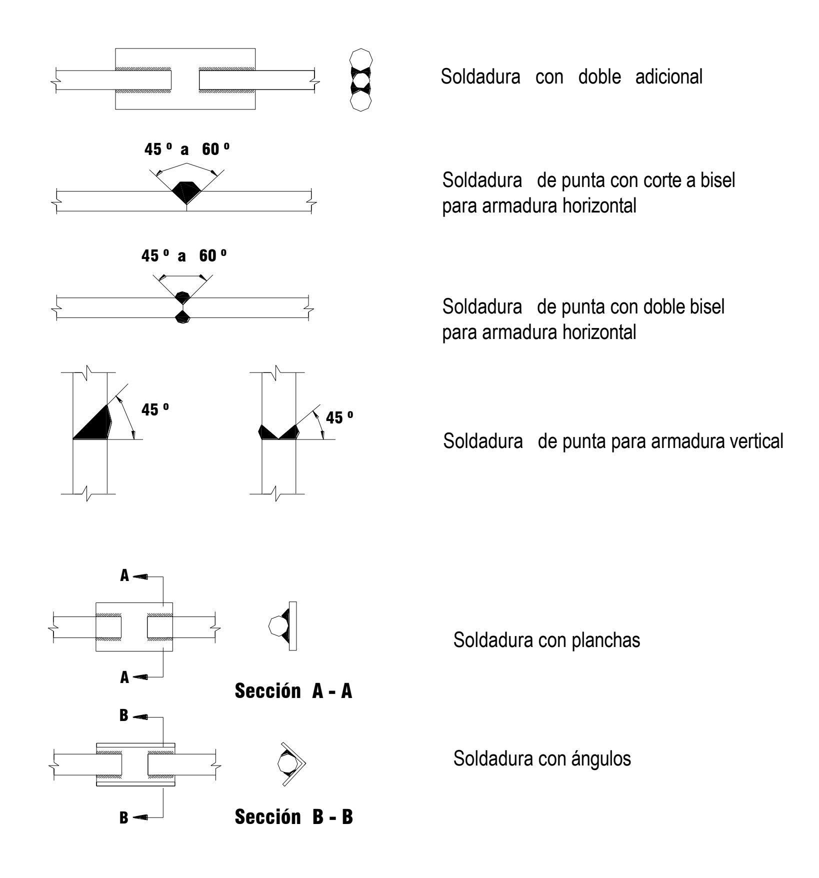


Fig. III-6 Tipos de empalmes soldados

c. Empalmes mecánicos.

Este tipo de empalmes debe usarse solo cuando se tenga dispositivos respaldados por pruebas y por patentes debidamente verificadas.En todo caso la unión deberá desarrollar en tracción o compresión, según se requiera, por lo menos 125% de la resistencia de fluencia especificada para las barras.

3.3.3. Colocación del refuerzo.

A lo largo de los elementos sometidos a flexión, el momento actuante varía. En un elemento simplemente apoyado sometido a carga repartida uniforme, se incrementa desde los apoyos hacia el centro de la luz. El refuerzo necesario para resistir las solicitaciones externas es mayor en la sección central que en la del extremo. Por ello, no tienen sentido colocar el mismo N° de varillas a todo lo largo del elemento, sino solo donde este es requerido.

En la norma peruana se tienen una serie de requisitos para el corte o doblado del refuerzo de los cuales citamos algunos(31).

1) Toda barra de refuerzo deberá prolongarse, más allá de la sección en que ya no es necesario, una distancia igual al peralte efectivo del elemento (*d*) o 12 veces el diámetro de la barra, la que sea mayor, siempre que desarrolle "*ld*" desde el punto de máximo esfuerzo, excepto en los apoyos de los tramos simplemente apoyados y en el extremo de voladizos (fig III-7).

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

2) Cuando se usa el refuerzo continuo y otro de menor longitud (bastones), se deberá cumplir:

   a. El refuerzo que continua deberá tener una longitud de anclaje mayor o igual a la longitud de desarrollo “*ld*” , más allá del punto donde el refuerzo que se ha cortado o doblado no es necesario (fig. III-7).

   b. El refuerzo por flexión no deberá terminarse en una zona de tracción a menos que se cumpla que en el punto de corte el refuerzo que continua proporcione el doble del área requerida por flexión, y el cortante no exceda las ¾ partes de lo permitido

3) En apoyos simples y en puntos de inflexión, refuerzo por momento positivo estará limitado a un diámetro tal que su “*ld*” sea menor o igual a: $ld \leq \frac{Mn}{Vu} + la$

   donde: *la*: Longitud de la variable embebida en el apoyo o si el análisis es en el punto de inflexión, el mayor entre d y 12 d_b
   Mn = Momento resistente nominal asumiendo que todo el acero de la sección esta esforzado hasta la fluencia.
   Vu = Corte último en la sección de momento nulo.
   Esta condición no es necesario si el refuerzo en los apoyos termina más allá de la línea central del apoyo con un gancho estándar o un anclaje mecánico.

4) El refuerzo por momento negativo deberá anclarse en o a través de los elementos de apoyo con longitudes de anclaje, ganchos o anclajes mecánicos. El refuerzo que llega hasta el extremo del volado terminará en gancho estándar.

5) Por lo menos un tercio del refuerzo total por flexión en la parte superior del apoyo se extenderá una longitud, más allá del punto de inflexión, mayor o igual a peralte efectivo “d” ó 12 d_b o $ln/16$ el que sea mayor (fig. III-8).

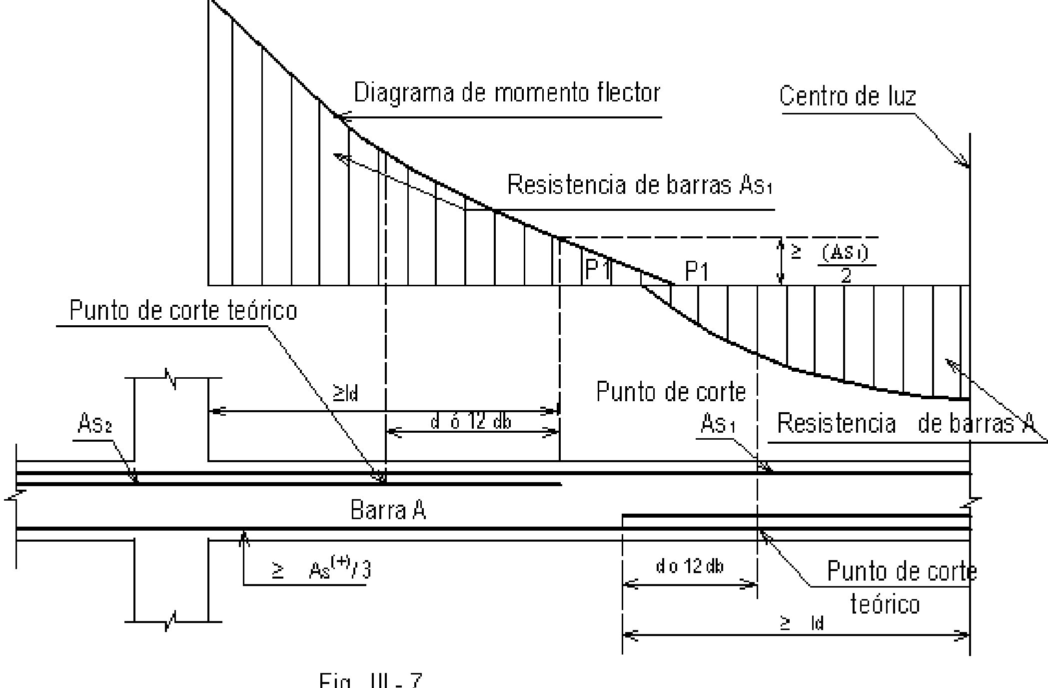


Fig. III - 7

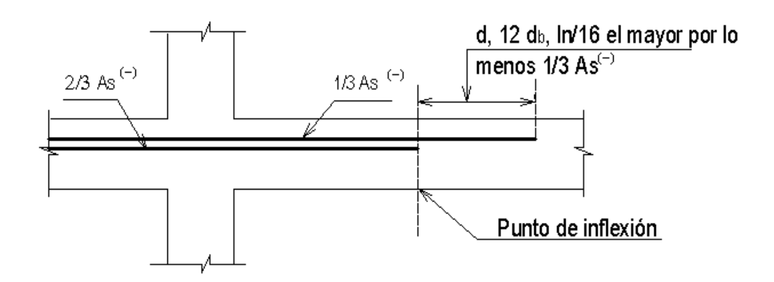
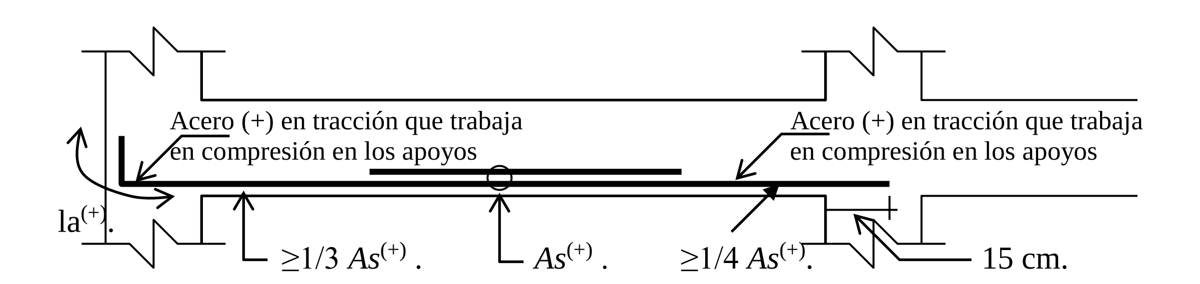
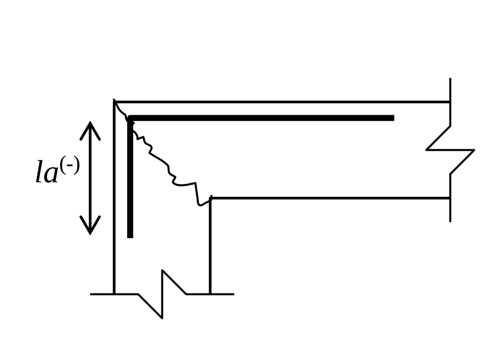


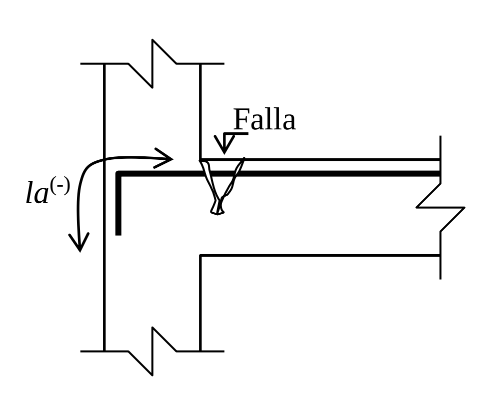
Fig. III - 8

6) El acero de refuerzo en tracción (+) debe ingresar recto en el apoyo exterior en una proporción no menor a un tercio del total y, en los apoyos interiores en una proporción no menor de ¼ del total; en ambos casos una longitud no menor de 15 cm. y tratándose del apoyo exterior debe prodigársele de una longitud de anclaje por tracción, cuando la estructura vaya a ser sometido a acciones laterales.

7) El refuerzo en tracción como en compresión deben estar convenientemente anclados en sus extremos en una longitud equivalente a la longitud de desarrollo; medida desde donde deba trabajar el acero ya sea en tracción o compresión.





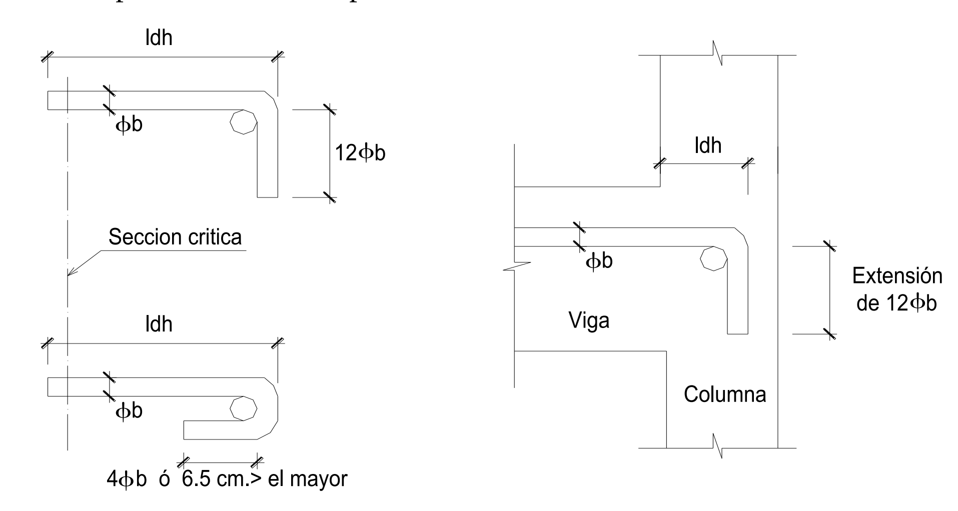


$$ld^{(-)} = \frac{0.06Abfy}{\sqrt{fc'}}$$
$$= 0.006db\,fy$$
$$= 30 \text{ cm.}$$
Tomar el mayor

$$ld^{(+)} = \frac{0.08dbfy}{\sqrt{fc'}}$$
$$= 0.004db\,fy$$
$$= 20 \text{ cm.}$$
tomar el mayor

GANCHOS ESTANDAR.

Los ganchos se utilizan cuando el espacio disponible en el elemento no es suficiente para desarrollar toda la longitud de anclaje del refuerzo. Los ganchos sirven de anclaje solo a varillas que se encuentran en tracción siendo inútiles para acero en compresión.



Para las barras de esfuerzo que terminan en ganchos estándar, la longitud de desarrollo en tracción (ld_h) medida desde la sección crítica hasta el borde exterior del doblez, será la mayor de las siguientes expresiones:

$$ld_h = \frac{318 d_b}{\sqrt{fc'}} \quad , \quad 8\,db \;,\; 15\text{ cm.}; \quad \text{Escoger el mayor}$$

LONGITUD DE ANCLAJE CON GANCHO *ldh* (cm)					RADIO MINIMO DE DOBLEZ	
fc' / Ø	175 Kg./cm^2.	210 Kg./cm^2.	280Kg./cm^2.		3/8	3 cm.
					½	4 cm.
½	30	28	24		5/8	5 cm.
5/8	38	35	30		¾	6 cm.
¾	46	42	36		1”	8 cm.
1”	61	56	49			

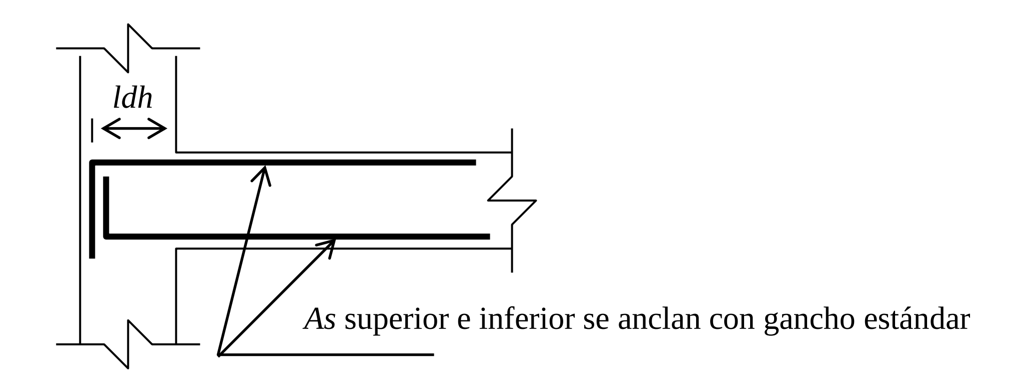
REQUISITOS PARA ELEMENTOS QUE RESISTEN SISMO (FIG. III-9)[32]:

Los elementos que forman pórticos y que por consiguiente serán considerados como elementos sismo-resistentes deben cumplir, adicionalmente a los requisitos anteriores, los siguientes:

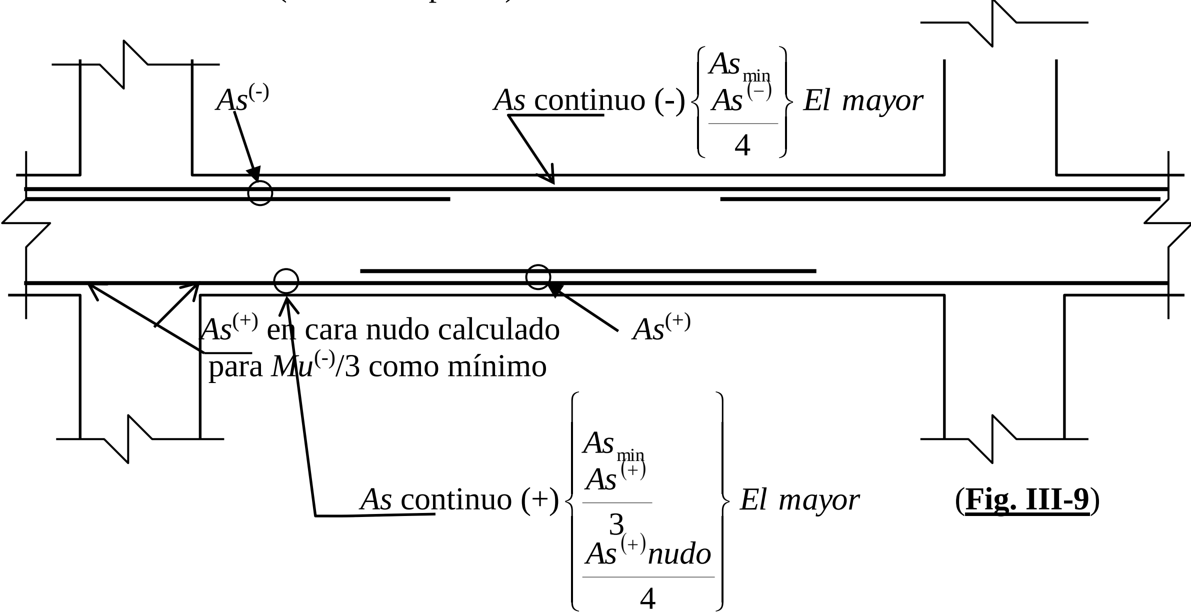
1) deben tener refuerzo continuo a todo lo largo de la viga, constituido por dos barras, tanto en la cara superior como en la inferior, con un área de acero a no menor a ¼ de la máxima requerida en los nudos, ni menor del área mínima exigida por flexión.

2) Toda las barras que anclan en columnas extremas terminaran en ganchos estándar.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.



3) La resistencia a momento positivo en la cara del nudo (extremo inferior del tramo) no será menor que 1/3 de la resistencia a momento negativo en la misma cara del nudo (extremo superior).

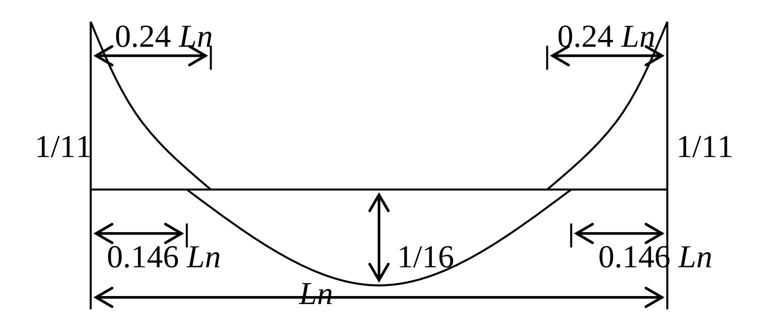


(**Fig. III-9**)

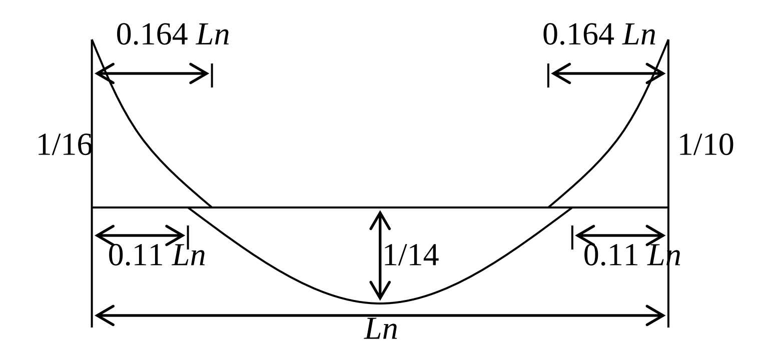
3.3.4. Corte práctico del refuerzo.

A continuación se presentan esquemas donde se muestran los puntos de corte del refuerzo en elementos analizados a través del método de los coeficiente propuesto por el ACI.

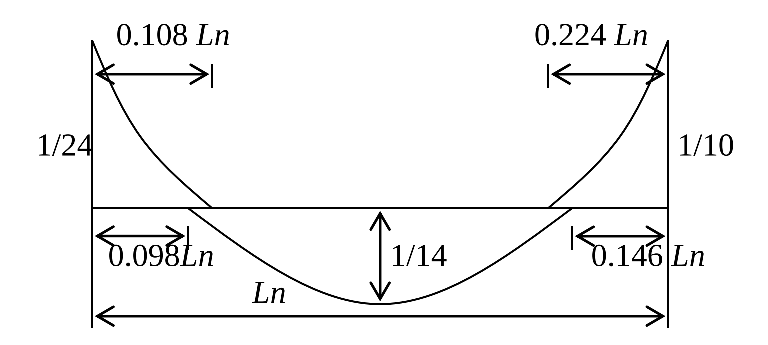
1. Corte del refuerzo en tramo interior de elemento continuo.



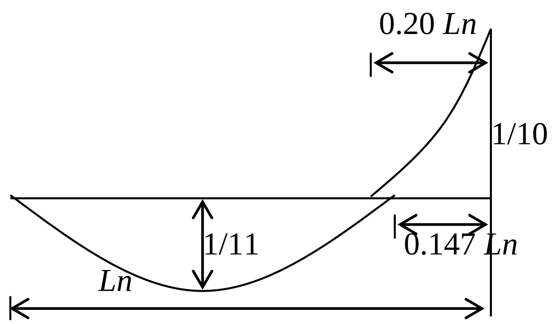
2. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario provisto por columna.



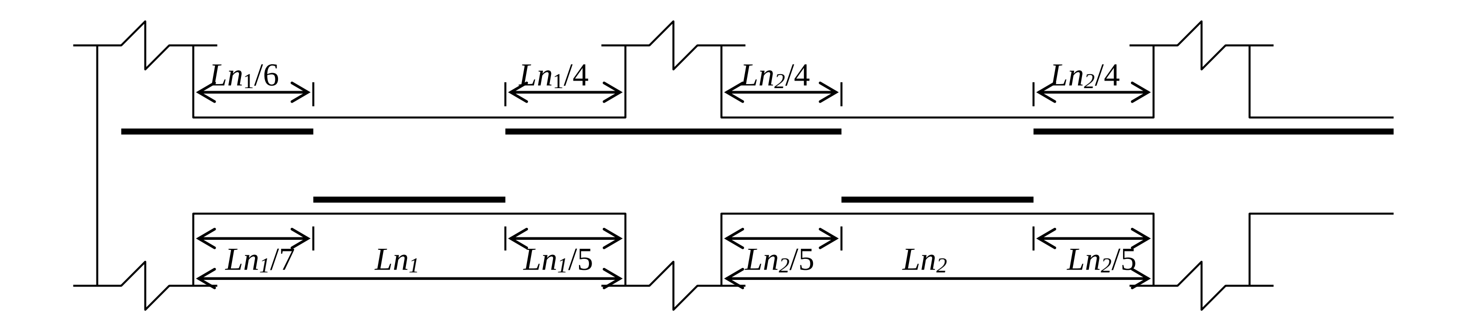
3. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior solidario, provisto por viga.



4. Corte del refuerzo en tramo exterior de elemento continuo con apoyo exterior no solidario.



Así mismo podemos cortar el refuerzo en forma práctica cuando el elemento se analice por el método de los coeficientes de la siguiente manera:



3.3.5. Recomendaciones prácticas para un diseño ordenado[33].

El diseño no necesariamente es el reflejo exacto de un cálculo sino que debe ser una expresión del profesional que realiza el proyecto; el diseñador debe ir más allá del resultado numérico del análisis y considerar todos los factores adicionales que uno percibe en la estructura no limitándose al resultado obtenido en un elemento, sino observando con más amplitud otros similares y tratando de comprender el comportamiento del conjunto de elemento.

El diseño en si es un arte; esta afirmación nos da la certeza de que las computadoras, si bien son valiosísimas como elementos de análisis, no reemplazará al diseñador.

RECOMENDACIONES.

1. Considerar un número de varillas de refuerzo en relación al ancho del alma de la viga; así para $b \leq 30$ cm. considerar 2 barras.
   para b (30 y 45 cm.) por lo menos 3 barras.
   para b (50 y 70 cm.) por lo menos 4 barras.
   Esta recomendación apunta a distribuir mejor los esfuerzos evitándose por ejemplo que en una viga de 60 cm. de ancho, donde por cálculo se requiera de 10 cm^2., se coloquen 2 barras de 1", y que por el contrario se prefieran 2 Ø ¾" más 2 Ø 5/8", 5 Ø 5/8" ó 4 Ø ¾".

2. Comparar el diseño de un elemento con otro u otros correspondientes a elementos de características similares
   Es muy probable que en las plantas de las edificaciones se tengan elementos con algunos tramos similares y entonces el diseño final debe reflejar la uniformidad de éstos.
   Debe evitarse encontrar dos soluciones de armado usando diferentes diámetros a pesar de requerirse áreas muy semejante en elementos con características similares.

3. No disponer un refuerzo superior corrido a todo lo largo de una viga, con un área mayor a la dispuesta como refuerzo corrido inferior.
   Es sabido que siempre los momentos negativos máximos, en los apoyos, son mayores a los positivos centrales, y esto hace pensar a muchos diseñadores que debe disponerse mayor refuerzo corrido en la cara superior.
   La recomendación apunta hacia disponer un área en la cara inferior mayor o igual a la superior, como refuerzo continuo, reflejando así la forma del diagrama de momentos, y completar con bastones en la cercanía de los apoyos para el refuerzo superior o en la cercanía del centro de luz para el refuerzo inferior.

4. No usar simultáneamente barras muy diferentes dentro del diseño de un mismo elemento.
   No existe razón matemática o física que respalde esta recomendación, existiendo solamente como justificación el reconocimiento que el diseño debe mostrar, un ordenamiento que a su vez refleje el criterio y buen gusto del diseñador.Es evidente que si se decidió disponer como refuerzo corrido 2 barras de ¾" se verá

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

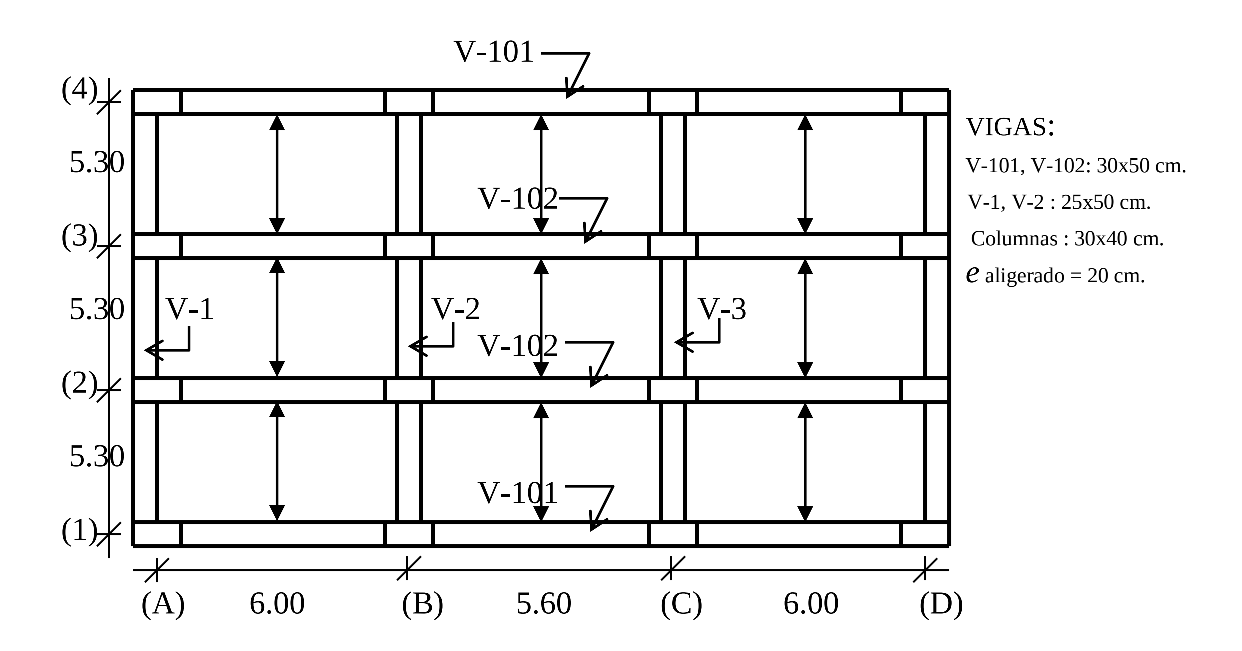
mejor bastones de ¾" y de 1" ó, bastones de ¾" y de 5/8", que colocar bastones de ½", 5/8", ¾" y 1" todos juntos en un mismo elemento.

5. Escoger diámetros de barras de acuerdo a las características del elemento o de la estructura que se proyecta.
   Esta recomendación trata de evitar por ejemplo que se coloque una barra de ¾" en una vigueta de aligerado o que se coloque una barra de 3/8" como bastón en una viga importante en peralte y luz.
   Será preferible considerar refuerzo de 3/8", ½" y 5/8" para losas macizas o aligeradas.
   Para vigas de edificaciones importantes considerar barras de 5/8", ¾" y 1". Así mismo para edificaciones de albañilería considerar Ø ½" y 5/8".

6. Considerar refuerzo conformado por barras continuas y por bastones en el positivo de los aligerados.
   Es común requerir áreas del orden de 0.8 a 1.3 cm^2. en el refuerzo inferior de aligerados y se podrá diseñar considerando solo una varilla de ½". Sin embargo, siempre resultará más económico considerar una varilla de 3/8" corrido más una cortada (bastón) del mismo diámetro, resultando un menor peso del acero usado en el tramo, y sin embargo una mayor área proporcionada.

3.3.6. Ejemplo de diseño de una viga continua.

Diseñar la viga V-102 del sistema de losa y vigas que se presentan en la figura siguiente. La sección trasversal de las columnas es de 30 x 40 cm.; la losa aligerada tiene un espesor de 20 cm.; las vigas que cargan la losa tienen una sección de 30 x 50 cm. y están espaciadas 5.30 m. entre ejes. Considerar piso terminado = 100 Kg./m^2., tabiquería fija = 150 Kg./m^2. y una sobrecarga de 300 Kg./m^2. Usar *fc'* = 210 Kg./cm^2. y *fy* = 4200 Kg./cm^2.



Solución

- Cargas que actúa sobre el elemento:
  Peso propio de la viga. = 0.30x0.50x2.4 = 0.36
  Peso propio del aligerado. = 0.30x5.00 = 1.50
  Piso terminado. = 0.10x5.30 = 0.53 → W_D= 3.19 t/m
  Tabiquería fija . = 0.15x5.30 = 0.80
  Sobrecarga. = 0.30x5.30 = 1.59 → W_L= 1.59 t/m.

- Verificación para usar los coeficientes:
  Número de tramos : 3 tramos > 2 tramos (OK)
  Diferencia de tramos : (5.60-5.20) / 5.20 = 0.08 < 0.20 (OK)
  Cargas uniformes distribuidas. (OK)
  Relación CV/CM = 1.59 / 3.19 = 0.50 < 3 (OK)
  Elementos prismáticos. (OK)

  Cumple con las condiciones para la aplicación de los coeficientes, entonces:
  Wu = 1.4 x 3.19 + 1.7 x 1.59 = 7.17 t/m. ⇒ *Wu* = 7.17 t/m.

  En el siguiente esquema se presenta el resumen de los cálculos efectuados para el diseño del refuerzo longitudinal

Wu = 7.17 t/m.

Ln = 5.60 *Ln* = 5.20 *Ln* = 5.60

	(A)			(B)			(C)			(D)
Coef	1/16	1/14	1/10	1/11	1/16	1/11	1/10	1/14	1/16	
Mu t-m	14.05	16.06	20.91	19.0	12.12					
Mu/φ t-m	15.61	17.84	23.23		13.47					
Mu'	_	_	_		_					
As (cm²)	9.20	10.67	14.42		7.83					
As'(cm²)	_	_	_		_					
Ø	2 Ø ¾" + 2 Ø 5/8"	4 Ø ¾"	5 Ø ¾"		2 Ø ¾"+1 Ø 5/8"					
Ø'	_	_	_		_					

Pasos a seguir :

- Cálculo de los momentos: Mu = coef. $Wu\ Ln^2$.

  Mu_A = 1/16 x 7.17 x 5.60^2 = 14.05 t/m.
  Mu_{AB} = 1/14 x 7.17 x 5.60^2 = 16.06 t/m.

$$Mu_{B\,izq} = 1/10 \times 7.17\left(\frac{5.60+5.20}{2}\right)^2 = 20.91\ t/m.$$

$$Mu_{B\,dere} = 1/11 \times 7.17\left(\frac{5.60+5.20}{2}\right)^2 = 19.00\ t/m.$$

Tomar el mayor

Mu_{AB} = 1/16 x 7.17 x 5.20^2 = 12.12 t/m.

- Incrementamos dichos momentos *Mu/ф.*

- Diseñamos una sección *b* x *h* : 30 x 50 cm. ; considerando *dc* = 6 cm. (1 capa).

. *dc* = 9 cm. (2 capas)

Entonces *d* = 50 – 6 = 44 cm.
$Mn\ \rho_{max} = K\ bd^2$ = 54.35 x 30 x 44^2 = 31.57 t/m.
$Mn\ \rho_{min} = K\ bd^2$ = 13.44 x 30 x 44^2 = 7.80 t/m.

- Comparamos los *Mn* con cada uno de los *Mu/ф*.

$Mn\ \rho_{max}$ = 31.57 t-m. > *Mu/ф*. (15.61, 17.84, 23.23, 13.47) → diseñamos solamente *As* en tracción.
$Mn\ \rho_{min}$ = 7.80 t-m. < *Mu/ф*. → no necesitamos As_{min}.

$As_{min.} = \rho_{min}\ bd$ = 0.0033 x 30 x 44 = 4.36 cm^2

$$As_{min} = \frac{0.8\sqrt{fc'}}{fy} \times 30 \times 44 = 3.64\ cm^2$$

As_{min} = 4.36 cm^2.

- Cálculo de las áreas de acero:

$$As = \frac{Mu/\Phi}{fy(d-a/2)} = \frac{Mu/\Phi}{4200(44-a/2)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85\,fc'b} = 0.7843As$$

Apoyo A: (*Mu/ф*. = 15.61 t-m.)

a = 7.2 *As* = 9.20 *a* = 7.2

Tramo AB: (*Mu/ф*. = 17.84 t-m.)

a = 8.4 *As* = 10.67 *a* = 8.4

Apoyo B: (*Mu/ф*. = 23.23 t-m.)

a = 11.3 *As* = 14.42 *a* = 11.3

Tramo BC: (*Mu/ф*. = 13.47 t-m.)

a = 6.1 *As* = 7.83 *a* = 6.1

- Elección del acero corrido

- **Acero corrido superior**

$$As = \begin{cases} As_{min} = 4.36\ cm^2 \\ As = \dfrac{14.42}{4} = 3.62\ cm^2 \end{cases} \Big\rangle \ \text{<>}\ 2\ Ø\ ¾”$$

- **Acero corrido inferior**

$$\left.\begin{matrix} As_{min} = 4.36\ cm^2 \\ As = \frac{1}{3}(10.67) = 3.56\ cm^2 \\ \dfrac{As(+)_{NUDO}}{4} = 0 \end{matrix}\right\rangle \ \text{<>}\ 2\ Ø\ ¾”$$

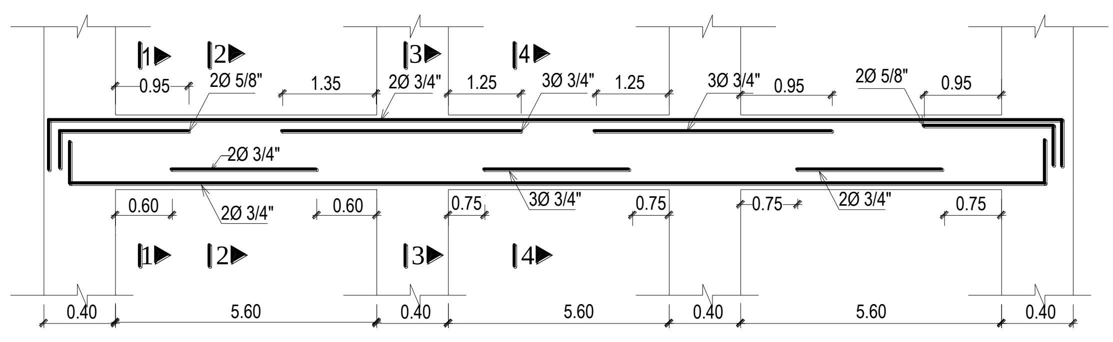
Apoyo A (Inferior)

$$\frac{Mu^{(-)}}{3} = \frac{15.61}{3} = 5.20\ t-m. \ < Mn\ \rho_{min} \Rightarrow \text{ Colocar } As_{min.} = 4.36\ \text{cm}^2.$$

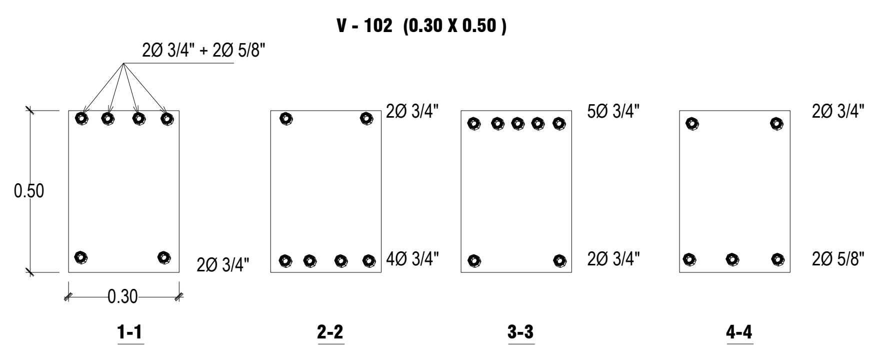
Apoyo B (Inferior)

$$\frac{Mu^{(-)}}{3} = \frac{23.23}{3} = 7.74\ t-m. \ < Mn\ \rho_{min} \Rightarrow \text{ Colocar } As_{min.} = 4.36\ \text{cm}^2.$$

- Detalle final:



V - 102 (0.30 X 0.50)



NOTA: En nuestro ejemplo se obtuvo solamente *As* en tracción debido a que el $Mn\,\rho_{max} > Mu/\phi$. Si sucediera lo contrario, entonces tendríamos As’ en compresión (sección doblemente reforzada); es decir: Si $Mn\,\rho_{max} < Mu/\phi \Rightarrow$ $As = As_1 + As_2$

$$Mu' = \frac{Mu}{\Phi} - Mn\rho_{max}\ . \Rightarrow \quad As' = \frac{Mu'}{fs'(d-d')}; \ As_1 = \rho_{max}bd, \quad As_2 = \frac{Mu'}{fy(d-d')} \quad ,$$

Donde: $$fs' = 6000\left[1 - \frac{d'}{d}\left(1 + \frac{fy}{6000}\right)\right] \le fy$$

3.4. SISTEMA DE PISOS EN UNA SOLA DIRECCIÓN.

En las construcciones de concreto reforzado se utilizan como sistema de pisos o techos las losas que proporcionan superficies planas y útiles.

Tienen dos funciones principales desde el punto de vista estructural: la primera, ligada a las cargas de gravedad, que es la transmisión hacia las vigas de las cargas propias de la losa, el piso terminado, la sobrecarga y eventualmente tabiques u otros elementos apoyados en ellos; y la segunda, ligada a las cargas de sismo, que es la obtención de la unidad de la estructura, de manera que esta tenga un comportamiento uniforme en cada piso, logrando que las columnas y muros se deformen una misma cantidad en cada nivel, logrando así la denominada unidad de la estructura.

Dada las dimensiones de las losas de una edificación se pueden considerar prácticamente indeformables en su plano, por lo que en los análisis se habla de que la losa es un diafragma rígido.

Los problemas se pueden generar cuando las losas tienen grandes aberturas o reducciones significativas en sus dimensiones, puesto que en esos casos ya no es factible asegurar que la losa siga siendo un elemento prácticamente indeformable en su plano, y probablemente los esfuerzos que tenga que transmitir excedan su capacidad resistente.

Las losas se pueden apoyar sólo en dos lados opuestos, caso que la acción estructural de la losa es fundamentalmente en una dirección, puesto que transmite las cargas en la dirección perpendicular a la de las vigas de apoyo. También es posible que haya vigas en los cuatro lados, de modo que se obtiene una acción de losa en dos direcciones. Si la relación entre la longitud y el ancho de un panel de losa es mayor que dos, la mayor parte de la carga se transmite en la dirección corta hacia las vigas de apoyo y se obtiene, en efecto, acción en una dirección, aunque se proporcionen apoyos en todo los lados.

Por lo tanto cuando el refuerzo principal por flexión es única y está orientada transversalmente a los elementos portantes (vigas, muros de mampostería o de concreto armado, etc.) se llama sistema de piso reforzado en un solo sentido y estas pueden ser: Losas llenas o macizas, losas aligeradas y losas nervadas.

3.4.1.- Aberturas en losas[34].

Las losas suelen presentar aberturas para pases de ductos de basura, instalaciones sanitarias, chimeneas, etc. A fin de evitar que la resistencia de la losa se vea afectada, se le provee de refuerzo adicional a su alrededor (fig. III-10). Si las aberturas son muy grandes, es necesario colocar vigas chatas o doble vigueta en sus bordes.

En las esquinas de las aberturas, tienden a formarse grietas diagonales. Para evitarlas se les coloca refuerzo inclinado. Este acero no debe ser de denominación menor que la del refuerzo principal de la losa.

En aligerados cuando el ducto es de ventilación o de iluminación, bastará con correr los nervios de las viguetas, formando una zona calada con 30 cm. de ancho.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

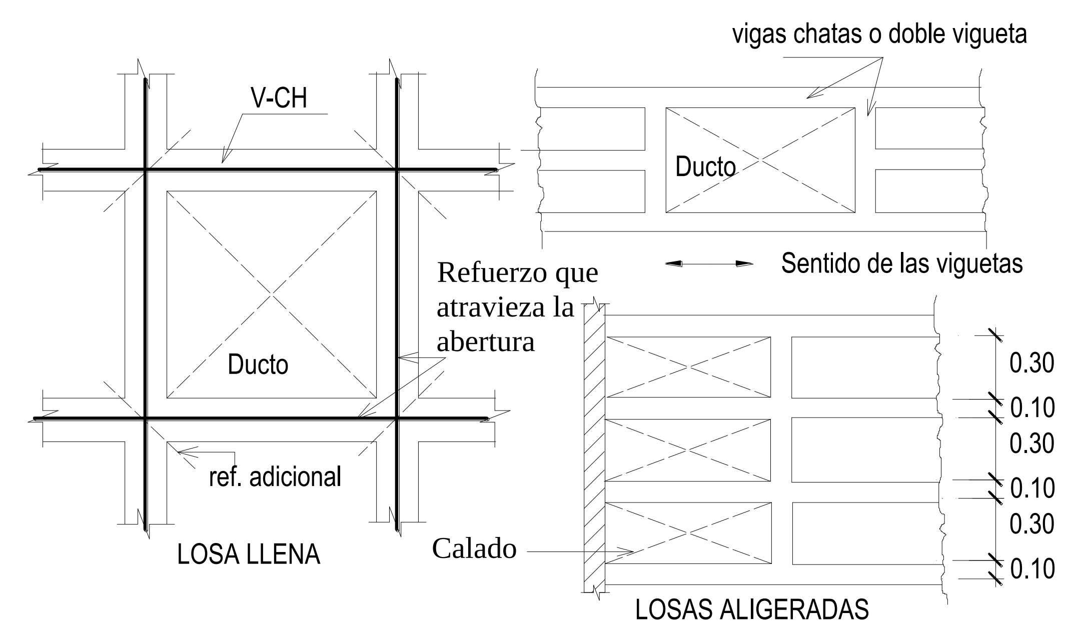


Fig. III-10 .- Refuerzo adicional alrededor de aberturas en losas

3.4.3. Refuerzo por contracción y temperatura(35).

Las estructuras de extensión considerable, como las losas, están sometidas a esfuerzos altos generados por la contracción de fragua y los cambios de temperatura, los que tienden a ocasionar agrietamientos pronunciados. Para evitar este fenómeno se requiere de una cierta cantidad de refuerzo, denominado comúnmente refuerzo de temperatura.

En losas armadas en una sola dirección, el refuerzo principal por flexión hace las veces de refuerzo de temperatura en la dirección en la que esta colocado. Sin embargo, en la dirección perpendicular, es necesario disponer acero exclusivamente con este fin.

El refuerzo de temperatura recomendado por el código ACI. es igual a:

- Para losas con refuerzo grado 40 ó 50 ------------------------- $\rho = 0.0020$
- Para losas con refuerzo grado 60 ó malla electro soldada--- $\rho = 0.0018$
- Para losas con refuerzo $fy > 4200$ Kg./cm^2 ------------------ $\rho = \dfrac{0.0018 \times 4200}{fy}$

En ningún caso la cuantía debe ser inferior a 0.0014

Este refuerzo deberá colocarse en una o dos caras del elemento, dependiendo del espesor de éste y el espaciamiento máximo será igual a 5 veces el espesor de la losa sin exceder 45 cm., o sea: $S_{max} = 5\,e$ ó 45 cm. de lo dos escoger el menor.

El refuerzo de temperatura también sirve para distribuir las cargas concentradas aplicadas sobre la losa. Además, facilita la colocación del acero en obra pues se amarra al refuerzo principal formando una malla más o menos rígida

ACERO MÍNIMO PRINCIPAL .- Para losas el área de acero mínimo principal debe cumplir con los requisitos de área mínima por contracción y temperatura: $\rho_{min} = 0.0018$

El refuerzo por flexión utilizado en losas debe ser : Ø 3/8", Ø 1/2", Ø 5/8", en casos extremos Ø 3/4".

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

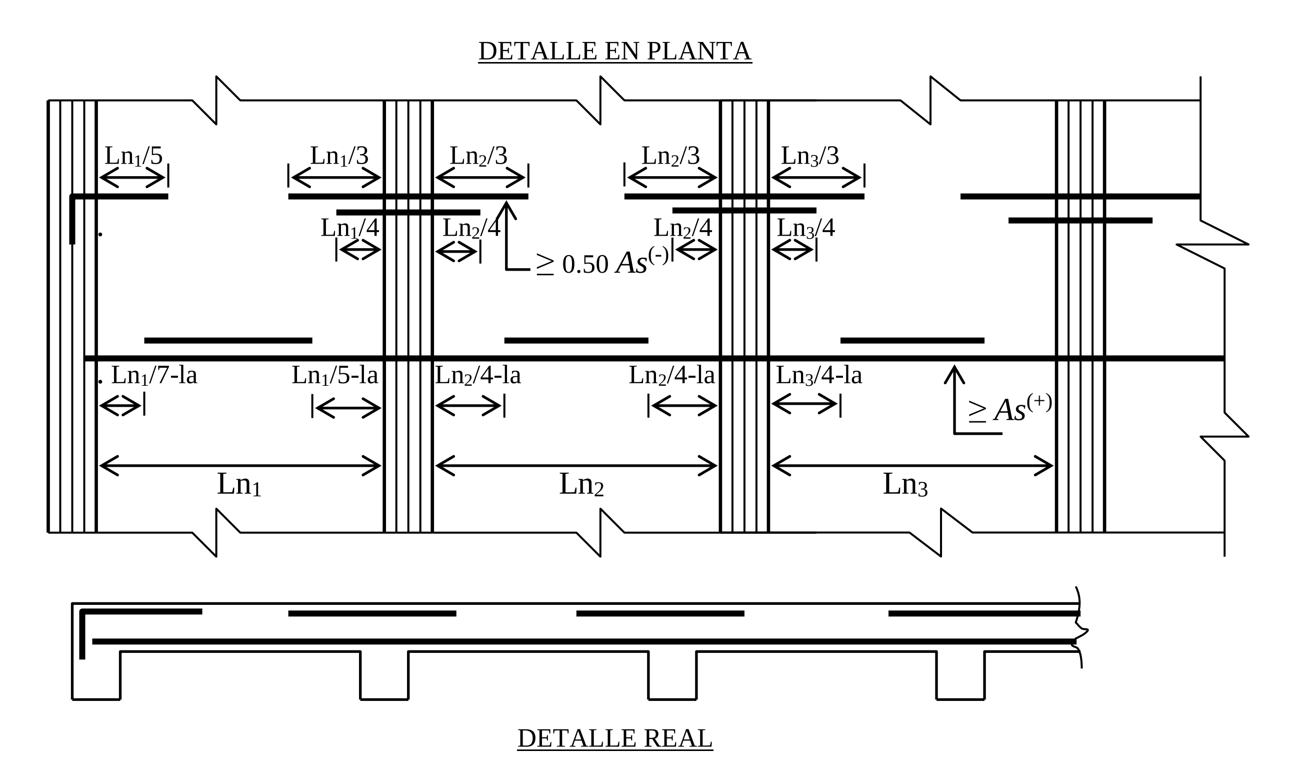
El recubrimiento en losas es: r.e. = 2.0 cm.(Norma Peruana)

Entonces: $dc = r.e + \frac{\phi_L}{2} = 2.0 + \frac{\phi_{3/4"}}{2} = 3.0 \quad \Rightarrow \quad dc = 3.0\ cm.$

3.4.3. Detalle del refuerzo.-

Para el detalle del refuerzo principal en losas, se utiliza el corte práctico del refuerzo del acápite 3.3.4., ó de lo contrario podemos utilizar el siguiente detalle del corte del refuerzo:

DETALLE EN PLANTA



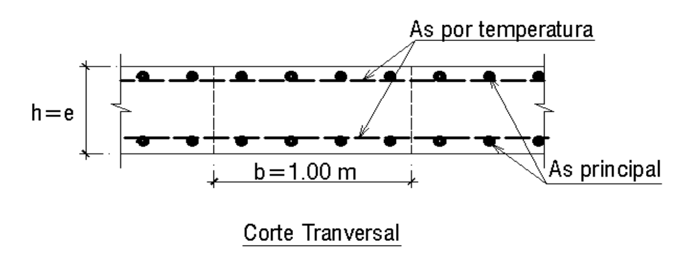
DETALLE REAL

Donde: $la = 12\ db$
$la = d$ — Se toma el mayor

3.4.4. Losas macizas o llenas.

Son aquellas que tienen un determinado espesor, íntegramente de concreto armado.

El procedimiento del diseño de losas macizas armadas en una dirección es similar al procedimiento de vigas. Es decir se toma una franja de losa de ancho generalmente igual a 1.00 m. y peralte igual al espesor de la losa; así:



Corte Tranversal

REFUERZO PRINCIPAL POR FLEXIÓN.- El espaciamiento máximo del refuerzo principal no debe ser mayor que 3 veces el espesor de la losa ni mayor de 45 cm.

$$S_{max} = \left\langle \begin{matrix} 45\ cm. \\ 3\,e \end{matrix} \right\rangle$$ Tomar el menor.

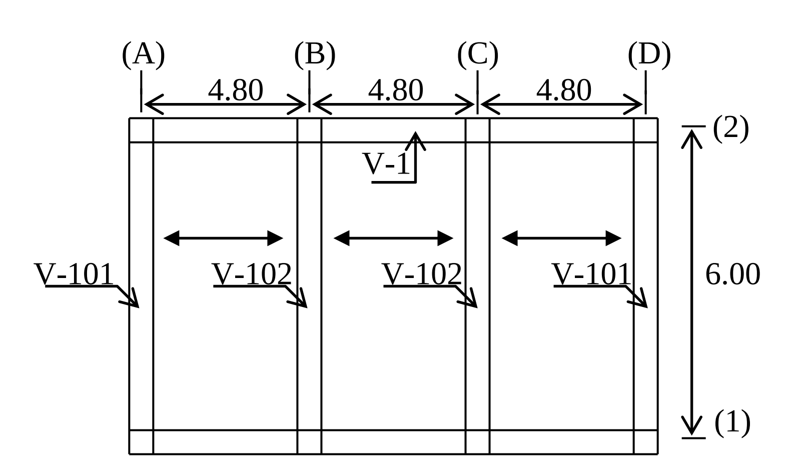
PREDIMENSIONAMIENTO.-El espesor es variable dependiendo de los requerimientos del diseño, en forma aproximada podríamos estimar:

$$e = \frac{L}{30-36}$$

Ó de lo contrario podríamos usar los siguientes espesores (Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado – Antonio Blanco Blasco).

e = 12 ó 13 cm. para $Ln \leq 4.00$ m.
e = 15 cm. para $Ln \leq 5.50$ m.
e = 20 cm. para $Ln \leq 6.50$ m.
e = 25 cm. para $Ln \leq 7.50$ m.

Ejemplo: Diseñar la losa sólida mostrada en la figura, sabiendo que la sobrecarga (s/c) es de 500 Kg./m^2. piso terminado = 100 Kg./m^2., $f'c$ = 210 Kg./cm^2., fy=4200 Kg./cm^2. La losa esta solidamente conectada a las vigas.



Columnas: 30x40 cm.
Vigas:
V-101, V-102: 30x50
V-1: 25x50 cm.

Solución

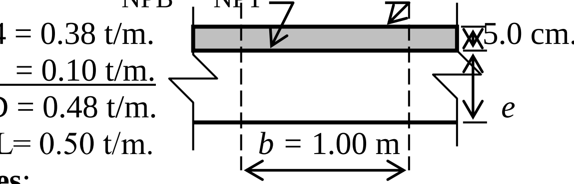
Estimación del peralte: $e = \frac{L}{30-36} = \frac{480}{30} = 16 \Rightarrow e = 16\ cm.$

* **Metrado de cargas**

- Peso propio = 0.16x1.0x2.4 = 0.38 t/m.
- Piso terminado = 0.10x1.0 = 0.10 t/m.

D = 0.48 t/m.

- s/c = 0.50x1.0 → L= 0.50 t/m.



* **Requisitos para usar los coeficientes**:

- Número de tramos : 3 tramos > 2
- Diferencia de luces : $Ln_2 - Ln_1$ = 0%
- Cargas uniformemente distribuidas.
- W_L / W_D = 0.50 / 0.48 = 1.04 < 3.0
- Elementos prismáticos.

Entonces podemos usar los coeficientes:

$Wu = 1.4 \text{ x } 0.48 + 1.7 \text{ x } 0.50 \quad \rightarrow \quad Wu = 1.52$ t/m.

$Wu = 1.52$ t/m.

$Ln_1 = 4.50$ $Ln_2 = 4.50$ $Ln_3 = 4.50$

(A) (B) (C) (D)

Coef	1/24	1/14	1/10	1/16	1/10	1/14	1/24
Mu t-m	1.28	2.20	3.08	1.92	3.08	2.20	1.28
Mu/ф	1.42	2.44	3.42	2.13			
As (cm^2)	2.66	4.67	6.67	4.05			
Ø 3/8”	25	15	10	17.5			

- **Momentos de diseño**:

$Mu_A = 1/24 \text{ x } 1.52 \text{ x } 4.5^2 = 1.28$ t-m. $Mu_B = 1/10 \text{ x } 1.52 \text{ x } 4.5^2 = 3.08$ t-m.

$Mu_{AB} = 1/14 \text{ x } 1.52 \text{ x } 4.5^2 = 2.20$ t-m. $Mu_{BC} = 1/16 \text{ x } 1.52 \text{ x } 4.5^2 = 1.92$ t-m.

* **Cálculo de** : $Mn\,\rho_{max}$ y $Mn\,\rho_{min}$, $dc = 3.0 \quad \rightarrow \quad d = 13$ cm.

$Mn\,\rho_{max} = Kbd^2 = 54.35 \text{ x } 100 \text{ x } 13^2 = 9.18$ t-m. $> Mu / ф.$

$Mn\,\rho_{min} = Kbd^2 = 7.40 \text{ x } 100 \text{ x } 13^2 = 1.25$ t-m. $< Mu / ф.$

$Mn\,\rho_{min} < Mu/ф$ →No necesitamos As_{min} ; si $Mn\,\rho_{min} > Mu / ф. \rightarrow As_{min} = \rho_{min} bd$

Nota: En losas unidireccionales no se usa refuezo transversal, por lo tanto si:
$Mn\,\rho_{max} < Mu/ф$, podemos mejorar la calidad de *fc'* ó aumentar el peralte de la losa

Aumentando el espesor:

$$Mn\rho_{max} = Kbd^2 = \frac{Mu}{\Phi} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{Mu/\Phi}{Kb}} \quad \Rightarrow e = d + dc,$$ (Nuevo espesor de la losa)

- **cálculo de las áreas de acero.**

$$As = \frac{Mu/\Phi}{fy(d - a/2)} = \frac{Mu/\Phi}{4200(13 - a/2)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85\,fc'b} = 0.2353\,As$$

Apoyo A: ($Mu/ф.$ = 1.42 t-m.)
$a = 0.63$ $As = 2.66$ $a = 0.62$

Tramo AB: ($Mu/ф.$ = 2.44 t-m.)
$a = 1.10$ $As = 4.67$ $a = 1.10$

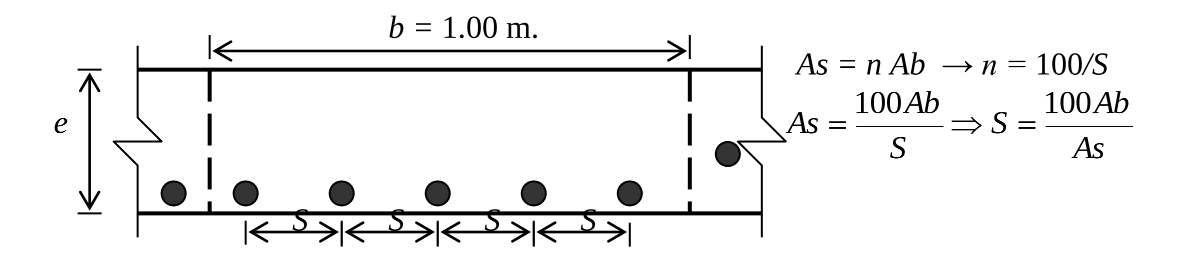
Apoyo B: ($Mu/ф.$ = 3.42 t-m.)
$a = 1.57$ $As = 6.67$ $a = 1.57$

Tramo BC: ($Mu/ф.$ = 2.13 t-m.)
$a = 0.95$ $As = 4.05$ $a = 0.95$

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

*** Espaciamiento del refuerzo**

$$S_{max} = \begin{cases} 3\,e = 3 \times 16 = 48\ cm. \\ 45\ cm. \end{cases} \quad S_{max} = 45\ cm.$$



$As = n\ Ab \rightarrow n = 100/S$

$$As = \frac{100\,Ab}{S} \Rightarrow S = \frac{100\,Ab}{As}$$

Apoyo A: $S_{3/8} = \dfrac{100 \times 0.71}{2.66} = 26.69\ cm. \approx 25$

Tramo AB: $S_{3/8} = \dfrac{100 \times 0.71}{4.67} = 15.20\ cm. \approx 15$

Apoyo B: $S_{3/8} = \dfrac{100 \times 0.71}{6.67} = 10.64\ cm. \approx 10$

Tramo BC: $S_{3/8} = \dfrac{100 \times 0.71}{4.05} = 17.5\ cm.$

Acero por repartición y temperatura.

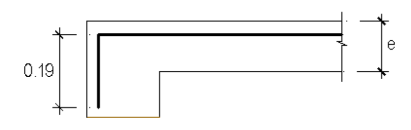
$As_{T°} = 0.0018 \text{ x } b \text{ x } e = 0.0018 \text{ x } 100 \text{ x } 16 = 2.88\ cm^2.$

$$S_{max} = \begin{cases} 5\,e = 5 \times 16 = 80\ cm. \\ 45\ cm. \end{cases} \quad S_{max} = 45\ cm.$$

$S_{3/8} = \dfrac{100 \times 0.71}{2.88} = 24.6\ cm. \approx 25$ <u>**Usar**: Ø 3/8" @ 0.25</u>

Anclaje del refuerzo negativo: $la = 1.5\ ld^{(-)}$.

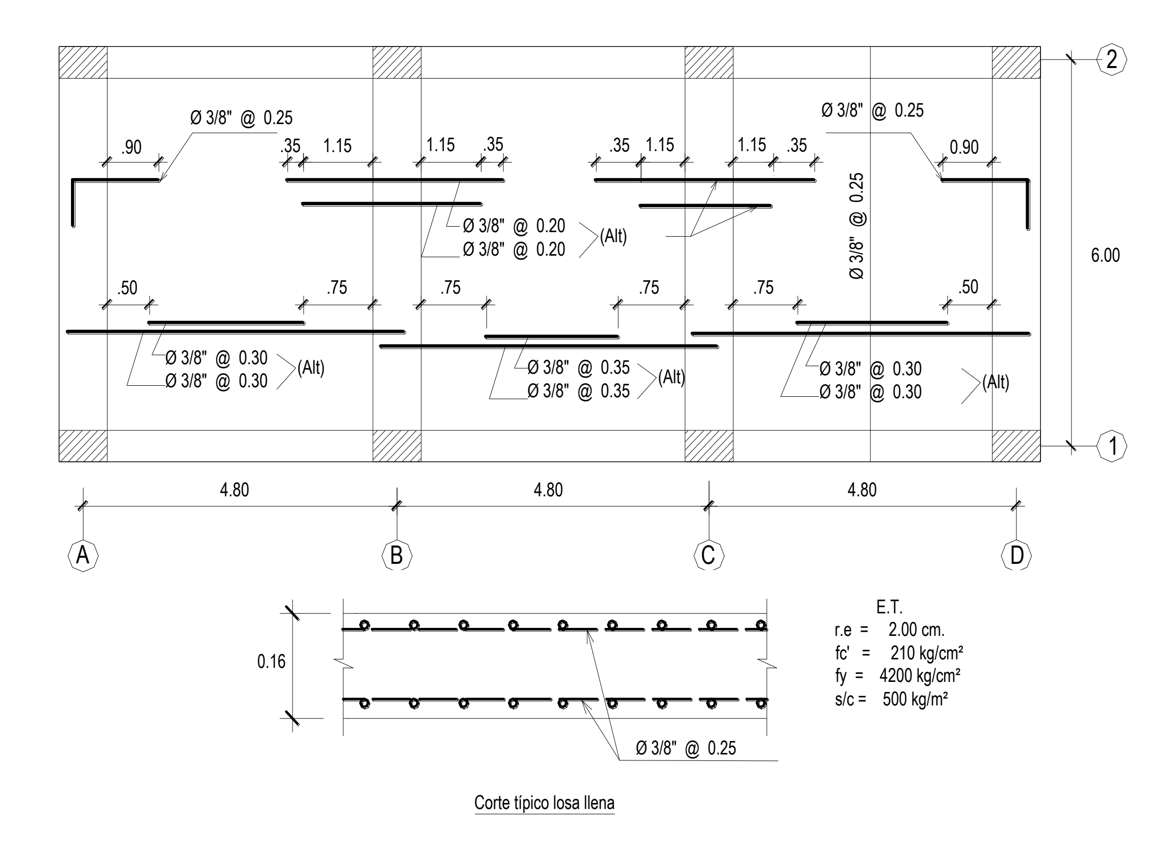
$$ld = \begin{cases} \dfrac{0.06 \times 0.71 \times 4200}{\sqrt{210}} = 12 \\ = 0.006 \times 0.95 \times 4200 = 24 \\ = 0.30\ m. \end{cases} \quad ld = 30\ cm. \Rightarrow la = 45\ cm.,$$



- **Detalle del refuerzo en plano**

$$\begin{matrix} la = 13\ cm. \\ la = 12\ db = 11.4 \end{matrix} \quad la = 13\ cm. \text{ Para acotar el refuerzo}$$

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.



3.4.5. Losas aligeradas.

Uno de los sistemas de techado más empleado en nuestro medio es la losa aligerada unidireccional (armada en un sentido), esto se debe a que es un sistema económico, liviano (propiedad necesaria para reducir las fuerzas sísmicas), donde los ladrillos aligerados (bloques con huecos tubulares) proporcionan acústica, termicidad y sirven además para darle forma (encofrado) a las viguetas de concreto armado; pero, para efectos del diseño estructural, se desprecia la participación de los bloques tanto en la rigidez como en la resistencia del aligerado. (fig. III-11).

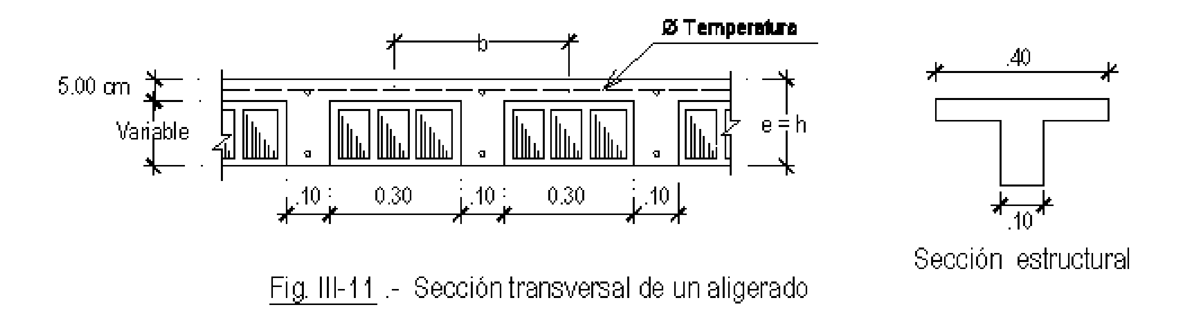


Fig. III-11 .- Sección transversal de un aligerado

Dependiendo de las luces de los ambientes y de las cargas existentes, los aligerados tienen un peralte de *e* = 17, 20, 25, 30, 35, y 40, que incluyen una losa superior de 5 cm. de espesor. Cabe mencionar que cuando el peralte del aligerado resulta mayor que 30 cm., debe solicitarse anticipadamente la fabricación de bloques especiales.

En el Perú las losas aligeradas se hacen con viguetas de 10 cm. de ancho, separadas una distancia libre de 30 cm., debido a que los ladrillos se fabrican con este ancho; en otros países es usual considerar ladrillos de 40cm. de ancho nervios de 15 cm. y losa de 7.5 cm. de espesor.

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

Los aligerados armados en una dirección resultan económicos hasta luces aproximadamente 7.00 m., para luces mayores será más económico el uso de losas nervadas, debido al hecho de usar peraltes mayores sin recurrir a ladrillos especiales o al hecho de colocar un ladrillo sobre otro ladrillo.

Cuando se tienen paños más o menos cuadrados y de luces comprendidos entre 6 y 8 mts. aproximadamente, se pueden usar aligerados en dos direcciones, y para el caso de luces mayores se puede estructurar considerando losas nervadas en dos direcciones (casetones). Esto no niega la posibilidad de usar losas nervadas en dos direcciones para luces menores.

Las viguetas de dirigen ("arman") en el sentido de la menor longitud del ambiente por techar (fig. III-12), ya que al curvarse cilíndricamente la losa, los momentos flectores son significativos en esa dirección. Pero cuando las luces son relativamente semejantes ($L_1 \approx L_2$) o cuando $L_1 > 5$ m., se recomienda colocar perpendicularmente al armado, en la zona central del techo, una doble vigueta (dos viguetas juntas), cuyo objetivo es proporcionar rigidez torsional a las viguetas principales y también "coser" una posible fisura que puede formarse en la zona de contacto vigueta-bloque por flexión en el sentido ortogonal al armado; esta doble vigueta no actúa como apoyo del aligerado[36].

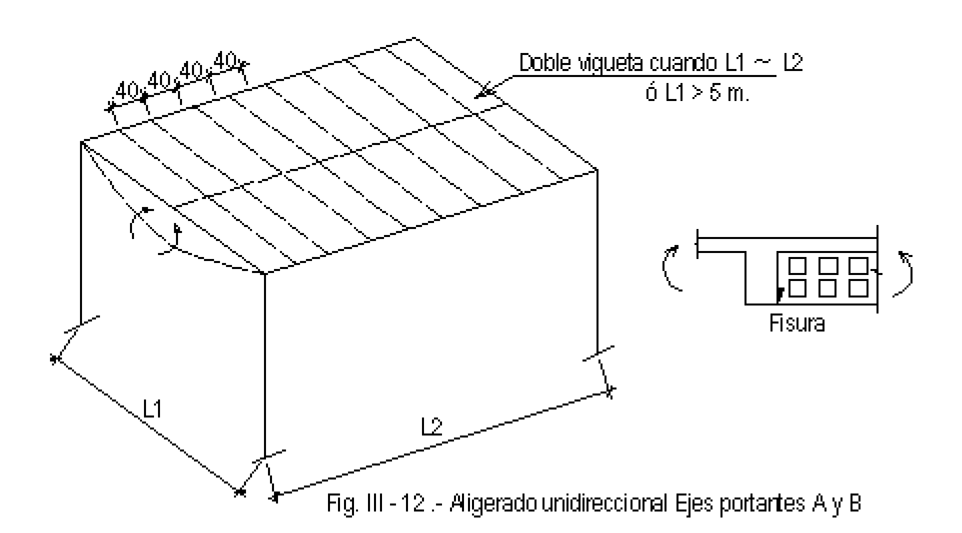


Fig. III - 12 .- Aligerado unidireccional Ejes portantes A y B

Debe tenerse presente que las viguetas no llevan refuerzo por corte (estribos), debiendo el concreto absorber íntegramente la fuerza cortante. En aligerados de grandes luces, o cuando la sobrecarga es importante, será necesario ensanchar las viguetas en las zonas donde el cortante actuante (V) resulte mayor al resistente (Vc); por lo general, este ensanche se realiza en forma alternada (fig. III-13); retirando ladrillos y llenando esos espacios con concreto. En estos aligerados también podría ocurrir problemas de grandes deflexiones que al superar los límites permitidos por el reglamento, dañarían los cielos rasos y la tabiquería, este problema se supera construyendo los aligerados con una contra flecha (especificada en los planos estructurales), o aumentando su espesor.

(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

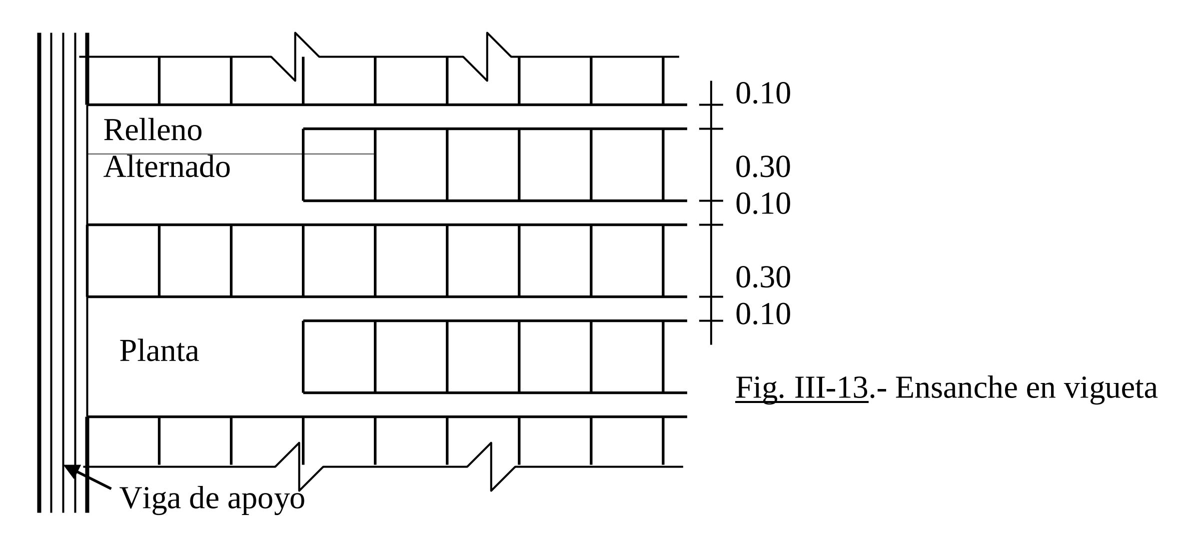


Fig. III-13.- Ensanche en vigueta

Cuando existe tabiques de albañilería dirigidos en el sentido del armado, es frecuente diseñar una viga chata (V-CH) o colocar una doble vigueta con la intención de reforzar el techo para la carga aplicada.

Cuando los tabiques están dispuestos en forma perpendicular a la dirección del aligerado, No es factible colocar una viga chata, pues la carga esta aplicándose como una carga concentrada sobre cada vigueta, y por tanto es necesario a veces aumentar el espesor del techo.

ALIGERADO CON TIRAS DE POLIESTIRENO EXPANDIDO (ETSAPOL)(37)

Son losas iguales a los aligerados convencionales, con la diferencia que en lugar de ladrillos huecos, tienen tiras de poliestireno expandido (etsapol) de mucho menor peso.

Estas losas son muy usadas en países de Europa y de América y no estan casi difundidas en el Perú, porque el precio de dicho material es muy importante (caro).

El bloque de poliestireno expandido (etsapol) tiene una densidad de 10 a 12 Kg./m^3., lo que significa que los pesos de los bloques es del orden de 1 Kg. por metro cuadrado.

Como ejemplo diremos que en un metro de largo en lugar de usar 3.3 ladrillos se colocará una tira de 1.0 m. de largo. Esta tira se comercializa en diferentes tamaños, hasta una longitud de 3.0 mts., pero el más comercial es de 1.20 mts. de largo y de diferentes espesores (30, 35, 40, 45, 50, 60 y 70 cm.).

A continuación se da la diferencia de pesos entre un aligerado convencional y otra usando etsapol.

PERALTE (cm.)	$h_{LADRILLO}$ (cm.)	LOSA CONVENSIONAL		LOSA CON ETSAPOL		DIFERENCIA % PESO PROPIO
		$W_{LADRILLO}$ Kg./m^2.	W_{LOSA} Kg./m^2.	$W_{ETSAPOL}$ Kg./m^2.	W_{LOSA} Kg./m^2.	
17	12	80	280	0.90	191	-29.30%
20	15	90	300	1.20	212	-29.30%
25	20	110	350	1.50	242	-31.30%
30	25	150	420	1.90	272	-35.30%

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

PREDIMENSIONAMIENTO:

las losas aligeradas se pueden estimar así: $h = \dfrac{L}{25-30}$

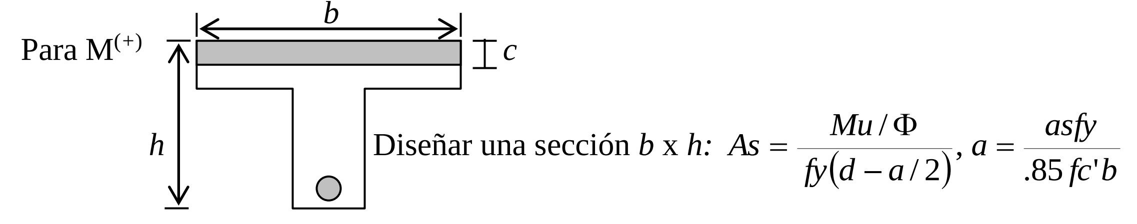
O de lo contrario podríamos usar los siguientes peraltes (Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado – Antonio Blanco Blasco)

h = 17 cm. para luces menores a 4.0 m.
h = 20 cm. para luces comprendidas entre 4.0 a 5.5 m.
h = 25 cm. para luces comprendidas entre 5.0 a 6.5 m.
h = 30 cm. para luces comprendidas entre 6.0 a 7.5 m.

Se debe entender que *"h"* expresa la altura o espesor total de la losa aligerada.
El dimensionamiento anterior será válido para sobrecargas normales del orden máximo de 300 a 350 Kg./m^2.; para sobrecargas mayores a 350 Kg./m^2. ó en el caso de existir tabiques de albañilería de ladrillo importantes, aplicados sobre ejes perpendiculares al armado de los aligerados, es factible que se requiera de espesores mayores sobre todo en el caso de luces cercanas a los límites máximos señalados.

Para el diseño del refuerzo principal tendremos presente lo siguiente:

Para M$^{(+)}$



Diseñar una sección *b* x *h*: $As = \dfrac{Mu/\Phi}{fy(d-a/2)}$, $a = \dfrac{asfy}{.85\,fc'b}$

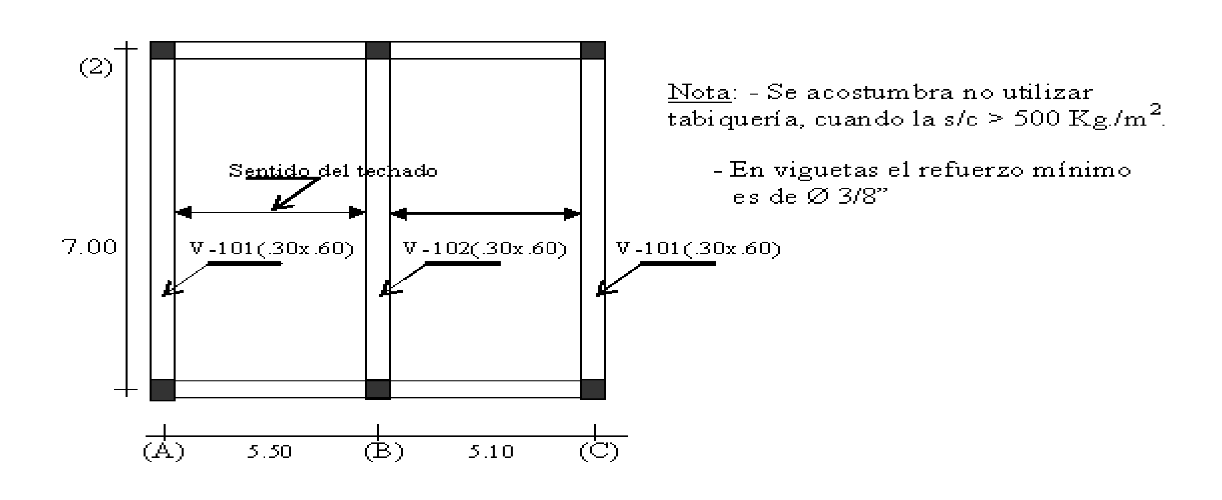
Para $M^{(-)}$

h

Diseñar una sección *bw* x *h*: $As = \dfrac{Mu/\Phi}{fy(d-a/2)}$, $a = \dfrac{asfy}{.85\,fc'bw}$

a

Ejemplo 01.- Diseñar la losa aligerada que se muestra en la figura adjunta. Sabiendo que va ser para uso de oficinas, considerar una tabiquería fija de 120 Kg./m^2., la calidad del concreto será de 210 Kg./cm^2. y del acero de 4200 Kg./cm^2.



Solución

- **Predimensionamiento**:

$$h = \frac{L}{25-30} = \frac{550}{26} = 21.15 \quad \Rightarrow \quad h = 20\ cm.$$

- **Metrado de cargas**:
  - Peso propio = 0.30 t/m^2.
  - Piso terminado = 0.10 t/m^2.
  - Tabiquería = 0.12 t/m^2.

  → W_D = 0.52 t/m^2.
  - Sobre carga = 0.25 t/m^2. → W_L = 0.25 t/m^2.

- **Requisitos para usar los coeficientes**:
  - Cargas uniformemente repartida.
  - Número de tramos = 2
  - Diferencia de luces : 5.20 – 4.80 = 0.40 < 20% (5.20) = 1.04
  - Relación W_L / W_D = 0.25 / 0.52 = 0.48 < 3.0
  - Son elementos prismáticos.

Entonces si podemos usar los coeficientes:

Wu = 1.4 x 0.52 x 1.7 x 0.25 → Wu = 1.15 t/m^2.

Por vigueta: Wu = 1.15 x 0.40 = 0.46 t/mxv

Wu = 0.46 t/mxv

Wu = 0.46 t/mxv.

	(A)	Ln_1 = 5.20	(B)	Ln_2 = 4.80	(C)
Coef	1/24	1/14	1/9	1/14	1/24
Mu t-m	0.52	0.89	1.28	0.76	0.44
Mu/ϕ t-m	0.58	0.99	1.42	0.84	0.49
As (cm^2/v)	0.86	1.42	2.38	1.20	0.72
Ø	1 Ø ½”	2 Ø 3/8”	2 Ø ½”	1 Ø ½”	1 Ø 3/8”
Ensanche					

- **Momentos de diseño** :

M_A^- = 1/24 x 0.46 x 5.20^2 = 0.52 t-m.

M_{AB}^+ = 1/14 x 0.46 x 5.20^2 = 0.89 t-m.

M_C^- = 1/24 x 0.46 x 4.8^2 = 0.44 t-m.

M_B^- = 1/9 x 0.46 x 5^2 = 1.28 t-m.

M_{BC}^+ = 1/14 x 0.46 x 4.8^2 = 0.76 t-m.

- **Cálculo de: $Mn\,\rho_{max}$ y $Mn\,\rho_{min}$** :

Para Apoyos:

$Mn\,\rho_{max} = Kb_W\,d^2$ = 54.35 x 10 x 17^2 = 1.57 t-m.

$Mn\,\rho_{min} = Kb_W\,d^2$ = 7.40 x 10 x 17^2 = 0.21 t-m.

Para tramos:
$Mn\,\rho_{max} = Kb\,d^2 = 54.35 \times 40 \times 17^2 = 6.28$ t-m.

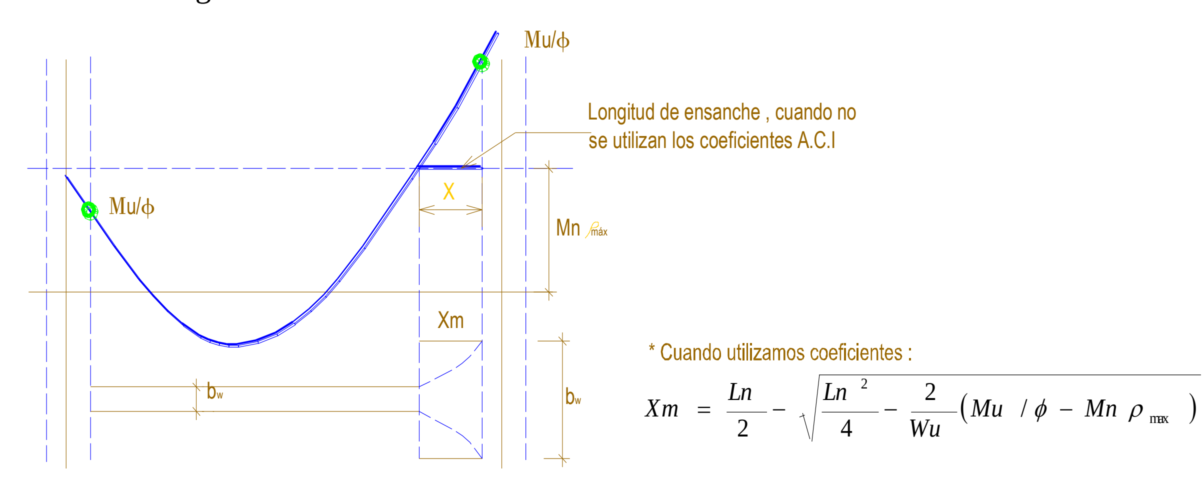
- **Comparamos los**: $Mn\,\rho_{max}$ y $Mn\,\rho_{min}$, con c/u de los Mu/ϕ y vemos que:

$Mn\,\rho_{max}^{(-)} = 1.57$ t-m. $> Mu/\phi^{(-)}$
$Mn\,\rho_{max}^{(+)} = 6.28$ t-m. $> Mu/\phi^{(+)}$
$Mn\,\rho_{min} = 0.21$ t-m. $< Mu/\phi$ → No necesitamos As_{min}.

Nota:
Si $Mn\,\rho_{max}^{(-)} < Mu/\phi^{(-)}$ → - Podemos aumentar el espesor de la losa.
- Mejorar la calidad del concreto. Ó
- Ensanchar la vigueta.

Ensanche de vigueta: (aumentar b_W.):
$Mn\,\rho_{max} = Kb_W\,d^2 = Mu/\phi$ → $b'_W = *$ → $As = \rho\ b'_W d$

La longitud de ensanche será:



- **Cálculo de las áreas de acero**: $dc = 3$ cm. → $d = 17$ cm.

En apoyos: $As = \dfrac{Mu/\Phi}{fy\left(d - \frac{a}{2}\right)}$, $a = \dfrac{Asfy}{0.85\,fc'b_w} = 2.3529\,As$

En tramos: $As = \dfrac{Mu/\Phi}{fy\left(d - \frac{a}{2}\right)}$, $a = \dfrac{Asfy}{0.85\,fc'b} = 0.5882\,As$

Apoyo A: $Mu/\phi = 0.58$ t-m. → $a = 2.0$ $\underline{As = 0.86}$ $a = 2.0$
Tramo AB: $Mu/\phi = 0.99$ t-m. → $a = 0.84$ $\underline{As = 1.42}$ $a = 0.84$
Apoyo B: $Mu/\phi = 1.42$ t-m. → $a = 5.60$ $\underline{As = 2.38}$ $a = 5.60$
Tramo BC: $Mu/\phi = 0.84$ t-m. → $a = 0.71$ $\underline{As = 1.20}$ $a = 0.70$
Apoyo C: $Mu/\phi = 0.49$ t-m. → $a = 1.70$ $\underline{As = 0.72}$ $a = 1.69$

Acero por repartición y temperatura:

$As_{T°} = \rho_{T°} \text{ x } b \text{ x } h$

$= 0.0018 \text{ x } 100 \text{ x } 5$

$As_{T°} = 0.9 \text{ cm}^2\text{./m.}$

$e = 5$ cm.

$b = 100$ cm.

$$S_{max} = \begin{cases} 5\,e = 5 \times 5 = 25 \\ 45\,cm \end{cases} \Big\rangle \; S_{max} = 25\,cm.$$

$$\Rightarrow \quad S_{1/4} = \frac{100\ Ab}{As} = \frac{100 \times 0.32}{0.9} = 35.56 \ \rangle\ S_{max}$$

$\Rightarrow$ Usar: Ø ¼" @ 25

Anclaje del refuerzo negativo: $la = 1.5\ ld$

$$ld = \frac{0.06 \times 1.29 \times 4200}{\sqrt{210}} = 22.43$$
$$= 0.006 \times 1.27 \times 4200 = 32.00$$
$$= 30\ cm.$$

$ld = 32.0 \Rightarrow la = 1.5 \times 32 = 48\ cm.$ *para* Ø ½"

0.22 — 20 cm

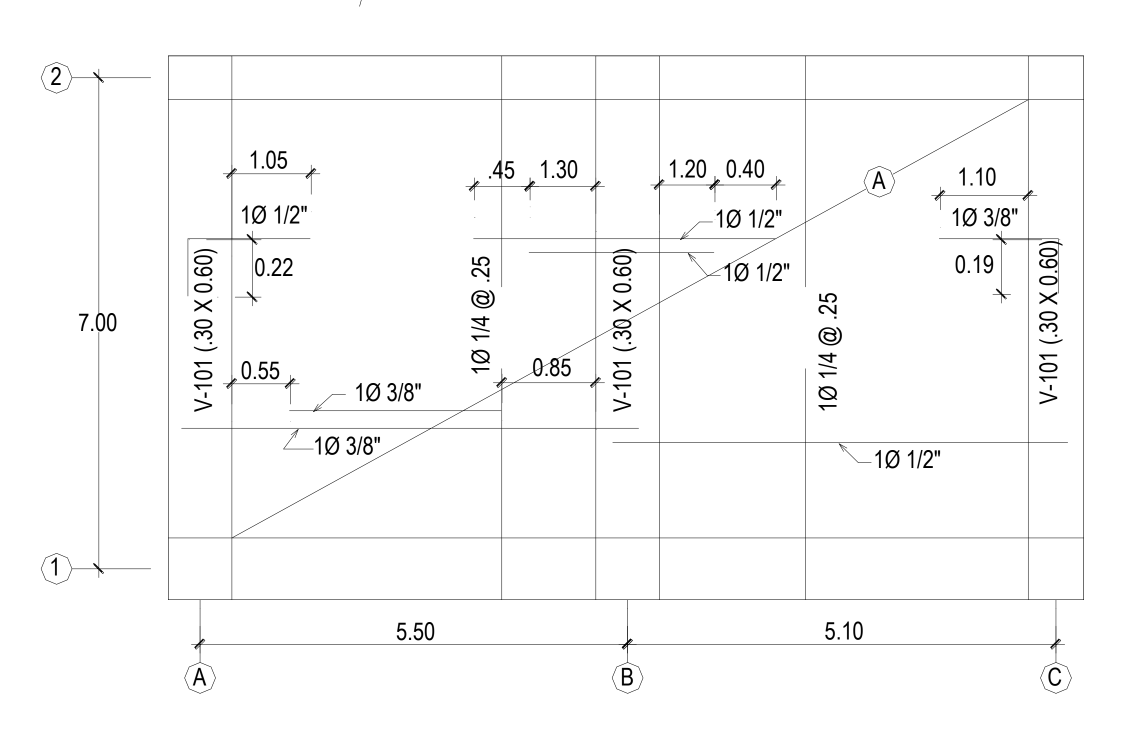
$$ld = \frac{0.06 \times 0.71 \times 4200}{\sqrt{210}} = 12.35$$
$$= 0.006 \times 0.95 \times 4200 = 23.94$$
$$= 30\ cm.$$

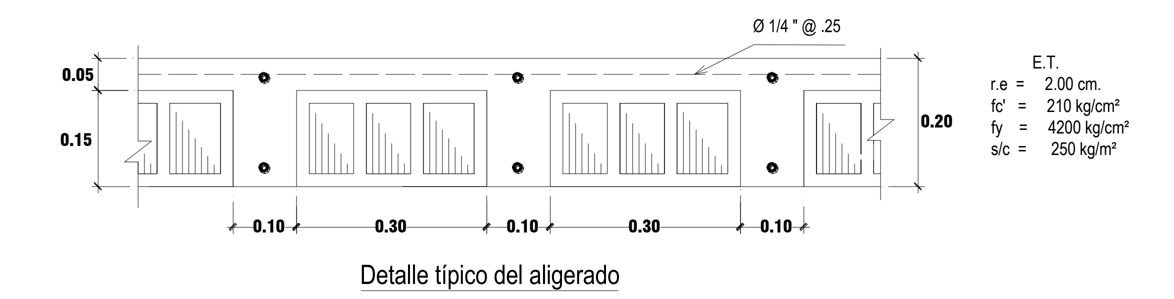
$ld = 30 \Rightarrow la = 1.5 \times 30 = 45\ cm.$ *para* Ø 3/8"

0.19 — 20 cm.

- **Detalle de refuerzo en planos**:

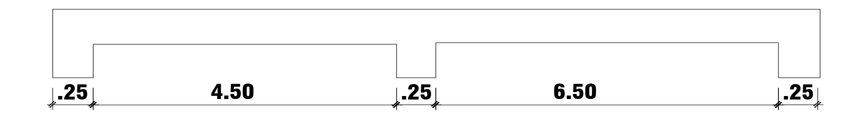
$$la = 12\ db = 15.24$$
$$= d = 17$$
$$la = 17\ cm.$$





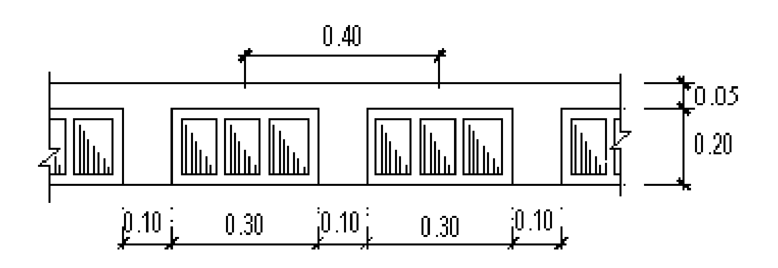
Detalle típico del aligerado

Ejemplo 02.- Diseñar la siguiente losa aligerada de *e* = 25 cm., s/c = 200 Kg./m^2. *fc'* = 210 Kg./cm^2, *fy* = 4200 Kg./cm^2., piso terminado =100 Kg./m^2., tabiquería =100 Kg./m^2., ladrillo = 0.30 x 0.30 x 0.20 de 8.4 Kg. c/u.



Solución

- **Metrado de cargas**:



$$\left.\begin{array}{lll} -Peso\ ladrillo/m^2 & = 8.33\times 8.4 & = 69.97\ Kg./m^2 \\ -Losa & = 0.05\times 2.4 & = 120\ Kg./m^2 \\ -Vigueta & = 0.10\times 0.20\times 2.4\times 2.5 & = 120\ Kg./m^2 \end{array}\right\rangle Peso\ del\ aligerado = 310\,Kg./m^2$$

Entonces:

$$\left.\begin{array}{ll} -Peso\ del\ aligerado & = 0.31\,t/m^2 \\ -Piso\ ter\min ado & = 0.10\,t/m^2 \\ -Tabiquería & = 0.10\,t/m^2 \end{array}\right\rangle\ W_D = 0.51\,t/m^2$$

- Sobrecarga = 0.20 t/m^2. $\rightarrow W_L = 0.20\ t/m^2$.

- **Requisitos para usar los coeficientes**:

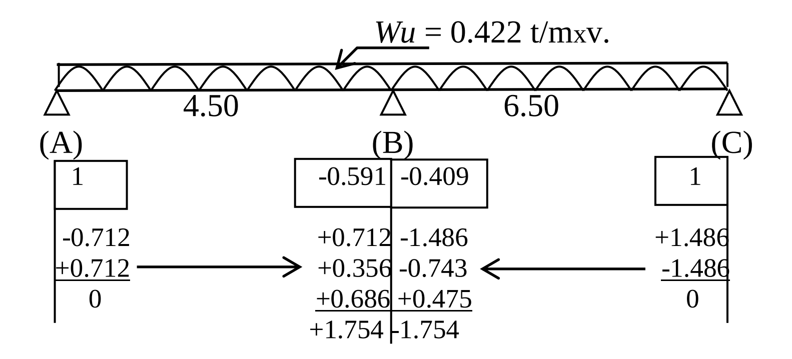
  - Cargas uniformemente distribuida.
  - Número de tramos = 2
  - Diferencia de luces : $Ln_2 - Ln_1 = 2 \leq 0.20\ Ln_2 = 1.30$

  $\Rightarrow$ No podemos usar los coeficientes del ACI.

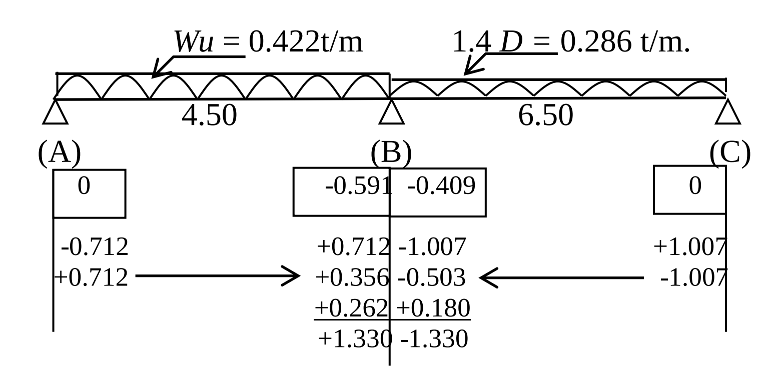
Envolventes de momentos.

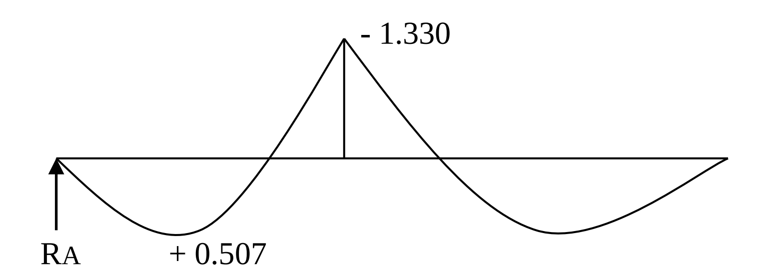
- Máximo momento negativo:

$Wu = 1.4\ D + 1.7\ L = 1.054$ t/m^2. $\Rightarrow$ $Wu = 1.054 \times 0.40 = 0.422$ t/mxv



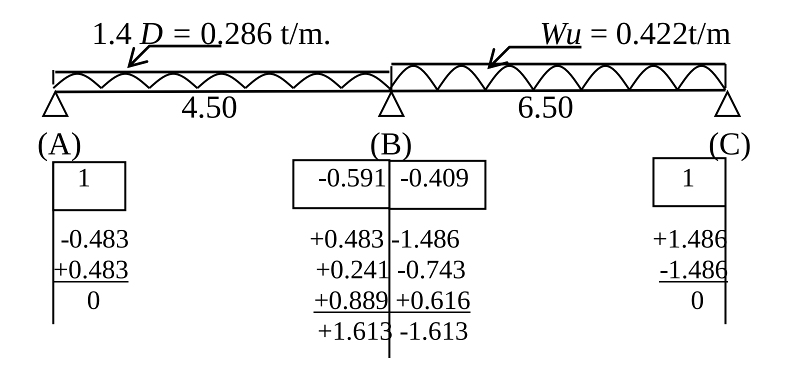
- Máximo momento positivo:





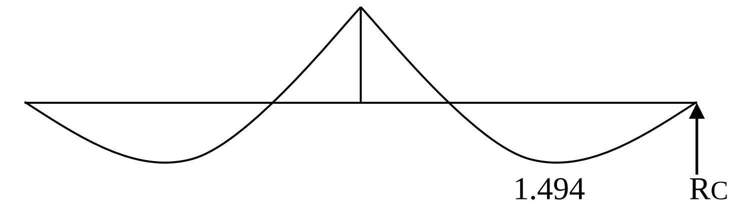
$$R_A = \frac{4.5 \times 0.422 \times 4.5/2 - 1.330}{4.50} = 0.654\,t \;\;,\;\; Vx = 0 \;\;\rightarrow\;\; Mu_{\max} = R_A X - \frac{WuX^2}{2}$$

$$X = \frac{0.654}{0.422} = 1.55\ m. \;\;\rightarrow\;\; Mu_{\max}^{(+)} = 0.507 \text{ t-m.}$$



-1.613

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

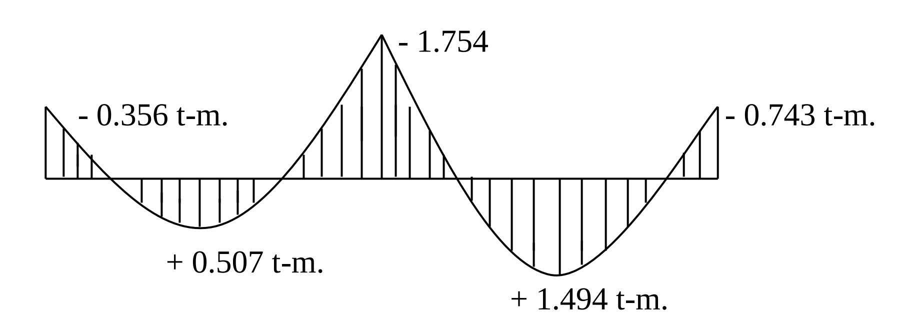


$$R_C = \frac{6.50 \times 0.422 \times 6.5/2 - 1.613}{6.50} = 1.123\,tn \;,\; Vx = 0 \;\rightarrow\; Mu_{max} = R_C X - \frac{WuX^2}{2}$$

$$X = \frac{1.123}{0.422} = 2.66\ m. \;\Rightarrow\; Mu_{max}^{(+)} = 1.494 \text{ t-m.}$$

Envolvente:

Mu_A = 1/24 $Wu\ Ln^2$ = 1/24 x 0.422 x 4.5^2 = 0.356 t-m.
Mu_B = 1/24 $Wu\ Ln^2$ = 1/24 x 0.422 x 6.5^2 = 0.743 t-m.



	(A)		(B)		(C)
Mu	0.356	0.507	1.754	1.494	0.743
Mu/ϕ	0.396	0.563	1.949	1.660	0.826
As (cm^2)	0.44	0.61	2.42	1.84	0.94
Ø	1 Ø 3/8”	1 Ø 3/8”	2 Ø ½”	1 Ø ½” +1 Ø 3/8”	1 Ø ½”

- **Cálculo de**: $Mn\,\rho_{max}$ y $Mn\,\rho_{min}$:
  - Para Apoyos:
  $Mn\,\rho_{max}$ = 54.35 x 10 x 22^2 = 2.63 t-m. > *Mu/ϕ*
  $Mn\,\rho_{min}$ = 7.40 x 10 x 22^2 = 0.36 t-m. < *Mu/ϕ* No necesitamos As_{min}
  - Para tramos:
  $Mn\,\rho_{max}$ = 54.35 x 40 x 22^2 = 10.52 t-m. > *Mu/ϕ*

- **Calculo de las áreas de acero**:

$$As = \frac{Mu/\Phi}{fy\left(d - \frac{a}{2}\right)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85\,fc' b_w} = 2.3529\,As \text{ (apoyos)},\; a = 0.5882\,As \text{ (tramos)}$$

Apoyo A: *Mu/ϕ* = 0.396 t-m. ⇒ *a* = 1.03 <u>As = 0.44</u> *a* = 1.04

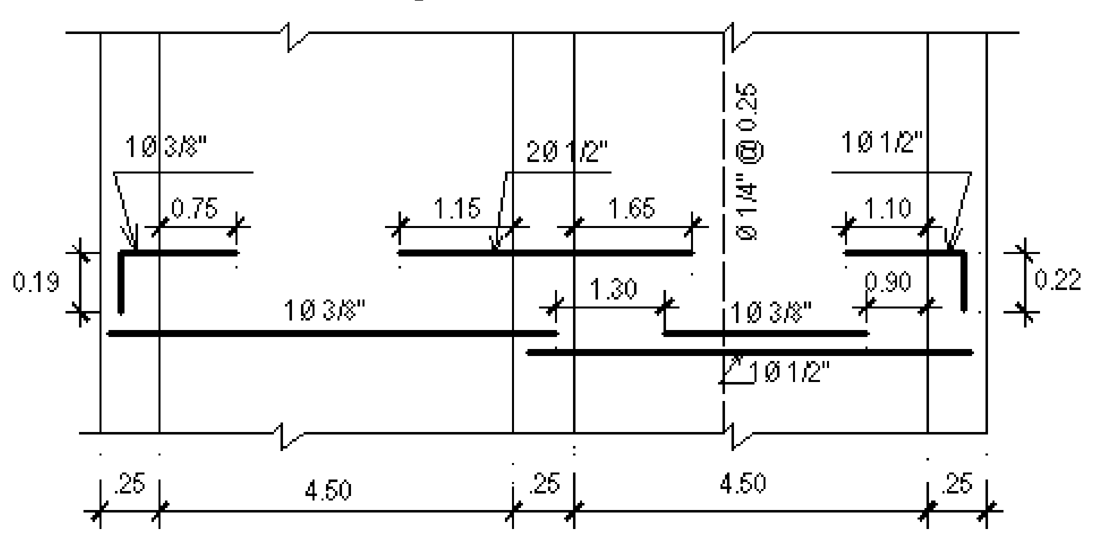
Tramo AB: *Mu/ф* = 0.563 t-m. ⇒ *a* = 0.36 As = 0.61 *a* = 0.36
Apoyo B: *Mu/ф* = 1.949 t-m. ⇒ *a* = 5.70 As = 2.42 *a* = 5.69
Tramo BC: *Mu/ф* = 1.660 t-m. ⇒ *a* = 1.08 As = 1.84 *a* = 1.08
Apoyo C: *Mu/ф* = 0.826 t-m. ⇒ *a* = 2.22 As = 0.94 *a* = 2.21

- **Acero por repartición contracción y temperatura**:

$$S_{max} = \begin{cases} 5\,e = 5 \times 5 = 25 \\ 45\,cm \end{cases} \Big\rangle \; S_{max} = 25\,cm.$$

$$\Rightarrow \quad S_{1/4} = \frac{100\;Ab}{As} = \frac{100 \times 0.32}{0.9} = 35.56 \;\Big\rangle\; S_{max} \qquad \Rightarrow \text{ Uzar: Ø ¼” @ 25}$$

- **Detalle de refuerzo en planos**:

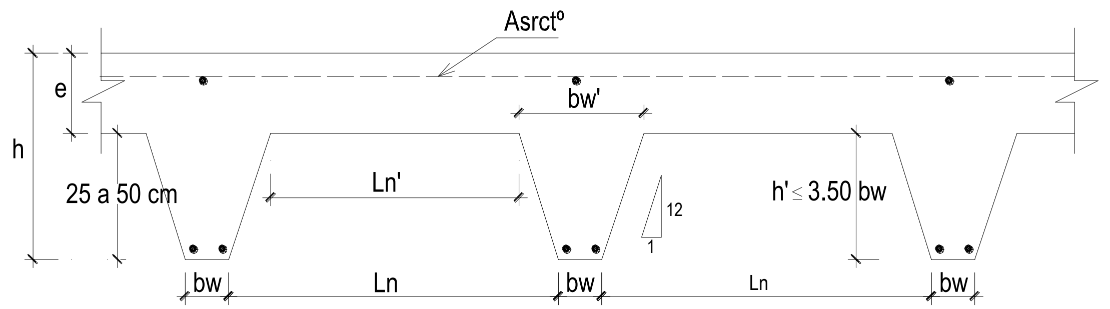


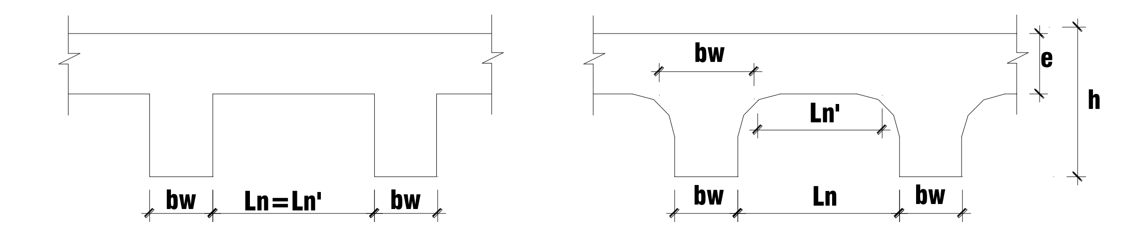
3.4.6. Losas nervadas.

Son aquellas que están constituidas por una serie de vigas **T**, llamadas nervaduras o viguetas unidas a través de una losa maciza de igual espesor que el ala de viga. O sea viene a ser la combinación monolítica de nervaduras regularmente espaciadas y una losa colocada en la parte superior que actúa en una dirección.

La forma se obtiene con cimbras o encofrados especiales que pueden ser fabricados en base a varios tipos de materiales como acero, madera, planchas de material prensado, plástico reforzado, los cuales pueden ser comprados o alquilados por los constructores.

Haciendo un corte transversal tenemos.





Este tipo de losas recepcionan muy bien el sonido (mejoran las condiciones acústicas y térmicas) y se usan generalmente para luces mayores a 6.00 m., puesto que resultan más livianos que los aligerados y porque se construyen con espesores y espaciamientos entre viguetas que no dependen de condiciones rígidas de mercado (Ladrillo) sino del requerimiento Estructural o Arquitectónico.

PREDIMENSIONAMIENTO:

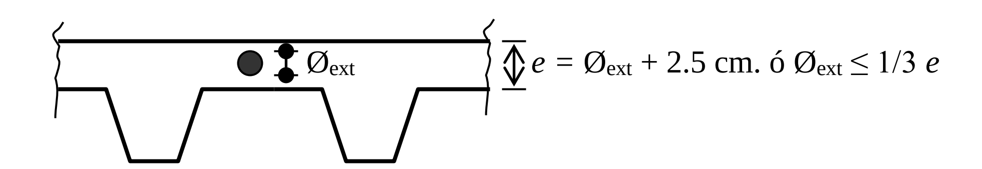
Suponiendo una distancia entre ejes de viguetas del orden de 70 cm. se puede considerar el siguiente dimensionamiento (Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado-Antonio Blanco Blasco)

bw (10-15) -------- h = 35 cm. -------- $L \leq$ 7.5 cm.
bw (10-15) -------- h = 40 cm. -------- $L <$ 8.5 cm.
bw (10-15) -------- h = 50 cm. -------- $L <$ 9.5 cm.

CARACTERÍSTICAS:

1) El metrado de cargas se hace para el área tributaria correspondiente a cada vigueta (peso propio del nervio + peso propio losa).
2) El ancho mínimo del nervio es igual a 10 cm. y el máximo es igual a 15 cm.
$$10 \leq bw \leq 15 \text{ cm.}$$
3) El peralte del nervio no será mayor a 3.5 veces el ancho del nervio:
$$h' \leq 3.5\, bw$$
4) La distancia libre entre nervaduras no será mayor que 75 cm. Esta limitación permite un ligero incremento en la capacidad de corte del concreto, así como la disminución del recubrimiento del refuerzo.
$$Ln' \leq 75 \text{ cm.}$$
5) El espesor de la losa no será menor de 5 cm. ni a la distancia libre entre nervios sobre doce.
$$e \geq \begin{cases} 5\ cm. \\ Ln'/12 \end{cases} \quad \text{El mayor}$$

6) Cuando se tenga que colocar ductos empotrados o tuberías ahogadas en la losa, el espesor de esta debe ser como mínimo igual al diámetro exterior del ducto + 2.5 cm. o de lo contrario el diámetro de la tubería debe ser $\leq 1/3\ e$. En lo posible estas tuberías deben ir fuera de la losa.

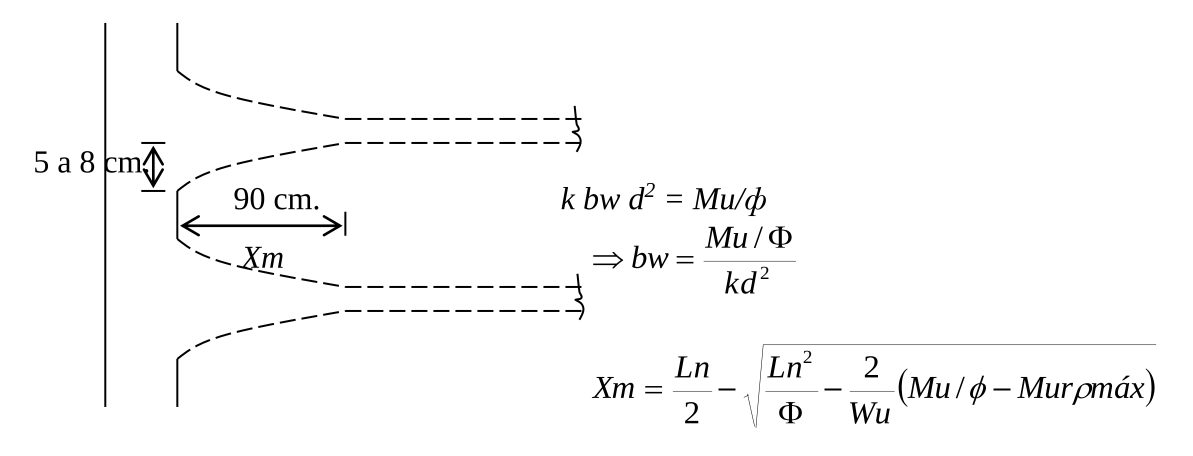


- El refuerzo principal por flexión deberá estar constituido por dos barras como mínimo y por tres como máximo.



- No se coloca acero en compresión, si por decir:

$Mur\rho_{max} < \frac{Mu}{\Phi} \Rightarrow$ se debe aumentar *bw, f'c* ó *h.*



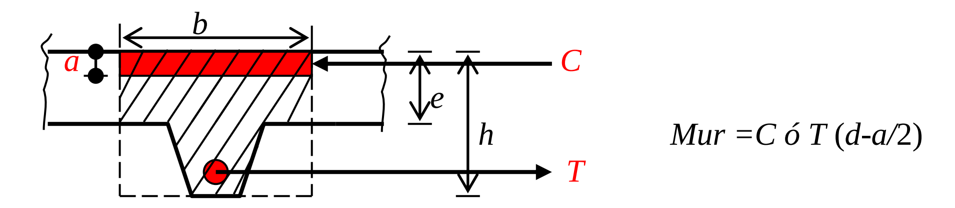
$$k\ bw\ d^2 = Mu/\phi$$

$$\Rightarrow bw = \frac{Mu/\Phi}{kd^2}$$

$$Xm = \frac{Ln}{2} - \sqrt{\frac{Ln^2}{\Phi} - \frac{2}{Wu}(Mu/\phi - Mur\rho m\acute{a}x)}$$

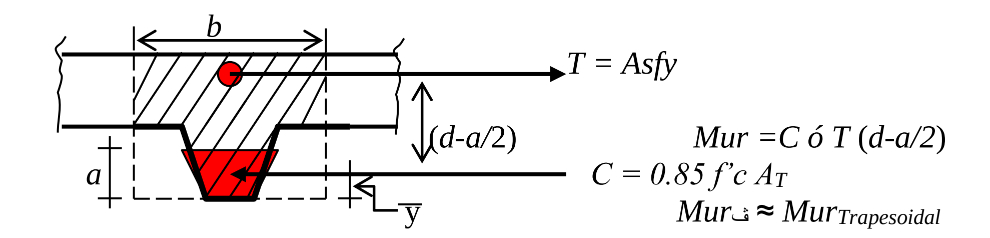
- Para el diseño del As_{min} principal y el *Asrct* (secundario) que debe llevar la losa rigen las mismas normas adoptadas en aligerados.
  $As_{min} = \rho_{min}\ bwd \rightarrow \rho_{min} = 0.0018$
  $Asrct = \rho_{srct} \times 100 \times e \rightarrow \rho_{srct} = 0.0018$

- Para el diseño de momento positivo , se diseña una sección ficticia *b* x *h.* siempre y cuando $a \leq e.$



$Mur = C$ ó $T\ (d-a/2)$

- Para *M*(-) ,se diseñará una sección trapezoidal o rectangular, de acuerdo a la forma del nervio

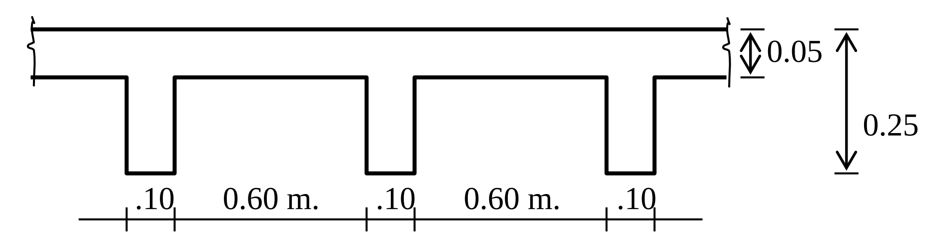


$Mur = C$ ó $T\ (d-a/2)$

$C = 0.85 f'c\ A_T$

$Mur_{ت} \approx Mur_{Trapesoidal}$

Ejemplo.- Diseñar la losa nervada que se detalla a continuación, $f'c$ = 210 Kg./cm^2., fy = 4200 Kg./cm^2., s/c = 250 Kg./m^2., tabiquería =100 Kg./m^2., P.T =100 Kg./m^2.



Solución :

Metrado de cargas:

- Peso losa superior = 0.70 x 0.05 x 2.4 = 0.08 t/m.
- Peso nervadura = 0.10 x 0.20 x 2.4 = 0.05 t/m.
- Piso terminado = 0.100 x 0.70 = 0.07 t/m.
- Tabiquería = 0.100 x 0.70 = 0.07 t/m.
- Sobre carga = 0.25 x 70 = 0.18 t/m. → W_L = 0.18 t/m^2.

W_D = 0.27 t/m^2.

Requisitos del ACI:

- Número de luces = 3 > 2
- Diferencia de luces : 0 < 20% ⇒ Usar coeficientes ACI.
- Cargas uniformemente distribuida.
- W_L / W_D = 0.18 / 0.27 = 0.67 < 3 x 0.27 = 0.81
- Son elementos prismáticos.

$U = 1.4\,D + 1.7\,L$
= 1.4x0.27+1.7x0.18
Wu = 0.68 t/m.

Wu = 0.68 t/m.

Ln_1 = 5.50 Ln_2 = 5.50 Ln_3 = 5.50

Coef	**1/24**	**1/14**	**1/10**	**1/11**	**1/16**	**1/11**	**1/10**	**1/14**	**1/24**
***Mu* t-m**	0.86	1.47	2.05	1.87	1.28				
***Mu/ϕ* t-m**	0.96	1.63	2.28		1.42				
As (cm^2)	1.10	1.79	2.92		1.56				
Ø	1Ø½”	1Ø½”+1Ø3/8”	2Ø½”+1Ø3/8”		2Ø3/8”				

- Para Apoyos:

$Mn\,\rho_{max}$ = 54.35 x 10 x 22^2 = 2.63 t-m. > $Mu/\phi^{(-)}$ (0.96,2.28) **OK**. no necesita ensanche
$Mn\,\rho_{min}$ = 7.40 x 10 x 22^2 = 0.36 t-m. < Mu/ϕ No necesitamos As_{min}

- Para tramos:

$Mn\,\rho_{max}$ = 54.35 x 70 x 22^2 = 18.4 t-m. > Mu/ϕ .... **OK**.

Cálculo de las áreas de acero:

a= 2.3529 As, para M(-) y a =0.3361 As ,para M(+)

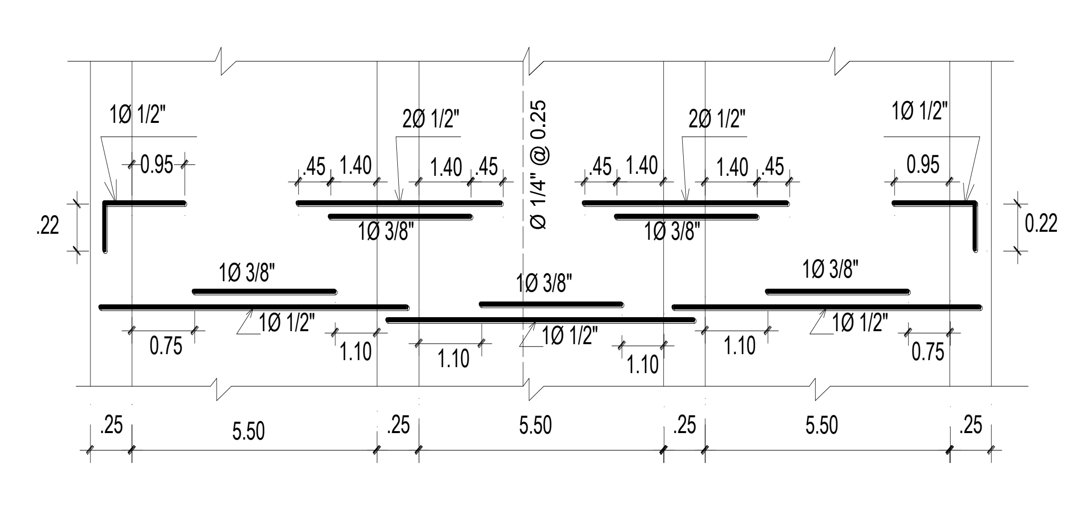
Apoyo A: (*Mu/φ.* = 0.96 t-m.)
a = 2.60 *As* = 1.10 *a* = 2.60

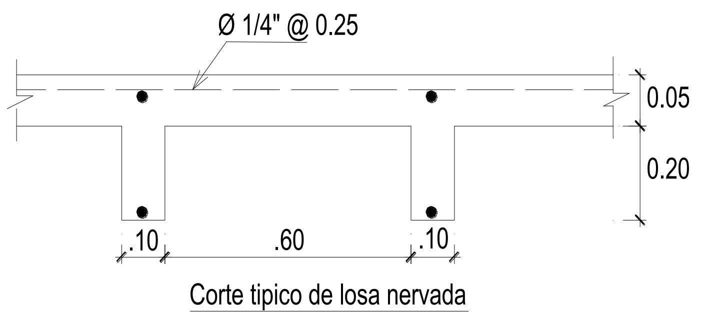
Tramo AB: (*Mu/φ.* = 1.63 t-m.)
a = 0.60 *As* = 1.79 *a* = 0.60

Apoyo B: (*Mu/φ.* = 2.28 t-m.)
a = 6.88 *As* = 2.92 *a* = 6.87

Tramo BC: (*Mu/φ.* = 1.42 t-m.)
a = 0.52 *As* = 1.56 *a* = 0.52

Detalle de refuerzo :





Corte tipico de losa nervada

3.4.7. ESCALERAS

Las escaleras y rampas son elementos de la estructura que conectan un nivel con otro. La comodidad que brindan al usuario depende en gran medida de su inclinación. En este sentido, es recomendable una inclinación de 20° a 50°. Para pendientes menores lo usual es emplear rampas.

Como es una estructura visible, su construcción debe acercarse a la perfección, pues su función no es solamente de circulación, sino también de ornato.

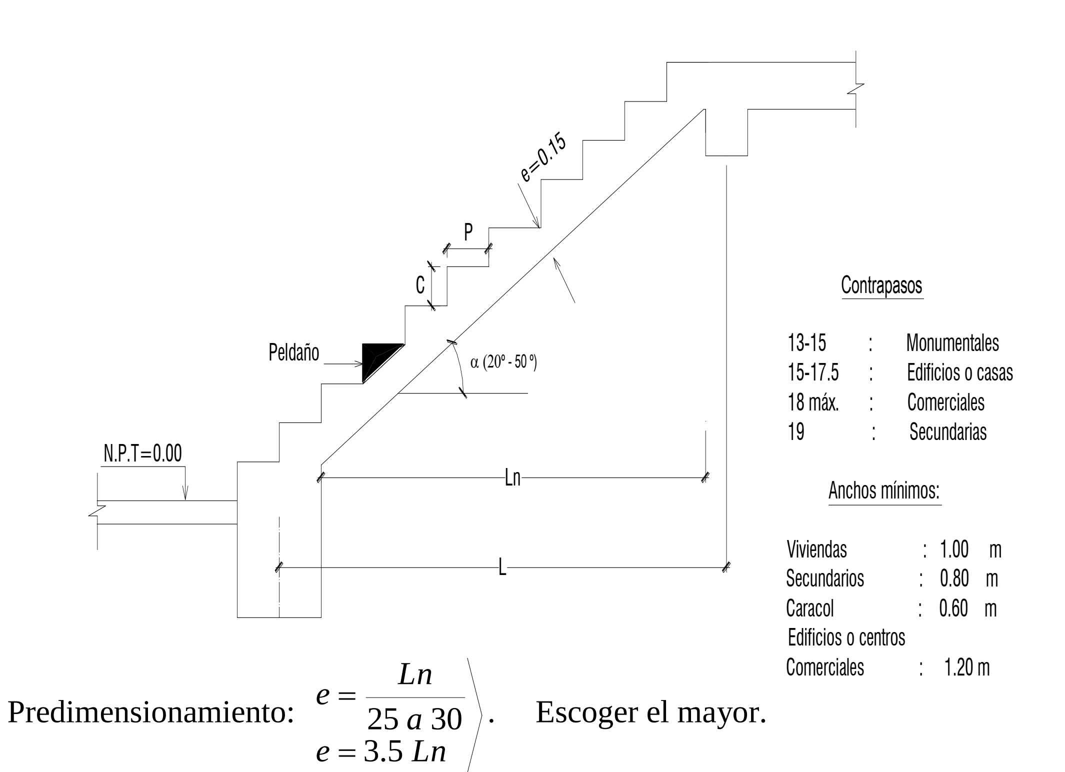
Los pasos miden entre 25 y 30 cm. y los contrapasos entre 15 y 19 cm. Como regla práctica se considera que una escalera bien proporcionada es cuando cumple la siguiente relación[(38)]:

$$61 \text{ cm.} \leq 2\,c + p \leq 64 \text{ cm.}$$

(22) BLANCO B. Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.175.

Otras relaciones que se suelen utilizar para proporcionar escaleras son:

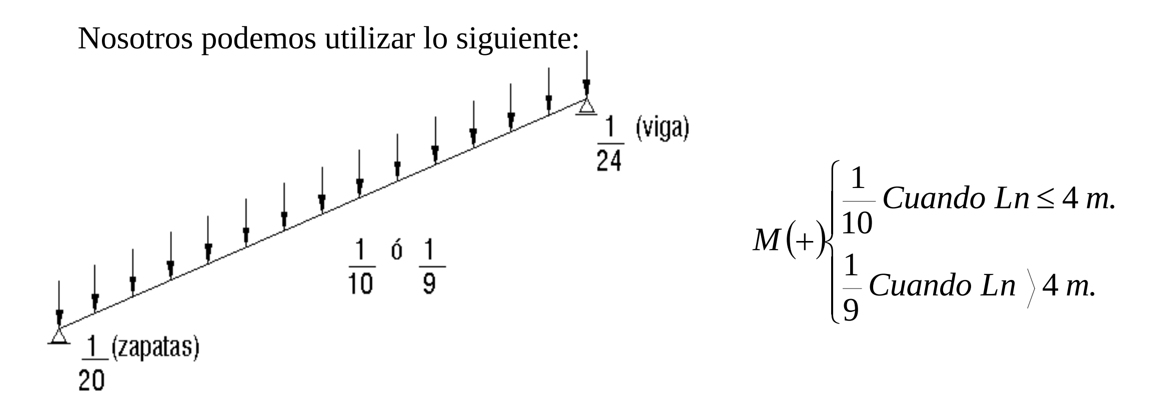
$$43 \text{ cm.} \leq c + p \leq 45 \text{ cm.}$$
$$450 \text{ cm}^2. \leq c \text{ x } p \leq 480 \text{ cm}^2.$$



Predimensionamiento: $\left. \begin{array}{l} e = \dfrac{Ln}{25\ a\ 30} \\ e = 3.5\ Ln \end{array} \right\rangle$. Escoger el mayor.

Es una práctica común entre los proyectistas diseñar las escaleras con un momento de 1/8 Wul^2 para el refuerzo positivo y 1/24 Wul^2 para el negativo, en los apoyos y en los puntos de cambio de inclinación (pag. 228 – Diseño de estructuras de C° Armado – Teodoro E. Harmsen).

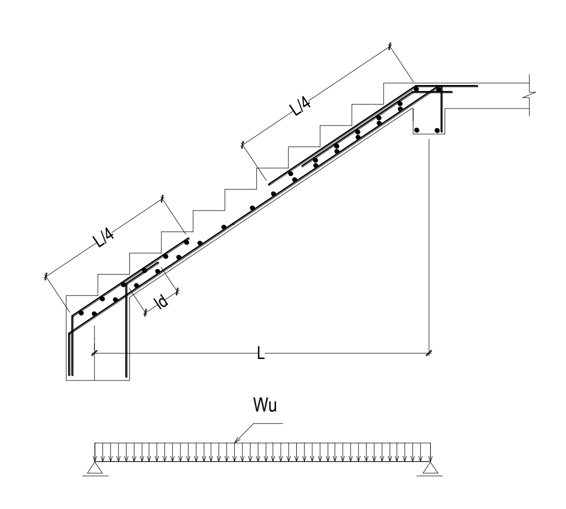
Nosotros podemos utilizar lo siguiente:

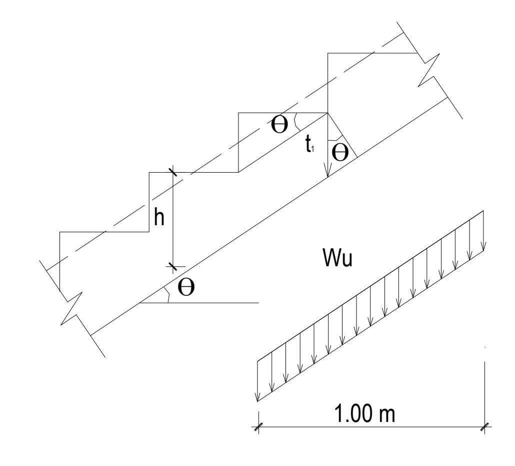


$$M(+)\begin{cases} \dfrac{1}{10}\ Cuando\ Ln \leq 4\ m. \\ \dfrac{1}{9}\ Cuando\ Ln \rangle\ 4\ m. \end{cases}$$

Si el diseño se hace analíticamente: $As^{(-)} = \dfrac{As^{(+)}}{2} \geq As_{T^\circ}$

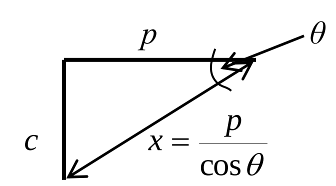
Las escaleras se calculan como elementos horizontales cuya luz es igual a la proyección horizontal de la luz de la escalera.





$$h = \frac{cp}{2} + t_1 \; , \; \frac{e}{t_1} = \cos\theta \; , \; t_1 = \frac{e}{\cos\theta}$$

$$h = \frac{cp}{2} + \frac{e}{\cos\theta} \quad \text{ó} \quad h = \frac{cp}{2} + e\sqrt{1 + \left(\frac{cp}{2}\right)^2}$$

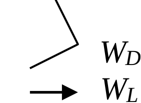


Metrado de cargas:

Peso propio = h x $p.e.c°$ x b =

Peso acabados = 0.10 t/m^2. x b =

Sobrecarga = s/c x b =

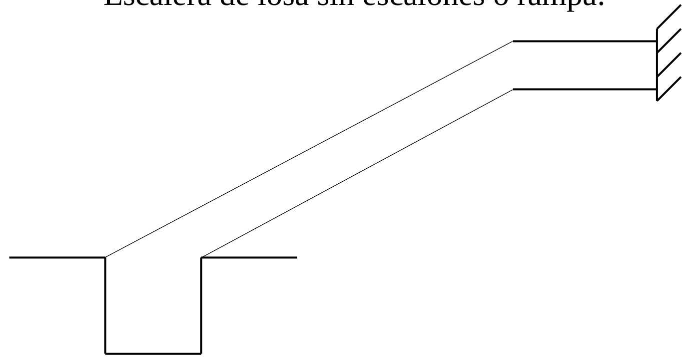


W_D

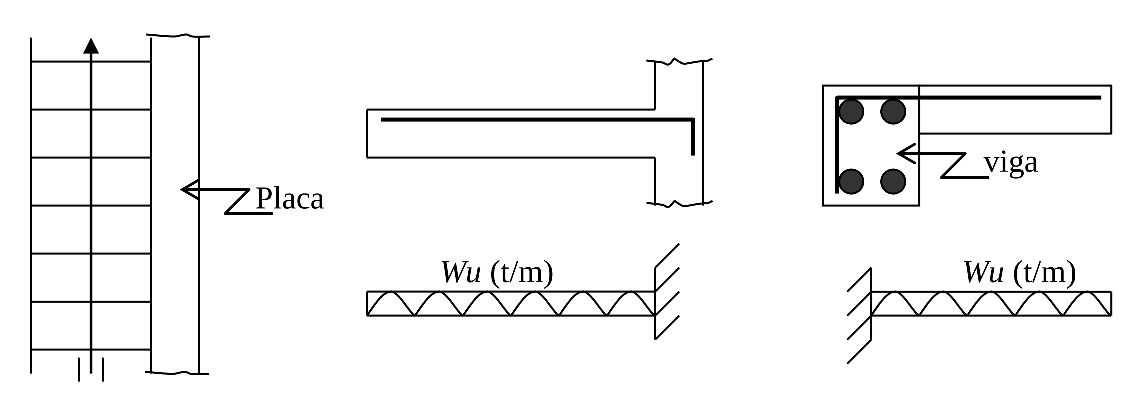
W_L

Otros tipos de escaleras:

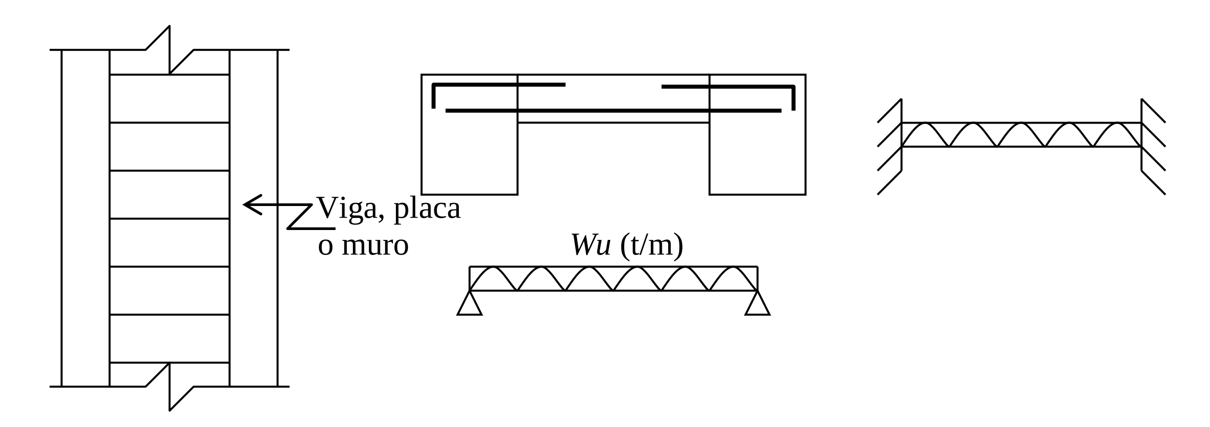
- Escalera de losa sin escalones o rampa:



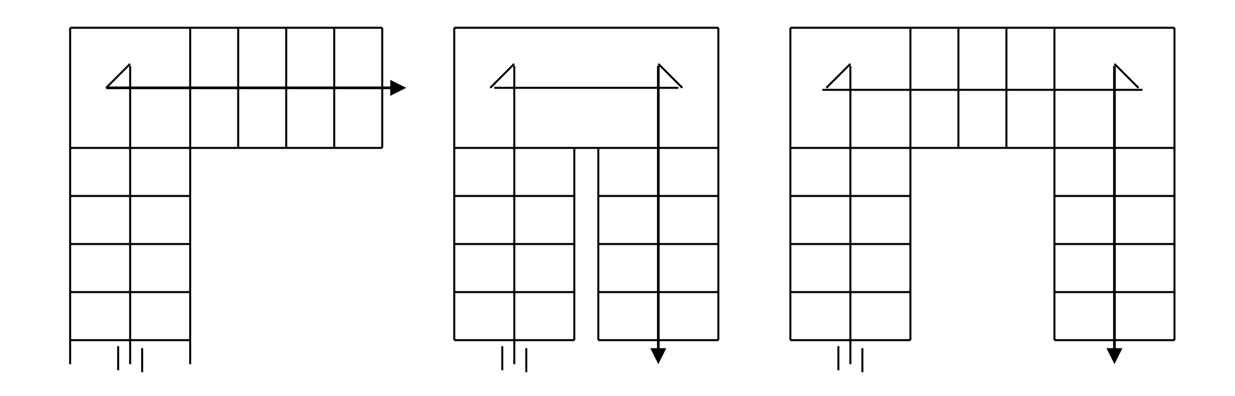
- Escaleras apoyadas transversalmente:
- Apoyadas en un extremo.



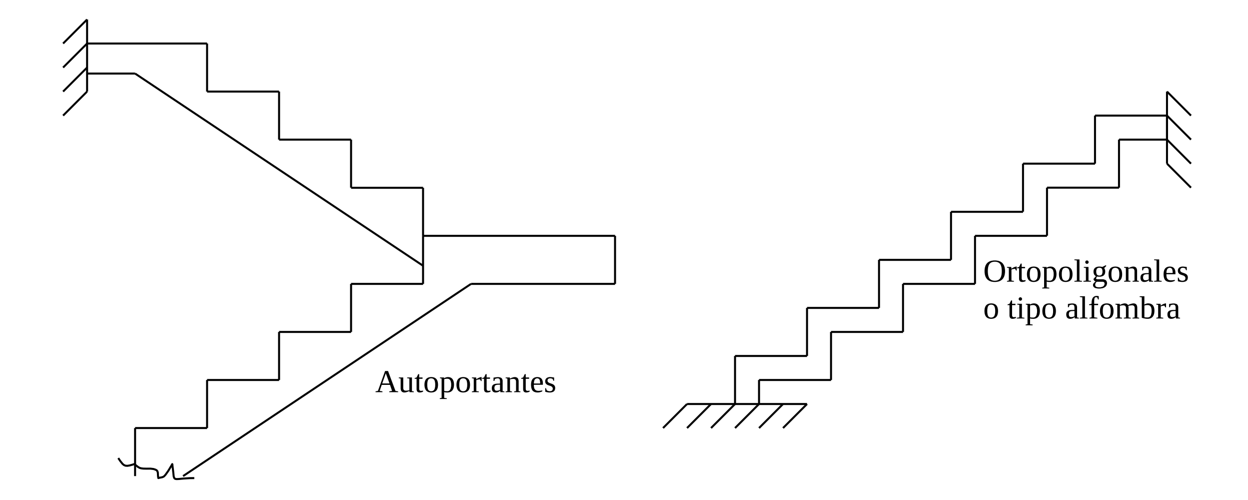
- Doblemente apoyada.



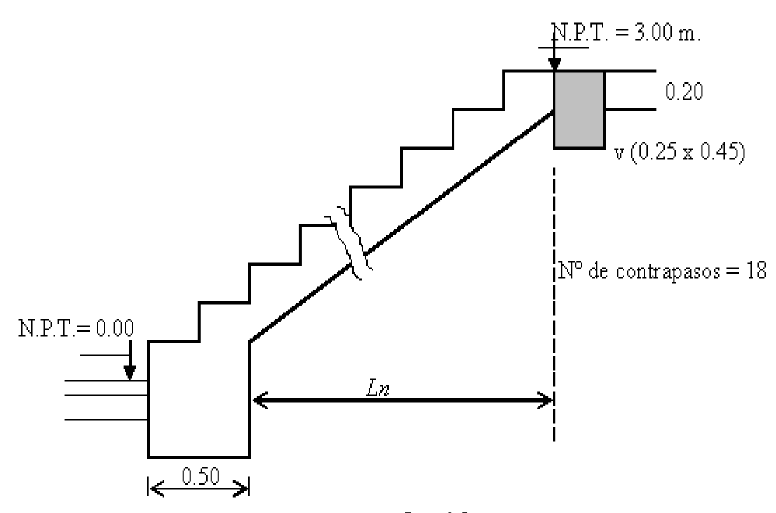
- Escaleras de dos tramos o más.



- Escaleras especiales.



Ejemplo 01: Diseñar una escalera de un solo tramo que tiene 18 contrapasos, la que se muestra en la figura adjunta; considere paso = 25 cm., ancho de cimentación y peralte = 50 cm.; usar *f'c* = 175 Kg./cm^2., *fy* = 4200 Kg./cm^2., s/c = 250 Kg./m^2., piso terminado =100 Kg./m^2.



Solución

N° pasos = N° C-1 (cuando es de un solo tramo)

$Cp = \dfrac{300}{18} = 16.67$ (altura del contrapaso), Ln =(18-1) x 0.25 – 2 x 0.25 + 0.25 = 4.00 m.

Estimación del espesor:

$$\left.\begin{array}{l} e = \dfrac{400}{25-30} = \dfrac{400}{27} = 14.81 \\ e = 3.5\ Ln = 3.5 \times 4 = 14 \end{array}\right\rangle \quad e = 15\ cm.$$

Metrado de cargas:

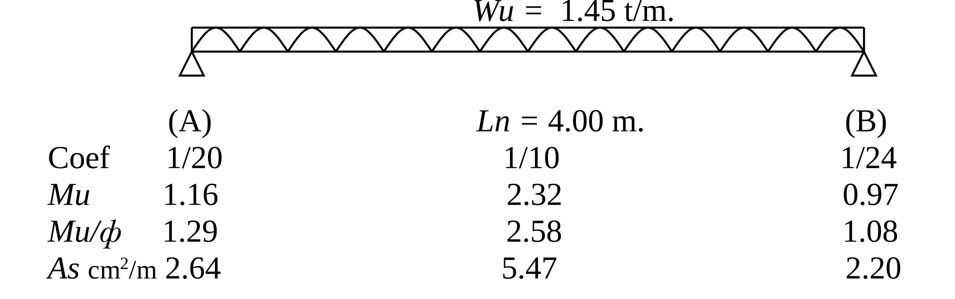
$$h = \frac{Cp}{2} + \frac{e}{\cos\alpha}$$

25, α, 16.67, 30.05 cos α = 0.83

$$h = \frac{16.67}{2} + \frac{15}{0.83} = 26.41 \quad \Rightarrow \quad \underline{h = 26.41 \text{ cm.}}$$

Peso propio = 0.2641 x 2.4 = 0.63 t/m
Peso acabados = 0.10 x 1.00 = 0.10 t/m W_D = 0.73 t/m.
Sobrecarga = 0.25 x 1.00 = 0.25 t/m. W_L = 0.25 t/m.

Wu = 1.4 x 0.73 + 1.7 x 0.25 = 1.45 t/m.



	(A)	Ln = 4.00 m.	(B)
Coef	1/20	1/10	1/24
Mu	1.16	2.32	0.97
Mu/ф	1.29	2.58	1.08
As cm²/m	2.64	5.47	2.20

Cálculo de: $Mn\ \rho_{max}$ y $Mn\ \rho_{min}$

$Mn\ \rho_{max}$ = 45.29 x 100 x 12^2 = 6.52t-m. > Mu/ϕ
$Mn\ \rho_{min}$ = 7.37 x 100 x 12^2 = 1.06 t-m. < Mu/ϕ No necesitamos As_{min}

Cálculo de las áreas de acero:

$$As = \frac{Mu/\phi}{fy(d - a/2)} \quad , \quad a = 0.2824\,As$$

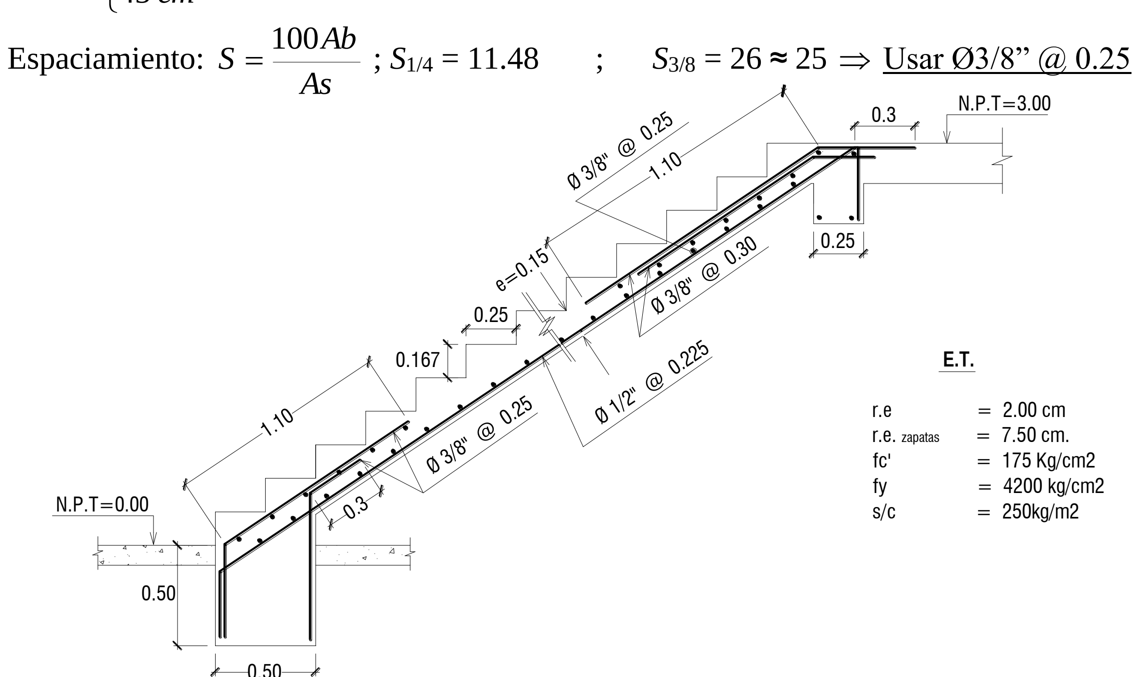
Apoyo A: $Mu/\phi = 1.29$ t-m. $\Rightarrow$ $a = 0.75$ <u>$As = 2.64$ cm^2</u> $a = 0.74$
Tramo AB: $Mu/\phi = 2.58$ t-m. $\Rightarrow$ $a = 1.54$ <u>$As = 5.47$ cm^2</u> $a = 1.54$
Apoyo B: $Mu/\phi = 1.08$ t-m. $\Rightarrow$ $a = 0.62$ <u>$As = 2.20$ cm^2</u> $a = 0.62$

Área de acero por temperatura:

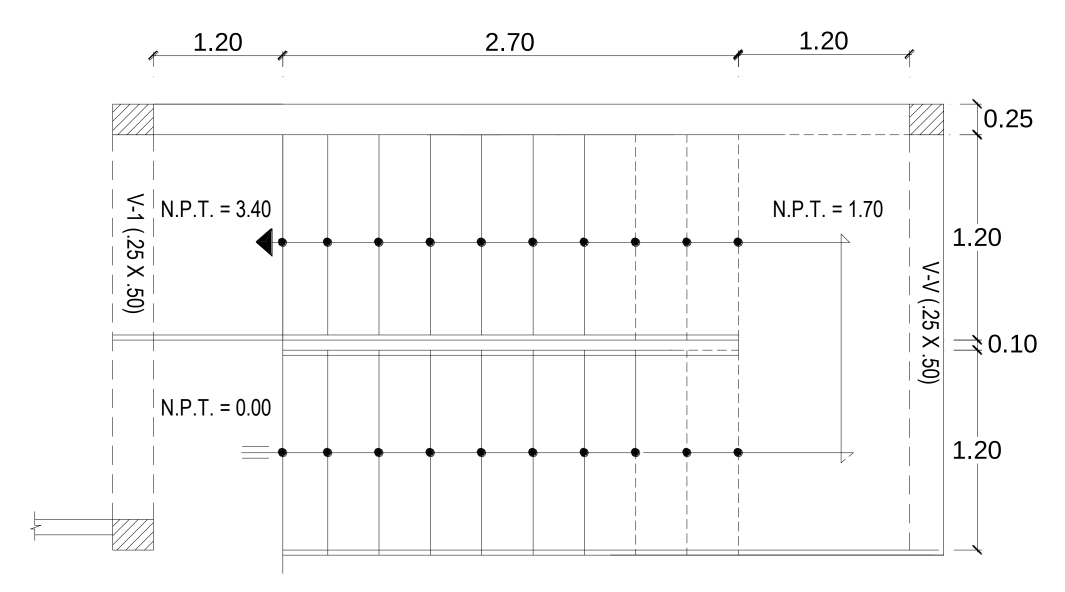
$As_{r.e.t} = 0.0018 \times 100 \times 15 = 2.7$ cm^2./m

$$S_{max} = \begin{cases} 5\,e = 5 \times 15 = 75\ cm. \\ 45\ cm \end{cases} \Big\rangle S_{max} = 45\ cm.$$

Espaciamiento: $S = \dfrac{100Ab}{As}$; $S_{1/4} = 11.48$; $S_{3/8} = 26 \approx 25 \Rightarrow$ <u>Usar Ø3/8" @ 0.25</u>



<u>Ejemplo 02</u>.- Diseñar por flexión la escalera mostrada en la figura adjunta. Sabiendo que el primer apoyo del primer tramo es una zapata de ancho igual a 50 cm. y peralte de 60 cm.; los pasos son de 30 cm., contrapasos de 17 cm.; s/c = 400 Kg./m^2. Usar $f'c$ = 210 Kg./cm^2. y fy = 4200 Kg./cm^2.



Solución

Estimación del espesor:

$$\left.\begin{array}{l} e = \dfrac{510}{25} = 20.4 \\ e = 3.5 \times 5.10 = 17.85 \end{array}\right\rangle \quad \underline{e = 20\ cm.} \quad \Rightarrow \quad d = 17\ cm.$$

30 α

17 34.48

$$h = \frac{Cp}{2} + \frac{e}{\cos\alpha} \qquad \cos\alpha = 0.87$$

$$h = \frac{17}{2} + \frac{20}{0.87} = 31.49 \quad \Rightarrow \quad \underline{h = 31.49\ cm.}$$

Metrado de cargas:

Peso propio = 0.3149 x 2.4 x 1.00 = 0.76 t/m
Piso terminado = 0.10 x 1.00 = 0.10 t/m → W_D = 0.86 t/m.
Sobrecarga = 0.40 x 1.00 = 0.40 t/m. → W_L = 0.40 t/m.

Wu = 1.4 x 0.86 + 1.7 x 0.40 ⇒ <u>*Wu* = 1.86 t/m.</u>

Descanzos:

Peso propio = 0.20 x 2.4 x 1.00 = 0.48 t/m
Piso terminado = 0.10 x 1.00 = 0.10 t/m → W_D = 0.58 t/m.
Sobrecarga = 0.40 x 1.00 = 0.40 t/m. → W_L = 0.40 t/m.

Wu = 1.4 x 0.58 + 1.7 x 0.40 ⇒ <u>*Wu* = 1.49 t/m.</u>

<u>Primer tramo</u>:

Wu = 1.88 t/m. *Wu* = 1.49 t/m.
2.45 1.325
R_1 x 3.775 R_2
Mx

$$\sum M_2 = 0 \qquad R_1 \times 3.775 - 1.49 \times \frac{3.775^2}{2} - 0.39 \times 2.45 \times 2.55 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{R_1 = 3.46\ Tn}$$

$$\sum M_1 = 0 \qquad R_2 \times 3.775 - 1.49 \times \frac{3.775^2}{2} - 0.39 \times 2.45 \times 1.225 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{R_2 = 3.12\ Tn}$$

$$Mu_{\max} = R_1 x - \frac{Wux^2}{2} = 3.46\,x - \frac{1.88\,x^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial x} = 0$$

3.46 – 1.88 *x* = 0 ⇒ *x* = 1.84 m.< 2.45 m. .... OK

$$Mu_{\max} = 3.46 \times 1.84 - \frac{1.88 \times 1.84^2}{2} = 3.18\ t-m \Rightarrow \ \Rightarrow \frac{Mu}{\Phi} = 3.53\ t-m.$$

$Mn\ \rho_{max}$ = 54.35 x 100 x 17^2 = 15.7t-m. > Mu/ϕ
$Mn\ \rho_{min}$ = 7.40 x 100 x 17^2 = 2.14 t-m. < Mu/ϕ ⇒ No necesitamos As_{min}

Cálculo del refuerzo:

$$As^{(+)} = \frac{Mu/\Phi}{fy(d-a/2)} = \frac{3.53\times10^5}{4200(17-a/2)} \quad , \quad a = 0.2353\,As$$

a = 1.20 $As^{(+)}$ = 5.12 a = 1.20

Espaciamiento $S_{\max} = \begin{cases} 3\,e = 3\times20 = 60\ cm. \\ 45\ cm \end{cases} \quad S_{\max} = 45\ cm.$

$$S = \frac{100Ab}{As} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{100\times1.29}{5.12} = 25.19\ ; \ \Rightarrow$$ Usar Ø ½" @ 0.25

$$As^{(-)} = \frac{As^{(+)}}{2} = \frac{5.12}{2} = 2.56\ cm^2 \geq As_{T°}$$

$As_{T°}$ = 0.0018 x 100 x 20 = 3.6 cm^2. $\Rightarrow$ $As^{(-)}$ = 3.6 cm^2.

$$S_{3/8} = \frac{100\times0.71}{3.6} = 19.72 \quad \Rightarrow$$ Usar Ø3/8" @ 0.20

Segundo tramo:

Wu = 1.49 t/m. Wu = 1.88 t/m. Wu = 1.49 t/m.

1.325 2.70 1.325

5.35

R_1 R_2

$$\sum M_2 = 0 \qquad R_1\times5.35 - 1.49\times\frac{5.35^2}{2} - 0.39\times2.70\times2.675 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_1 = 4.51\,Tn$$

$$\sum M_1 = 0 \qquad \Rightarrow \quad R_2 = 4.51\,Tn$$

$$Mu_{\max} = 4.51\,x - \frac{1.49\,x^2}{2} - 0.39\frac{(x-1.325)^2}{2}, \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial x} = 0$$

$$4.51 - 1.49\,x - 0.39\,(x - 1.325) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = 2.675 \text{ m..}$$

$$Mu_{\max} = 4.51\times2.675 - \frac{1.49\times2.675^2}{2} - 0.39\frac{(2.675-1.325)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad Mu = 6.38\ t-m.$$

Entonces: $\frac{Mu}{\Phi} = 7.09\ t-m.$, $Mn\ \rho_{max}$ > Mu/ϕ y $Mn\ \rho_{min}$. < Mu/ϕ

Cálculo del refuerzo:

$$As = \frac{Mu/\Phi}{fy(d-a/2)} = \frac{7.00\times10^5}{4200(17-a/2)} \quad , \quad a = 0.2353\,As$$

a = 2.52 $As^{(+)}$ = 10.72 a = 2.52

$$S = \frac{100Ab}{As} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{100\times1.29}{10.72} = 12.03\ ; \ \Rightarrow$$ Usar Ø ½" @ 0.125

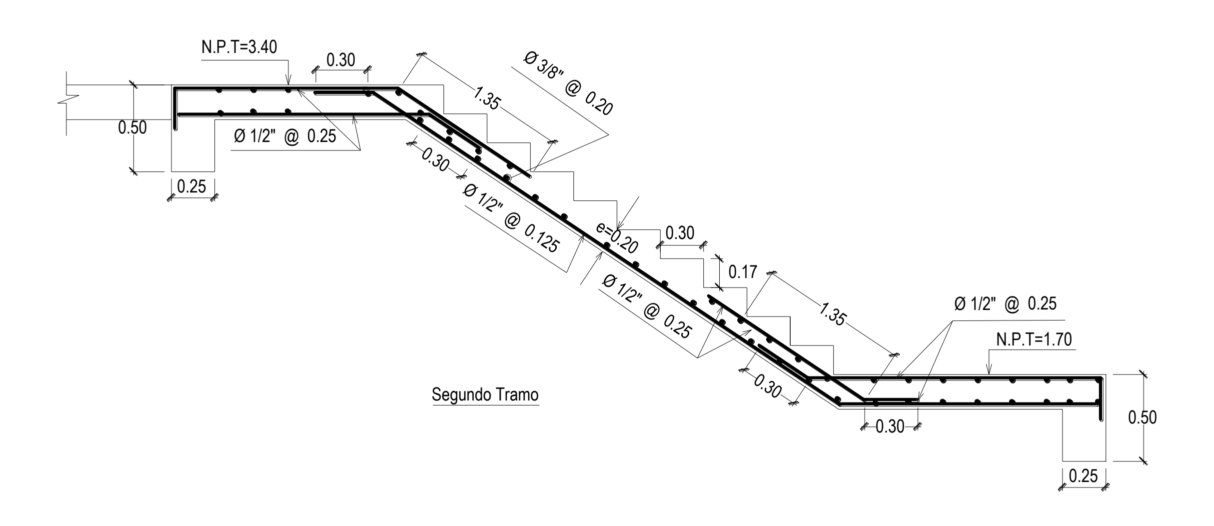
$$As^{(-)} = \frac{As^{(+)}}{2} = \frac{10.72}{2} = 5.36\ cm^2 \geq As_{T^\circ}$$

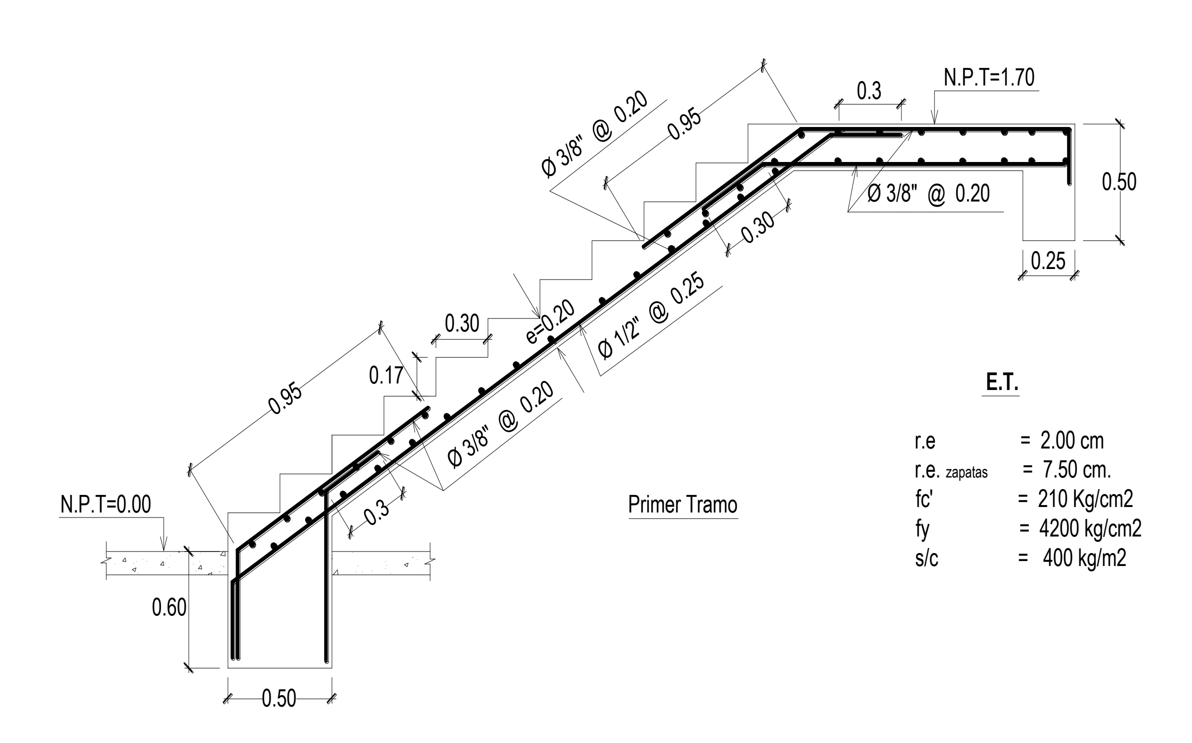
$\underline{As^{(-)} = 5.36\ cm^2}$. $\Rightarrow$ $S = \frac{100 \times 1.29}{5.36} = 24.07 \approx 25$ $\Rightarrow$ Usar Ø ½" @ 0.25

Refuerzo por temperatura

$$S_{max} = \begin{cases} 5\ e = 5 \times 20 = 100\ cm. \\ 45\ cm \end{cases} \rangle \quad S_{max} = 45\ cm.$$

$S = \frac{100 Ab}{As}$ $\Rightarrow$ $S = \frac{100 \times 0.71}{3.6} = 19.72 \approx 20$; $\Rightarrow$ Usar Ø 3/8" @ 0.20





(21) BLANCO B. Antonio. Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado. pág.120.

IV. Deflexiones

4.1. GENERALIDADES.

El control de deflexiones es una etapa muy importante en el diseño de estructuras no solo en el caso del concreto armado. Un exceso de deformación puede ocasionar la falla de alguna maquina que ve afectado su funcionamiento por ellas o el deterioro y a veces inutilización de elementos no estructurales como puertas, ventanas, cielos rasos, tabaquería, etc.

Cuando la estructura es nueva, estos elementos puede funcionar bien, sin embargo después de un tiempo pueden deteriorarse y dejar de funcionar, debido a la deformación con el tiempo que presentan las estructuras de concreto armado. Este es el caso de puertas corredizas que no pueden deslizarse o ventanas que se flexionan en el plano vertical.

En general, un exceso de deflexiones estropea la apariencia de la estructura que en muchos casos, alarma a los usuarios sin motivo, ya que una deformación excesiva no necesariamente es síntoma de falla inminente.

En losas, las deflexiones pueden ocasionar la formación de estanques o pequeñas lagunas de agua proveniente de las lluvias o de algún imperfecto en las instalaciones sanitarias. Esta sobrecarga incrementa las deformaciones en el elemento las que a su vez acentúan el estancamiento si no se cuenta con un adecuado sistema de drenaje. Esta reacción en cadena puede llevar al colapso de la estructura.

El código ACI propone dos métodos para el control de deflexiones a nivel de cargas de servicio. El primero de ellos es aplicable a elementos sometidos a flexión que no están ligados a piezas no estructurales que puedan ser afectadas por deflexiones excesivas. Este método consiste en dar un espesor o peralte mínimo a losas y vigas, que garanticen que las deformaciones se mantengan dentro de un rango aceptable. En la tabla (IV-1) se muestran los peraltes mínimos requeridos, en función de la longitud de diseño, los cuales dependen de la naturaleza del elemento y de sus condiciones de apoyo.(ACI-9.5.2.1).

	peralte mínimo h			
ELEMENTO	simplemente apoyado	un extremo continuo	ambos extremos continuos	voladizos
	Elementos que no soportan ni están en contacto con tabiquería u otros miembros que pueden ser dañados por deflexiones excesivas			
Losas macizas armadas en un sentido	ℓ/20	ℓ/24	ℓ/28	ℓ/10
Vigas o losas nervadas armadas en una dirección	ℓ/16	ℓ/18,5	ℓ/21	ℓ/8

Tabla(IV-1):Peraltes mínimos en losas y vigas sugeridas por el código ACI(ACI-tabla-9.5-a)

Los valores de la tabla anterior han sido propuestos para concretos de peso normal de 2,300 a 2,400 kg/m^3 y con acero de refuerzo de fluencia de 4200 kg/cm^2. Para concretos ligeros, con pesos entre 1,450 y 1,950 kg/m^3, los mínimos presentados se multiplicarán por (1,65 – 0,0003 Wc) pero este factor no será menor que 1,09, donde Wc es el peso del concreto en kg/m^3.

El segundo método para el control de deflexiones consiste en estimar su magnitud y verificar que no exceda los límites propuestos por el código (ACI–5.5.2.6). Las flechas máximas permitidas se presentan en la tabla (IV-2).

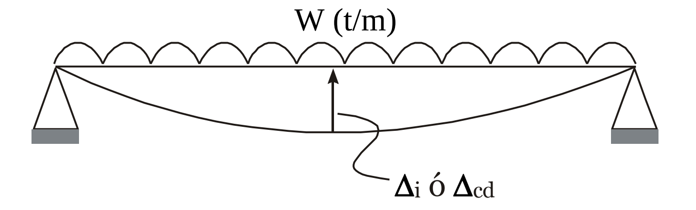
TIPO DE ELEMENTO	DEFLEXIÓN CONSIDERADA	LIMITACIÓN
1. Techos llanos que no soportan ni están ligados a elementos no estructurales que pueden ser dañados por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debido a la aplicación de la carga viva.	ℓ/180
2. Pisos que no soportan ni están ligados a elementos no estructurales que pueden ser dañados por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debido a la aplicación de la carga viva.	ℓ/360
3. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos no estructurales que pueden ser dañados por deflexiones excesivas.	Parte de la flecha total que ocurre después de la colocación de los elementos no estructurales.	ℓ/480
4. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos no estructurales que no se dañan con deflexiones excesivas.		ℓ/240

Tabla IV-2 Deflexiones máximas permitidas por el código ACI(ACI-tabla-9.5-b)

4.2. TIPOS DE DEFLEXIONES(39).

Las deflexiones de los elementos de concreto armado son función del tiempo y por lo tanto pueden ser de dos tipos: Instantáneas y a largo plazo.

1) **Deflexión instantánea o de corta duración (Δ_i ó Δ_{cd}).** Son las que se deben fundamentalmente al comportamiento elástico de la estructura y se producen inmediatamente después que las cargas son aplicadas, o sea en el momento de desencofrar un elemento a flexión.



2) **Deflexión a largo plazo o diferida (Δ_{dif}).** Estas son consecuencia del creep y contracción del concreto y se presenta como un incremento de la primera, conforme aumenta el tiempo desde el desencofrado, llegando a alcanzar una estabilidad casi definitiva al cabo de cinco años aproximadamente. Las deformaciones a largo plazo pueden llegar a ser el doble de las deformaciones instantáneas.

(41) BLANCO B.Antonio Estructuración y Diseño de edificaciones de concreto armado.pág.196.

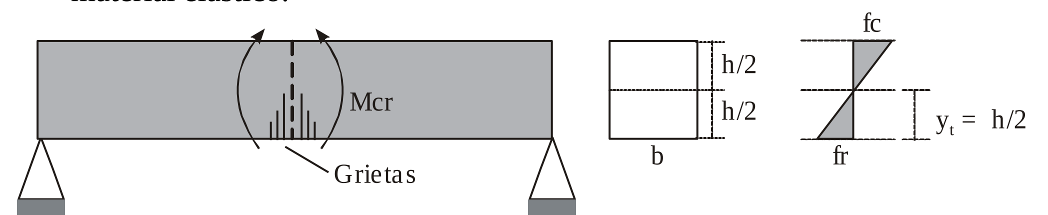
4.2.1. Cálculo de la deflexión instantánea (Δ_i). La deflexión instantánea se evalúa considerando la teoría de la resistencia de materiales y estática, debiendo prever en el cálculo una inercia representativa de las secciones fisuradas del elemento.

Una viga de concreto armado usual tiene una sección generalmente constante en lo relativo al concreto, pero variable en cuanto al refuerzo de acero colocado a lo largo del tramo; si además se tiene en cuenta que el momento actuante es variable a lo largo del elemento y que por consiguiente los niveles de fisuración son variables, y que existen otros factores que afectan la fisuración como son la contracción de fragua y el flujo plástico, se puede comprender que el cálculo de la deflexión de un elemento es en realidad una estimación de un orden de la deflexión esperada, basándose para este análisis en una inercia "representativa" y aproximada del elemento.

El código americano del ACI platea el uso de una inercia que denomina efectiva y que es un intermedio entre la inercia de la sección bruta y la inercia de la sección fisurada(40).

$$Ie = \left(\frac{Mcr}{Ma}\right)^3 Ig + \left[1 - \left(\frac{Mcr}{Ma}\right)^3\right] Icr \leq Ig$$

Donde:
Mcr = momento crítico de agrietamiento o de fisuración (sin tener en cuenta la armadura).
Imaginémonos una viga de concreto simple (considerando al concreto como material elástico.



Sabemos que:

$$\sigma = \frac{My}{I}, \text{ entonces: } fr = \sigma,\ Mcr = M,\ I = Ig = \frac{bh^3}{12},\ Y = y_t$$

$$fr = \frac{Mcr.Y_t}{Ig} \rightarrow \boxed{Mcr = \frac{fr.Ig}{Y_t}}$$

Para una sección $b \times h$: $\boxed{Mcr = \frac{fr.bh^2}{6}}$

Donde:
Y_t = distancia del eje neutro a la fibra extrema en tracción
fr = módulo de rotura del concreto o esfuerzo máximo de tracción permisible del Cº.

$$\boxed{fr = 2\sqrt{fc'}\ Kg/cm^2}$$

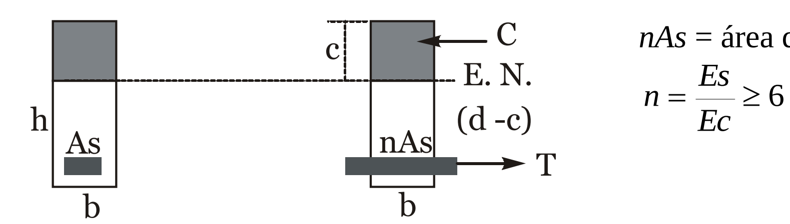
***** *Ma* = momento actuante (en servicio), en la sección donde se va a calcular la flecha, para las cargas que actúan en el instante correspondiente.
***** *Ig* = momento de inercia de la sección bruta (se desprecia el aporte del refuerzo).

(40) BLANCO B.Antonio .Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.191.

h, b $\rightarrow Ig = \dfrac{bh^3}{12}$

* Icr = momento de inercia de la sección fisurada. Transformada.

Para una sección simplemente reforzada:



nAs = área de C° equivalente

$n = \dfrac{Es}{Ec} \geq 6$

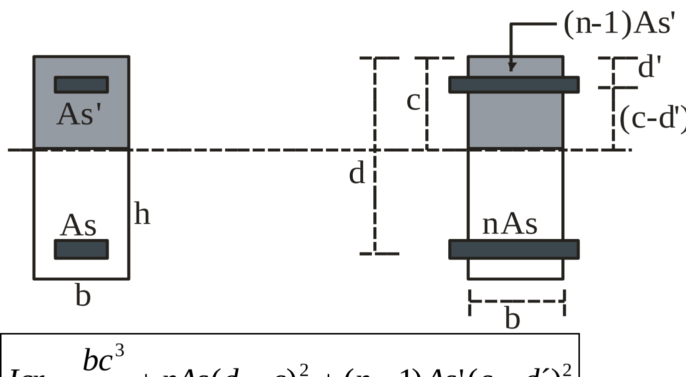
Tomando momento respecto al E. N. tenemos:

$b \times c \times c/2 = nAs(d - c) \rightarrow$ $\boxed{c = \dfrac{nAs}{b}\left(\sqrt{\dfrac{2bd}{nAs} + 1} - 1\right)}$

Mediante el método de ejes paralelos (con respecto a E.N.)

$$\boxed{Icr = \frac{bc^3}{3} + nAs(d - c)^2}$$

Para una sección doblemente reforzada:



$$\boxed{Icr = \frac{bc^3}{3} + nAs(d - c)^2 + (n-1)As'(c - d')^2}$$

$$\boxed{c = \frac{\gamma}{b}\left(\sqrt{\frac{2bp}{\gamma^2} + 1} - 1\right)}$$

$r = nAs + (n - 1)As'$ (cm^2)
$p = nAsd + (n - 1)As'd'$ (cm^2)

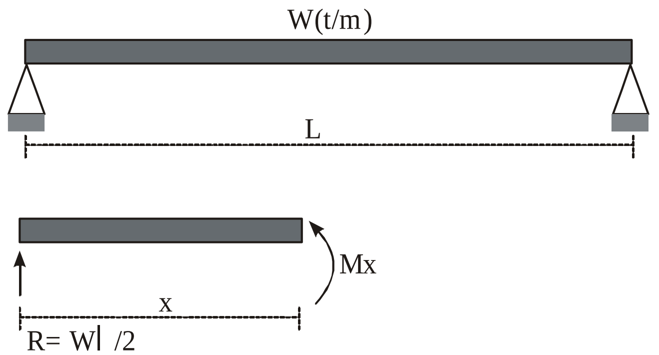
Algunos autores recomiendan duplicar el aporte del acero que trabaja en compresión de manera de tener en cuenta que este refuerzo tiene un esfuerzo mayor debido a los efectos de contracción de fragua y flujo plástico, por lo que tendríamos:

$$\boxed{Icr = \frac{bc^3}{3} + nAs(d - c)^2 + (2n-1)As'(c - d')^2}$$

$r = nAs + (2n - 1)As'$ (cm^2)
$p = nAsd + (2n - 1)As'd'$ (cm^2)

Resuelto el problema de la determinación de una inercia representativa del tramo en estudio, se procede a evaluar la deflexión instantánea mediante las ecuaciones de la elástica.

Tomando como ejemplo una viga simplemente apoyada con una carga uniformemente repartida, tendremos:



De resistencia de materiales: EIY'' = Mx ó EI $\frac{d^2y}{dx^2} = Mx$ .... (1)

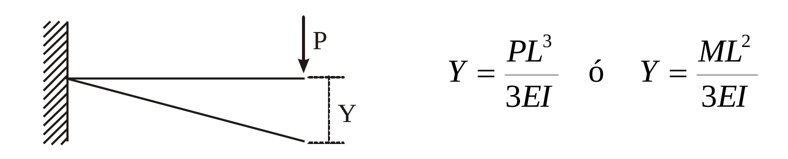
$$Mx = Rx - \frac{Wx^2}{2} \rightarrow \text{EI}\frac{d^2y}{dx^2} = Rx - \frac{Wx^2}{2} = \frac{W\ell x}{2} - \frac{Wx^2}{2}$$

Si integramos dos veces se obtiene la ecuación de la elástica, siendo la deflexión en el centro de la luz, la siguiente:

$$\boxed{Y = \frac{5W\ell^4}{384EI}}$$

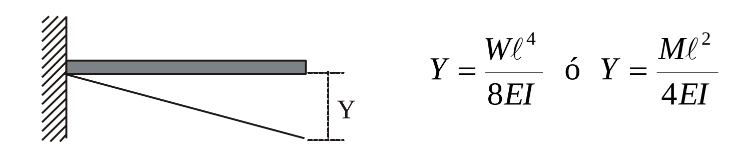
De manera similar o mediante otros métodos conocidos de resistencia de materiales se puede determinar las deflexiones para otros casos comunes como son:

– Voladizos con carga concentrada en la punta:



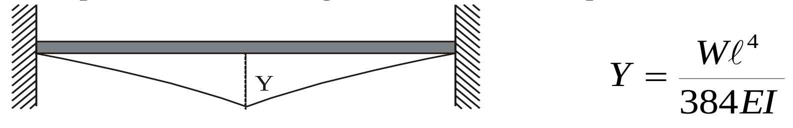
$$Y = \frac{PL^3}{3EI} \quad \text{ó} \quad Y = \frac{ML^2}{3EI}$$

– Voladizos con carga uniformemente repartida:



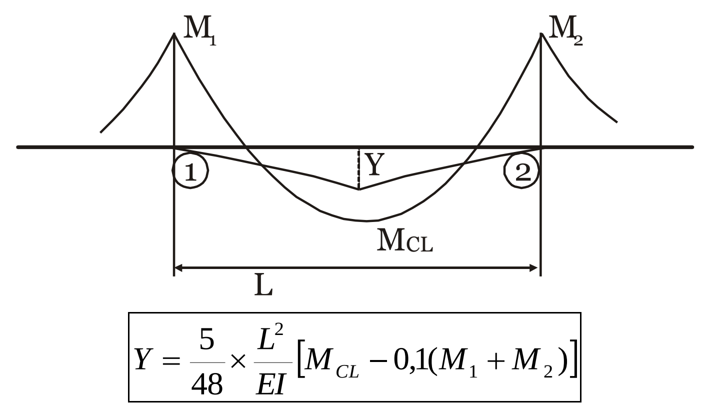
$$Y = \frac{W\ell^4}{8EI} \quad \text{ó} \quad Y = \frac{M\ell^2}{4EI}$$

– Empotramiento en carga uniformemente repartida:



$$Y = \frac{W\ell^4}{384EI}$$

Para vigas continuas:



$$Y = \frac{5}{48} \times \frac{L^2}{EI}\left[M_{CL} - 0{,}1(M_1 + M_2)\right]$$

M_{CL} = momento en el centro de la luz
M_1 y M_2 = momentos negativos en los extremos del tramo (sin signo).

La inercia efectiva se calculará como un promedio ponderado:

$$Ie = \frac{Ie_1 + Ie_2 + 2I_{CL}}{4}$$

Si el tramo es continuo en un solo extremo (Ie_2) y simplemente apoyado en el otro (Ie_1),el Ie se calculará considerando:

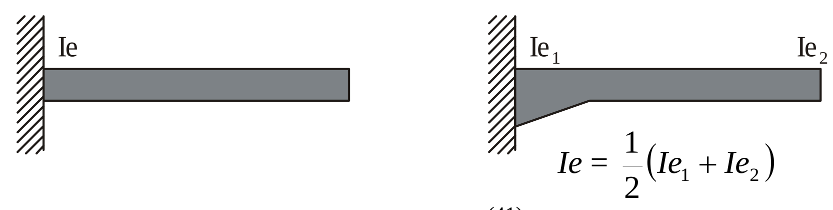
$$Ie = \frac{Ie_2 + 2I_{CL}}{3}$$

En estas expresiones Ie_1 e Ie_2, son las inercias de las secciones de los extremos, y I_{CL} es la inercia del centro de luz.

Si el tramo es simplemente apoyado se considerará sólo la inercia efectiva en el centro de la luz (I_{CL}).

$$Ie = I_{CL}$$

Si es un volado, el Ie se calculará en la sección crítica del volado.



4.2.2. Cálculo de la deflexión diferida (Δdif.)[41]:

Si el cálculo de la deflexión instantánea resulta ser aproximado, la evaluación de la fecha diferida también lo es debido a los siguientes factores:

a) Se evalúa como un factor que multiplica el valor de la deflexión instantánea.

b) Depende de la magnitud de la carga que se supone actúa a lo largo de los primeros meses o años desde el desencofrado del elemento; siempre será difícil estimar que porcentaje de la carga viva supuesta en el análisis realmente existe.

(41) BLANCO B.Antonio Estructuración y Diseño de edificaciones de concreto armado.pág.196.

c) Depende básicamente del fenómeno flujo plástico para el cual a su vez hay diversas teorías que tratan de determinar la deformación debido a este efecto.

La norma peruana usa el criterio dado en el ACI que estima el valor de la deflexión diferida con la siguiente ecuación.

$$\Delta dif = \lambda \Delta_i \quad \text{Donde: } \lambda = \frac{\varepsilon}{1 + 50\rho'}$$

ε = factor dependiente del tiempo que actúa la carga considerada. Es igual a:

Para 5 años o más...................... 2.0
Para 12 meses............................ 1.4
Para 6 meses.............................. 1.2
Para 3 meses.............................. 1.0

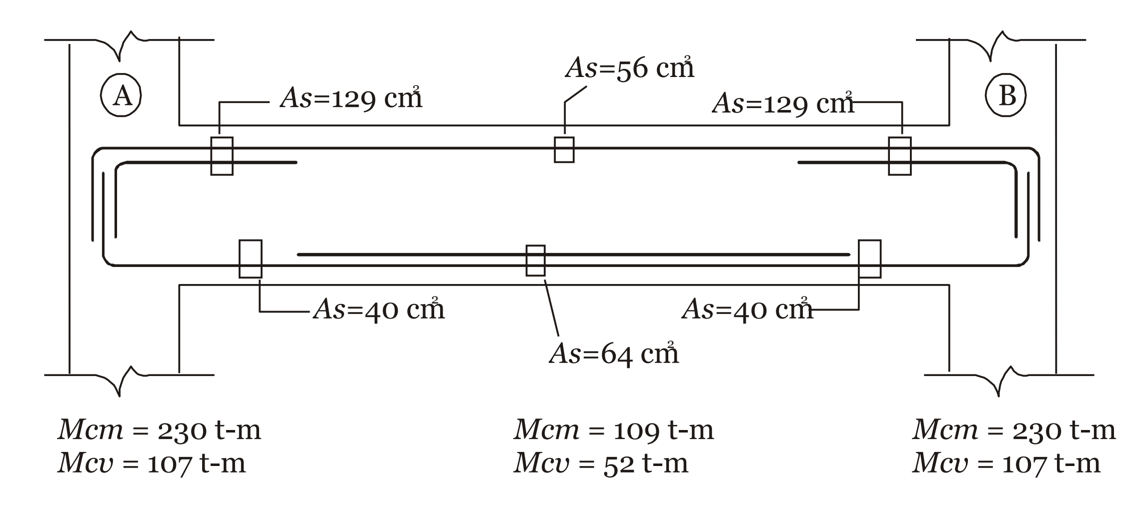
ρ' = Cuantía de acero en compresión al centro de la luz para elementos continuos y simplemente apoyados y en el apoyo para volados.

El parámetro λ depende del tiempo, a través del término ε, y de la geometría de la sección, a través del término ρ'.

El método presentado para estimación de deflexiones es aproximado y por lo tanto si estas constituyen un problema en el diseño, es conveniente efectuar cálculos mas refinados. Si con procedimiento mas elaborados, aun persisten las deformaciones excesivas, se debe considerar algún procedimiento para evitarlas. Tal como, incrementar el peralte de la sección, incrementar el acero en compresión o proveer al elemento una contra flecha.

Ejemplo:

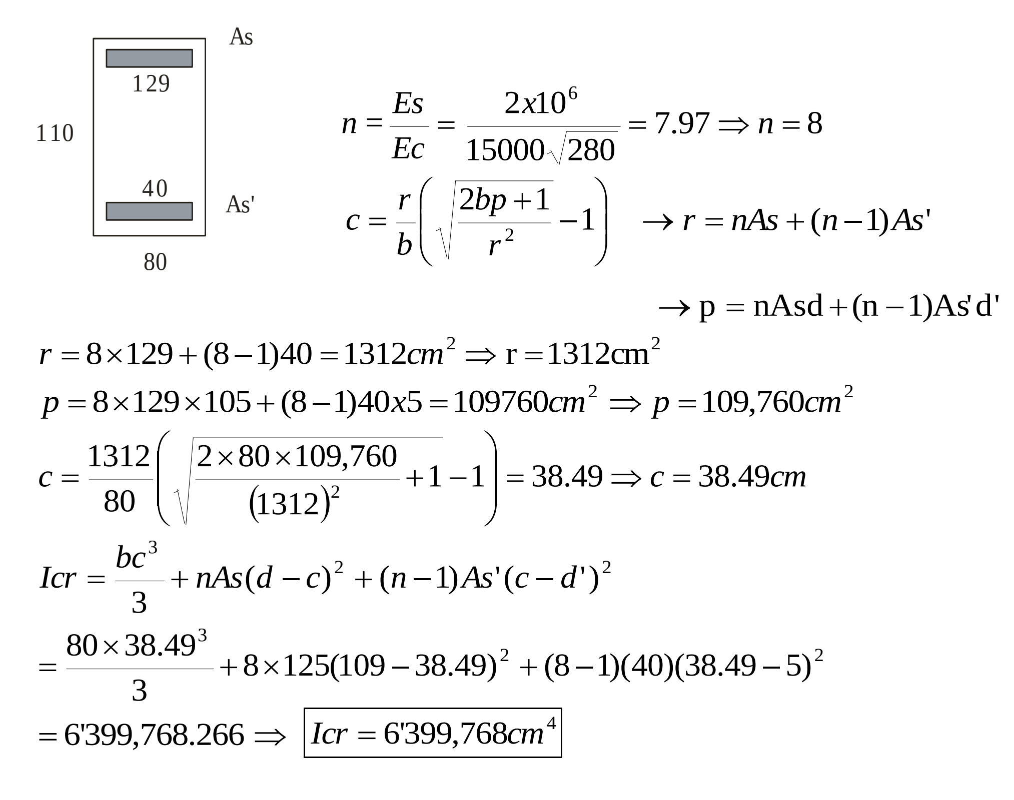
Calcular la flecha para la viga de un solo tramo que tiene 80 cm de ancho y 110 cm. de peralte, con fc'=280 Kg/cm^{2} y f_y = 4200 kg/cm, con una carga muerta de 6,8 tn/m una carga viva de 3,2 t/m, una luz de 15 metros entre ejes de apoyo y con los siguientes momentos y refuerzos obtenidos en análisis y diseño por flexión. (dc=d'=5cm)



Solución:

* Momentos de inercia:

Secciones A y B:



$$n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2x10^6}{15000\sqrt{280}} = 7.97 \Rightarrow n = 8$$

$$c = \frac{r}{b}\left(\sqrt{\frac{2bp+1}{r^2}} - 1\right) \quad \rightarrow r = nAs + (n-1)As'$$

$$\rightarrow \text{p} = \text{nAsd} + (\text{n}-1)\text{As'd'}$$

$$r = 8 \times 129 + (8-1)40 = 1312cm^2 \Rightarrow \text{r} = 1312\text{cm}^2$$

$$p = 8 \times 129 \times 105 + (8-1)40x5 = 109760cm^2 \Rightarrow p = 109{,}760cm^2$$

$$c = \frac{1312}{80}\left(\sqrt{\frac{2 \times 80 \times 109{,}760}{(1312)^2} + 1} - 1\right) = 38.49 \Rightarrow c = 38.49cm$$

$$Icr = \frac{bc^3}{3} + nAs(d-c)^2 + (n-1)As'(c-d')^2$$

$$= \frac{80 \times 38.49^3}{3} + 8 \times 125(109 - 38.49)^2 + (8-1)(40)(38.49-5)^2$$

$$= 6'399{,}768.266 \Rightarrow \boxed{Icr = 6'399{,}768cm^4}$$

Sección central:

$$r = 8 \times 64 + (8-1)56 = 904cm^2$$

$$p = 8 \times 64 \times 105 + (8-1)56 \times 5 = 55{,}720cm^2$$

$$c = \frac{904}{80}\left(\sqrt{\frac{2 \times 80 \times 55{,}720}{(904)^2} + 1} - 1\right) = 27.696$$

$$\Rightarrow \text{c = 27.70 cm}$$

$$Icr = \frac{bc^3}{3} + nAs(d-c)^2 + (n-1)As'(c-d')^2$$

$$= \frac{80 \times 27.70^3}{3} + 8 \times 64(105 - 27.7)^2 + (8-1)56(27.70-5)^2 = 3'828{,}113.707$$

$$\boxed{Icr = 3'828{,}114cm^4}$$

*** Cálculo de *Ig*:**

$$Ig = \frac{bh^3}{12} = \frac{80 \times 110^3}{12} = 8'873{,}333cm^4 \qquad \boxed{Ig = 8'873{,}333cm^4}$$

*** Momento de fisuración:**

$$Mcr = \frac{frIg}{Yt} = \frac{2\sqrt{280}}{6}x80x110^2 = 53.99\ t-m \qquad \boxed{Mcr = 53.99\ t-m}$$

A) DEFLEXIÓN INMEDIATA DEBIDO A LA CARGA MUERTA.

$$Ie = \left(\frac{Mcr}{Ma}\right)^3 Ig + \left[1 - \left(\frac{Mcr}{Ma}\right)^3\right] Icr$$

Apoyos Ay B:

MA = MB = 230 t–m. (Sólo carga muerta)

$$Ie = \left(\frac{53.99}{230}\right)^3 x8'873{,}333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{230}\right)^3\right] 6'399{,}768 = 6'431{,}762.829$$

$$\boxed{Ie = 6'431{,}763 cm^4}$$

Sección central:

$$Ma = 109{,}0\ t - m\ (sólo\ carga\ muerta)$$

$$Ie = \left(\frac{53{,}99}{109}\right)^3 x8'873{,}333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{109}\right)^3\right] x3'828{,}114 = 4'441{,}226.981$$

$$\boxed{Ie = 4'441{,}227 cm^4}$$

$$Ie \text{ promedio} = \frac{6'431{,}763\text{x}2 + 4'441{,}227\text{x}2}{4} = 5'436{,}495\text{cm}^4$$

$$\boxed{Ie = 5'436{,}495 cm^4}$$

$$\therefore \Delta i_D = \frac{5l^2}{48EI}\left[M_{CL} - 0{,}1(M1 + M2)\right]$$

$$\Delta i_D = \frac{5x1500^2 x10^5}{48x15000\sqrt{280}x5'436{,}495}\left[109 - 0.1(230 + 230)\right]$$

$$\boxed{\Delta i_D = 1.08 cm}$$

B) DEFLEXIÓN INMEDIATA DEBIDO A LA CARGA MUERTA MÁS VIVA.

La inercia efectiva se obtendrá con un momento actuante correspondiente a carga muerta y carga viva simultáneamente, pues no se puede aplicar la carga viva sin estar ya aplicada la carga muerta.

Apoyos A y B:

$$MA = MB = Ma = 230 + 107 = 337\ t - m$$

$$Ie = \left(\frac{53.99}{337}\right)^3 x8'873{,}333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{337}\right)^3\right] 6'399{,}768 = 6'409{,}939.233$$

$$\boxed{Ie = 6'409{,}939 cm^4}$$

Sección central:

$$Ma = 109 + 52 = 161.0\ t - m$$

$$Ie = \left(\frac{53.99}{161}\right)^3 8'873,333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{161}\right)^3\right] 3'828,114 = 4'018,371.758$$

$$\boxed{Ie = 4'018,372 cm^4}$$

$$Ie \text{ promedio} = \frac{6'409,939x2 + 4'018,372x2}{4} = 5'214,155.5 cm^4$$

$$\boxed{Ie = 5'214,156 cm^4}$$

$$\Delta i = \frac{5x1500^2 x10^5}{48x15000\sqrt{280}x5'214,156}\left[161 - 0,10(337 + 337)\right]$$

$$\boxed{\Delta i = 1.68 cm.}$$

$\therefore$ DEFLEXIÓN INMEDIATA DEBIDO A LA CARGA VIVA:

$$\Delta i(L) = 1.68 - 1.08 = 0.60 \qquad \boxed{\Delta i(L) = 0.60\ cm.}$$

C) DEFLEXIÓN INMEDIATA TOTAL.

$$\Delta i(D+L) = 1.08 + .60 = 1.68\ cm. \qquad \boxed{\Delta i(D+L) = 1.68\ cm}$$

D) CÁLCULO DE LA DEFLEXIÓN DIFERIDA (Δdif.)

Se puede asumir que la carga sostenida corresponde a un 100% de la carga muerta y a un determinado porcentaje de la carga viva. La determinación del porcentaje de la carga viva dependerá del uso del techo donde se esta calculando la deflexión.

Asumiendo un 50% de la carga viva como carga sostenida se tiene:

$$Mcr = 53.99\ t-m. \qquad MA = 230 + .50(107) = 283.5\ t-m.$$

$$M_{CL} = 109 + .50(52) = 135\ t-m. \qquad MB = 230 + .50(107) = 283.5\ t-m.$$

Apoyo A y B:

$$Ma = 283.5\ t-m.$$

$$Ie = \left(\frac{53.99}{283.5}\right)^3 x8'873,333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{283.5}\right)^3\right] x6'399,768$$

$$\boxed{Ie = 6'416,853\ cm^4}$$

Sección central:

$$Ma = 135\ t-m.$$

$$Ie = \left(\frac{53.99}{135}\right)^3 x8'873,333 + \left[1 - \left(\frac{53.99}{135}\right)^3\right] 3'828,114$$

$$\boxed{Ie = 4'150,829 cm^4}$$

$$\therefore \text{Ie promedio } = \frac{6'416{,}853x2 + 4'150{,}829x2}{4} = 5'283{,}841 \text{ cm}^4$$

$$\boxed{Ie = 5'283{,}841 \text{ cm}^4}$$

$$\Delta i = \frac{5x1500^2 x10^5}{48x15000\sqrt{280}x5'283{,}841}\left[135 - .10(283.5 + 283.5)\right]$$

$$\boxed{\Delta i = 1.38 cm.}$$

Finalmente:

$$\Delta dif. = \lambda \Delta i = \lambda \times 1.38$$

Flecha diferida para 5 años:

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{1 + 50\rho'} \quad , \quad \rho' = \frac{As'}{bd} = \frac{56}{80x105} = .0067$$

$$\lambda = \frac{2.0}{1 + 50x.0067} = 1.498 \Rightarrow \lambda = 1.50$$

$$\underline{\Rightarrow \Delta dif = 1.50x1.38 = 2.07 \Rightarrow \Delta dif = 2.07 \text{ cm.}}$$

Deflexión total:

$$\Delta Total = \Delta i + \Delta dif \quad = 1.68 + 2.07 \Rightarrow \boxed{\Delta Total = 3.75 \text{ cm.}}$$

Con lo cual se puede concluir que se espera una flecha de 3.5 a 4 cm.

V. Esfuerzo Cortante y Tracción Diagonal

5.1. INTRODUCCIÓN[42]:

El estudio del efecto de la fuerza cortante en los elementos de concreto armado se remonta a más de 75 años y ha tomado mayor fuerza desde 1946 hasta la fecha. Este fenómeno es sumamente complejo y en el entran en juego numerosas variables. Se han desarrollado modelos matemáticos que buscan explicarlo, sin embargo, no se ha conseguido un planteamiento teórico que sea totalmente compatible con lo observado experimentalmente. Por ello, la mayoría de códigos en el mundo basan sus requerimientos para diseño en parámetros semi-empíricos.

La transmisión de cortante en vigas de concreto armado se apoya fuertemente en la resistencia a la tracción y compresión del concreto,y tiene como característica primordial un tipo de falla que no es dúctil.En las estructuras resistentes a sismos se pone gran atención a la capacidad de incursionar en el régimen plástico (ductilidad) y por este motivo el diseñador debe asegurar que no ocurra una falla por cortante,si no buscar la falla por flexión,por eso la resistencia a cortante del elemento debe ser algo mayor que la resistencia máxima a flexión que se pueda desarrollar.

En la mayoría de los casos, los elementos de concreto armado se dimensionan para resistir las solicitaciones de flexión y posteriormente se verifica su resistencia al corte. En caso que la sección no resista el corte aplicado, se le refuerza con acero transversal. Solo en el caso de vigas cortas, en las que predomina el peralte a la luz libre, las dimensiones del elemento se definen en función a las solicitaciones de corte. En ellas, los esfuerzos originados por la flexión no dominan el diseño.

5.2. COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO SOMETIDOS A CORTANTE[43].

El concreto armado, antes de presentar alguna grieta, se comporta como un material homogéneo. Aunque esta etapa es muy corta, es conveniente analizarla con detalle ya que permite comprender el mecanismo de formación de grietas y el fenómeno de tracción diagonal.

Si el elemento no tiene refuerzo transversal en el alma, se puede observar el siguiente comportamiento.

Antes de aparecer las primeras fisuras de tracción por flexión, el comportamiento es esencialmente elástico, y al aumentarse las cargas, la fuerza cortante puede originar esfuerzos principales que sobrepasen la resistencia en tracción del concreto, produciéndose fisuras inclinadas a una altura aproximada de medio peralte. (Fig. V−1).

Estas fisuras pueden aparecer en puntos donde no existe una fisura por flexión o, frecuentemente, pueden presentarse como una continuación de una fisura en flexión, que cambia gradualmente de dirección, inclinándose.

(44) BLANCO B.Antonio . Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.256-258 y 263.

Al aparecer la fisura diagonal y extenderse hacia el bloque comprimido, causa el colapso del elemento obteniéndose la denominada falla por tracción diagonal; puede ocurrir también que la falla sea por aplastamiento del bloque de concreto comprimido, pues éste se reduce al prolongarse la fisura, denominándose este tipo como compresión por cortante.

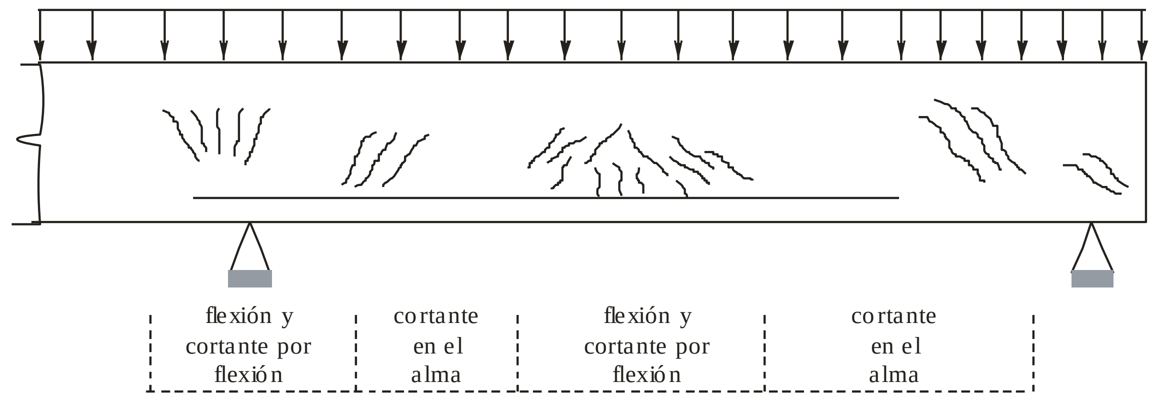


Fig. V–1: Tipos de agrietamiento en vigas de concreto.

En regiones de fuerza cortante alta y momento flector pequeño, se presentan grietas en zonas cercanas al eje neutro y luego, progresan hacia arriba y hacia abajo, a medida que aumenta la carga externa; a este tipo de grietas se denomina "grietas inclinadas de corte en el alma". Se ha comprobado experimentalmente que aparecen cuando:

$$vuc = \frac{Vcr}{b_w d} = .53\sqrt{fc'}$$

Donde: Vcr = fuerza cortante en la sección en el instante en que aparece la grieta.

En las secciones donde existe la fuerza cortante, pero el momento flector tiene un valor relativamente grande, las grietas diagonales comienzan a formarse en la parte superior de las grietas verticales (grietas de flexión), a este tipo de grietas se denomina "grietas inclinadas de corte por flexión". Se ha comprobado experimentalmente que aparecen cuando:

$$vuc = \frac{Vcr}{b_w d} = 0{,}5\sqrt{fc'}$$

Si el elemento tiene refuerzo transversal en el alma (estribos por ejemplo), se tiene un comportamiento inicial muy parecido al caso anterior, con la diferencia que las primeras fisuras que tienden a aparecer son controladas en su espesor por el refuerzo transversal. La cantidad de refuerzo transversal no contribuye en forma apreciable a resistir los esfuerzos inclinados de tracción hasta que se forman las primeras fisuras inclinadas (de muy pequeño espesor).

En ensayos de laboratorio se ha observado que la resistencia a los efectos de fuerza cortante de un elemento con refuerzo transversal es igual a su resistencia al agrietamiento inclinado más la contribución del refuerzo transversal.

Se debe señalar que para que el refuerzo transversal sea efectivo, debe colocarse a espaciamientos tales que cualquier fisura inclinada potencial, sea atravesada o cruzada por una varilla de refuerzo en el alma.

5.2.1. Contribución del concreto en la resistencia del corte.

El código ACI da una expresión simplificada para la determinación de la fuerza cortante que aporta el concreto.

$$Vc = v_{uc}\, b_w d$$

Donde:
v_{uc} = esfuerzo cortante del concreto
***** $v_{uc} = 0{,}53\sqrt{fc'}$ (Kg./cm^2.) (obtenido en laboratorio).
Para cálculos más detallados:

$$v_{uc} = \left(0{,}5\sqrt{fc'} + 176\rho_w \frac{Vud}{Mu}\right) \leq 0{,}93\sqrt{fc'}\ kg/cm^2$$

Por lo tanto la fuerza cortante que resiste al concreto será:

$$Vc = 0{,}53\sqrt{fc'}\, b_w d \quad ó \quad Vc = \left(0{,}5\sqrt{fc'} + 176\rho_w \frac{Vud}{Mu}\right) b_w d$$

$\rho_w = \dfrac{As}{b_w d}$, cuantía del refuerzo de tracción por flexión.
Vu = fuerza cortante actuante en la sección considerada.
Mu = Momento actuante en la sección considerada.
$\dfrac{Vud}{Mu} \leq 1{,}0$, si es mayor se toma igual a 1

5.2.2. Consideraciones de diseño:

La fuerza cortante externa (Vu) puede evaluarse:

- Analíticamente, o sea hacer un análisis preciso y obtener los diagramas de corte.

- Por coeficientes del ACI, esto se puede utilizar aproximadamente para vigas y losas, siempre y cuando cumplan los mismos requisitos de diseño para flexión. Estos coeficientes son:

  ***** Fuerza cortante en el tramo exterior en la cara del primer apoyo interior = 1,15 *Wu ln*/2
  * Fuerza cortante en los apoyos restantes = *Wu ln*/2



Según la Norma Peruana especifica que Vc, debe multiplicarse por el factor ϕ:

$$\phi Vc = \phi v_{uc}\, b_w d \quad \text{donde: } \phi = .85$$

El diseño de las secciones transversales de los elementos sujetos a fuerza cortante deberá basarse según lo indicado en la norma peruana, en la siguiente expresión:

$$\phi Vc \geq Vu \quad ó \quad Vc \geq Vu/\phi = Vn$$

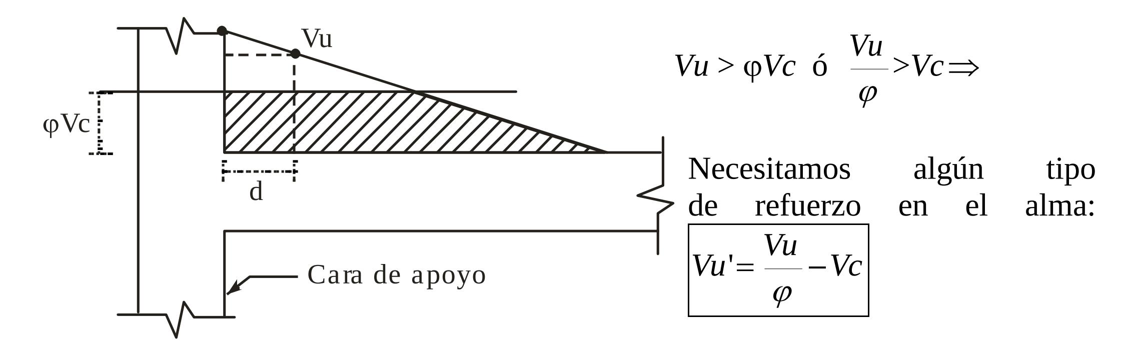
263.

Donde *Vu* es la resistencia requerida por corte en la sección analizada y *Vn* es la resistencia externa incrementada.

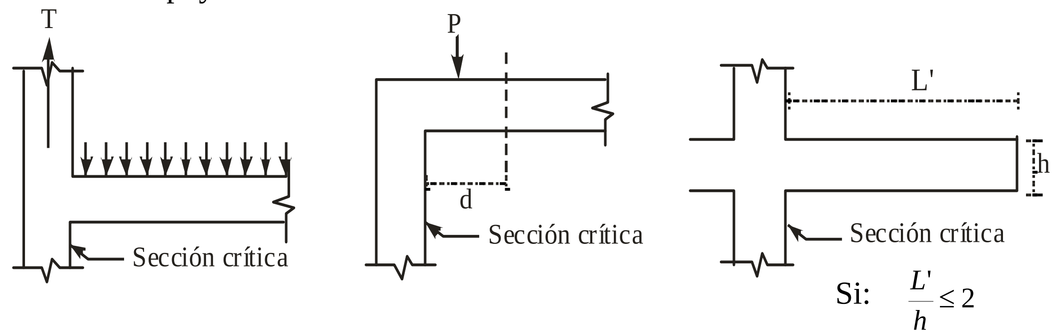
La resistencia (*Vn*) estará conformada por la contribución del concreto *Vc* y por la contribución del acero *Vu'* de tal forma que:

$$Vn = Vc + Vu'$$

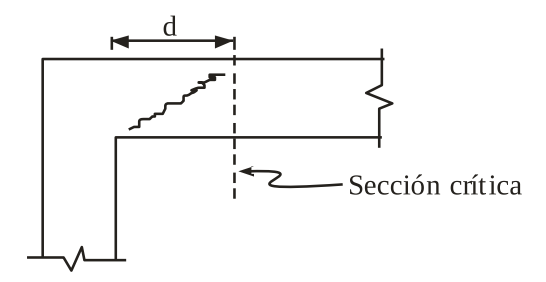
– Si la reacción del apoyo induce compresión al elemento y no existe carga concentrada entre la cara del apoyo y una sección ubicada a "*d*" de ella, entonces este tramo se diseñará para un cortante último que corresponde a la sección ubicada a "*d*" de la cara del apoyo. Esta sección se denomina sección crítica y es la que se encuentra sometida al mayor cortante de diseño del elemento.



– Si la reacción del apoyo induce tracción al elemento, la sección crítica se encuentra en la cara del apoyo. Si existiese una carga concentrada dentro de la distancia "*d*", la sección crítica también se ubica en la cara del apoyo.

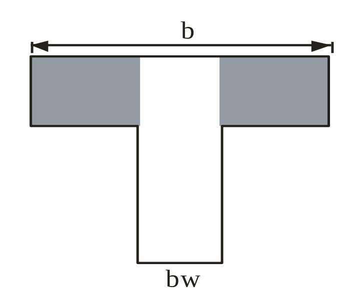


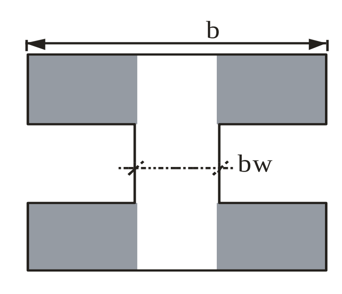
– El refuerzo en el alma, por tracción diagonal que, debe ser colocado entre la cara del apoyo y la sección crítica del cortante será el mismo que el requerido para la sección crítica.



– En las secciones T o I, el diseño por cortante no tendrá en cuenta la presencia de las alas.

(45) UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA- FIC.Diseño de estructuras de concreto armado.Curso de actualización-89-I

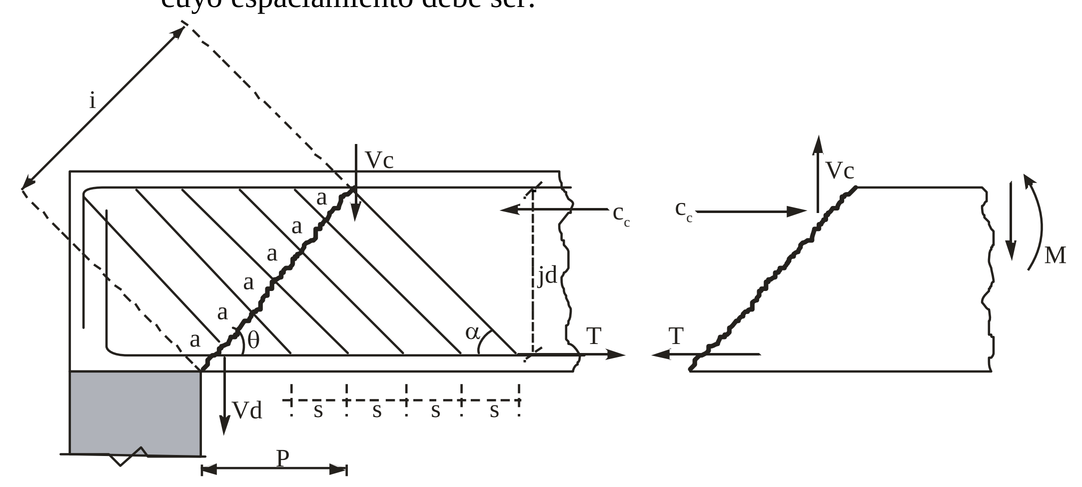




$Vc = v_{uc}\, b_w d$

– En losas aligeradas, nervadas, macizas y zapatas, no debe llevar refuerzo por corte, pero se hace un chequeo por corte.

– Si $\frac{Vu}{\varphi} > Vc$, entonces diseñaremos algún tipo de refuerzo transversal, cuyo espaciamiento debe ser:



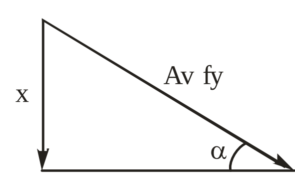
Vd = Fuerza cortante que toma el acero longitudinal, se desprecia porque el aporte es pequeño.

$\Sigma Fy = 0$: $\frac{Vu}{\varphi} = Vc + Vu'$

θ = Ángulo que hace la grieta con la horizontal.
α = Ángulo que hace el refuerzo transversal con la horizontal.
i = Longitud de la grieta por cortante.
a = Espaciamiento del refuerzo transversal en la dirección inclinada.
s = Espaciamiento horizontal del refuerzo transversal inclinado.
P = Proyección horizontal de la grieta, $P = i \cos \theta$.

Por equilibrio: $\frac{Vu}{\varphi} = Vc + Av\, fy \operatorname{sen} \alpha$, Av = área de cada estribo

fy = esfuerzo del refuerzo transversal



$\frac{x}{Av\ fy} = \operatorname{sen} \alpha \rightarrow x = Av\, fy \operatorname{sen} \alpha$

Si existen "n" estribos inclinados dentro de la grieta, entonces:

$\frac{Vu}{\varphi} = Vc + n\,Av\,fy \text{ sen } \alpha$ .... (1), siendo: $n = \frac{i}{a}$ ...... (2)

n = Número de refuerzos transversales., Además: $i = \frac{p}{\cos\theta}$

Analizando el espaciamiento de refuerzo transversal y horizontal, tenemos:

$180-(\alpha+\theta)$, a, θ, α, s

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{s}{sen[180-(\alpha+\theta)]}$$

$$sen[180-(\alpha+\theta)] = sen(\alpha+\theta)$$

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{s}{sen(\alpha+\theta)} = \frac{s}{sen\alpha\cos\theta + \cos\alpha\, sen\theta}$$

$$a = \frac{s\,.\,sen\alpha}{sen\alpha\cos\theta + \cos\alpha\, sen\theta} = \frac{s}{sen\theta}\left[\frac{sen\alpha}{sen\alpha\,\frac{\cos\theta}{sen\alpha}} + \frac{sen\alpha}{\cos\theta}\right]$$

$$a = \frac{s}{sen\theta(ctg\,\theta + ctg\,\alpha)} \quad ....(3)$$

En (2): $n = \frac{i}{a} = \frac{p/\cos\theta}{\frac{s}{sen\theta(ctg\,\theta + ctg\,\alpha)}} = \frac{p}{s}\,tg\,\theta(ctg\,\theta + ctg\,\alpha)$

$$n = \frac{p}{s}(tg\,\theta.ctg\,\theta + tg\,\theta.ctg\,\alpha) = \frac{p}{s}(1 + tg\,\theta.ctg\,\alpha)$$

Para el instante en que se produce la grieta, se asume que $\theta = 45^o \Rightarrow$ $p = jd \approx d$

En (1) tenemos: $Vn = \frac{Vu}{\varphi} = Vc + \frac{d}{s}(1 + tg\theta.ctg\alpha).Avfysen\,\alpha, \theta = 45^o$

$$= Vc + \frac{d}{s}\left(1 + \frac{\cos\alpha}{sen\alpha}\right)Avfy\,sen\alpha$$

$$Vn - Vc = \frac{d}{s}(\text{sen } \alpha + \cos\alpha)\,Avfy$$

$$\boxed{s = \frac{Avfy\,d(sen\alpha + \cos\alpha)}{Vn - Vc}} \quad , Vn = \frac{Vu}{\varphi}$$

– El refuerzo en el alma pueden ser estribos perpendiculares al refuerzo longitudinal, inclinados con un ángulo α, o en forma de barras dobladas; considerando que este ultimo los 3/4 centrales de dicha barra doblada absorben tracción diagonal.

(45) UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA- FIC.Diseño de estructuras de concreto armado.Curso de actualización-89-I



Si se utilizan estribos perpendiculares al refuerzo longitudinal $\alpha = 50º$

$$\boxed{s = \frac{Av\ fy\ d}{Vu'}} \quad , \qquad Vu' = \frac{Vu}{\phi} - Vc$$

Si se utilizan estribos inclinados al refuerzo longitudinal $\alpha = 45º$

$$\boxed{s = \frac{1.41 Av fy d}{Vu'}}$$, No recomendable para diseño sísmico.

- Cuando $\frac{Vu}{\phi} \leq \frac{Vc}{2}$, entonces no se necesita ningún tipo de refuerzo transversal.

- Cuando $\frac{Vu}{\phi} > \frac{Vc}{2}$, entonces deberá colocarse un área mínima de refuerzo transversal, de acuerdo a la siguiente formula:

  $\boxed{Av = 3.5 \frac{bw s}{fy}}$, donde $s \leq \frac{d}{2} \wedge s \leq$ 60 cm. $\rightarrow$ escoger el menor

  Se excluyen de este requisito los siguientes elementos estructurales:
  a) Lozas y zapatas
  b) Lozas nervadas y/o aligerados
  c) Vigas con un peralte que no exceda 25 cm.

- La resistencia al cortante proporcionada por cualquiera de los tipos de refuerzo transversal (*Vu'*) no deberá ser mayor que:

  $$Vu' \leq 2{,}1 \sqrt{fc'}\, bwd$$

  Si $Vu' > 2{,}1 \sqrt{fc'}\, bwd \Rightarrow$ - Cambiar la sección
  - Mejorar la calidad del concreto.

- El espaciamiento máximo del refuerzo transversal es necesario considerar que cada fisura diagonal potencial debe ser atravesada por lo menos por una varilla de acero, el código ACI, recomienda:

  a) El espaciamiento del refuerzo por corte colocado perpendicularmente al eje del elemento no deberá ser mayor de (0.5d) ó 60 cm., el que sea menor, si:

     $Vu' \leq 1.1 \sqrt{fc'}\, bwd \Rightarrow\ Smáx = d/2$ ó 60 cm.

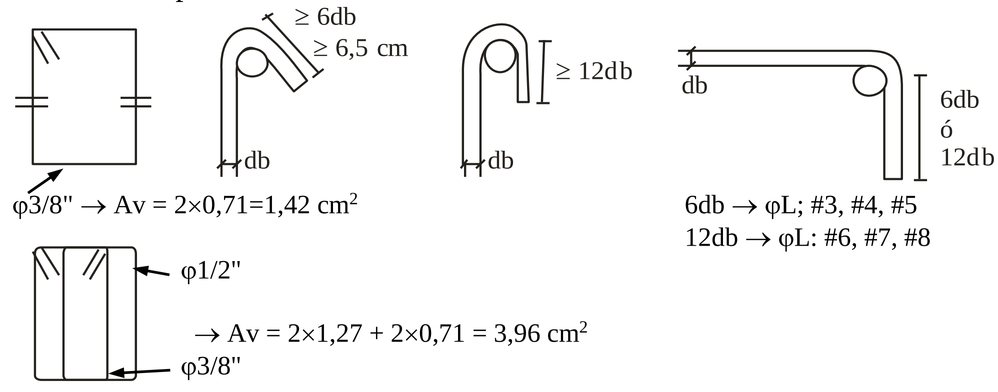
  b) Cuando el Vu' exceda de $1.1 \sqrt{fc'}\, bwd$, el espaciamiento máximo deberá reducirse a la mitad; así:

     $Vu' > 1.1 \sqrt{fc'}\, bwd \Rightarrow Smáx = d/4$ ó 30 cm.

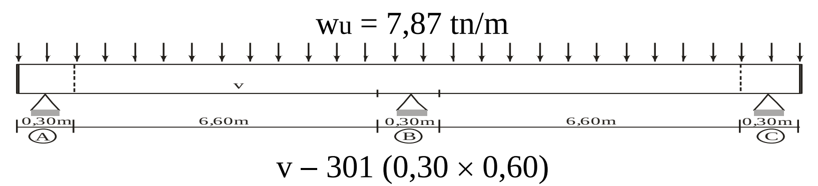
– El primer estribo se colocará a *s*/2 de la cara de apoyo. Por facilidad en la construcción se considera *Smin* = 10 cm.

– El espaciamiento de estribo por confinamiento del refuerzo longitudinal (o sea donde no se necesita refuerzo transversal), es: *b*, 30 cm ó 16ϕ_L, el que sea menor.

Los estribos pueden ser:



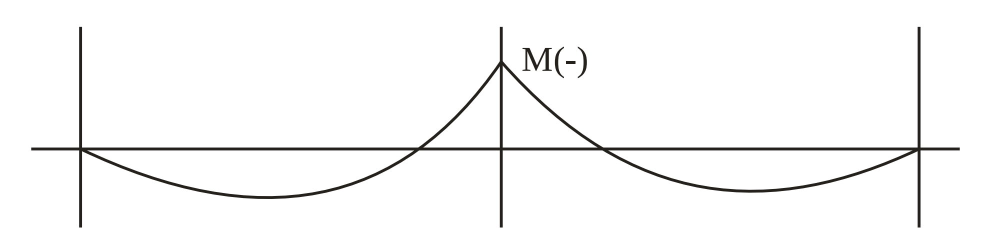
Ejemplo 01: Diseñar por corte la viga que se muestra en la figura adjunta. Las viga está sometida a una carga uniformemente repartida w_D=3,8 t/m y w_L=1,5 t/m (Refuerzo de flexión son varillas de 1", en una sola capa). Utilizar estribo de ϕ 3/8"; fc' = 210kg/cm^2, fy = 4200kg/cm^2.



v – 301 (0,30 × 0,60)

Solución:

$w_u = 1{,}4 \times 3{,}8 + 1{,}7 \times 1{,}5 = 7{,}87$ t/m



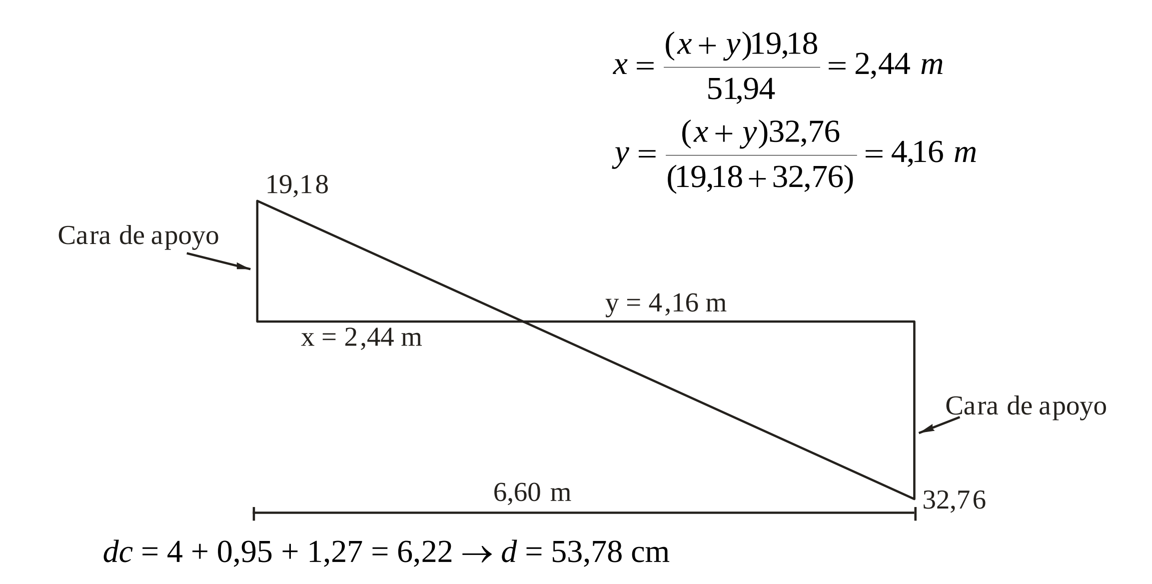
$M(-) = 1/8\ w_u \ell^2 = 1/8 \times 7{,}87 \times 6{,}90^2 = 46{,}84$ tn

$$V_A = R_A = \frac{w_u\ell}{2} - \frac{Meje}{\ell} = \frac{7{,}87\times 6{,}90}{2} - \frac{46{,}84}{6{,}90} = 20{,}36tn$$

$$V_A = R_B = \frac{7{,}87\times 6{,}90}{2} + \frac{46{,}84}{6{,}90} = 33{,}94 \text{ tn}$$

$$Vu_{A_{\substack{cara\\apoyo}}} = 20{,}36 - 7{,}87 \times 0{,}15 = 19{,}19 \text{ tn}$$

$$Vu_{B_{\substack{cara\\apoyo}}} = 33{,}94 - 7{,}87 \times 0{,}15 = 32{,}76 \text{ tn}$$



$dc = 4 + 0{,}95 + 1{,}27 = 6{,}22 \rightarrow d = 53{,}78$ cm

* **Cortante de diseño en el apoyo B.**

$V_u d = V_{u\,cara} - w_u d = 32{,}76 - 7{,}87 \times 0{,}5378 = 28{,}53$ tn

$$\frac{V_u d}{\varphi} = \frac{28{,}53}{0{,}85} = 33{,}56\ tn$$

Cortante que aporta el concreto.

$$V_C = 0{,}53\sqrt{210} \times 30 \times 53{,}78 = 12{,}39 \text{ tn}$$

$V_C = 12{,}39$ tn $< \dfrac{V_u d}{\varphi} = 33{,}56$ tn $\rightarrow$ hay que diseñar algún tipo de refuerzo transversal.

$$V_u' = \frac{V_u d}{\phi} - V_C = 33{,}56 - 12{,}39 = 21{,}17\ tn$$

$\boxed{V_u' = 21{,}17 \text{ tn}}$ Que será absorbido por el refuerzo transversal.

Cortante remanente máximo.

$$V_{umáx} = 2{,}1\sqrt{fc'}\,bd = 2{,}1\sqrt{210} \times 30 \times 53{,}78 = 49{,}10 \text{ tn} \rangle\ v_u' = 21{,}17 \text{ tn}$$

Espaciamiento máximo.

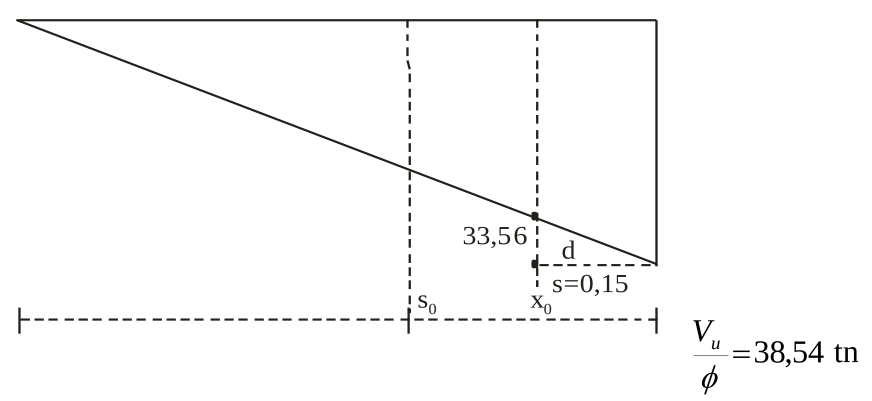
$$1{,}1\sqrt{fc'}\,bd = 1{,}1\sqrt{210} \times 30 \times 53{,}78 = 25{,}72 \text{ tn}$$

$1{,}1\sqrt{fc'}\,bd = 25{,}72$ tn $\rangle\ V_u' = 21{,}17$ tn $\rightarrow s_{máx} = \begin{cases} d/2 = 27\text{m} \\ 60\text{cm} \end{cases} \rangle\ s_{máx} = 27$ cm.

Cálculo de "*S*" para el cortante critico.

$$S = \frac{Av\ fy\ d}{V_u'} = \frac{1{,}42 \times 4200 \times 53{,}78}{21{,}170} = 15{,}15 \approx 15 \rightarrow \boxed{S = 15 \text{ cm}}$$

Usar estribo @ 0,15.



Se establece:

$s_0 = 20 \text{ cm} \rightarrow Vs_0 = \dfrac{Av\ fy\ d}{s_0} = \dfrac{1{,}42 \times 4200 \times 53{,}78}{20} = 16{,}04\,tn$

$Vn_o = Vs_0 + Vc = 16{,}04 + 12{,}39 = 28{,}43$ tn

$Vn_o = 38{,}54 - \dfrac{w_u x_0}{\phi} = 28{,}43 \rightarrow \boxed{x_o = 1{,}09 \text{ m}}$

$\rightarrow$N° ⌷ $= \dfrac{1{,}09 - 0{,}05}{0{,}14} = 7{,}4 \approx 7$⌷$\rightarrow$⌷ φ3/8": 1@.05,7@.15$\rightarrow$ L = 1,10 m

Area de acero mínimo:

$Av_{mí} = \dfrac{3{,}5bws}{fy} \Rightarrow s = \dfrac{1{,}42 \times 4200}{3{,}5 \times 30} = 56{,}8$ cm

$s = d/2 = 27$ cm ó 60 cm

Establecemos nuestro siguiente espaciamiento:

$s_1 = 27 \text{ cm} \rightarrow vs_1 = \dfrac{1{,}42 \times 4200 \times 53{,}78}{27} = 11{,}88$ tn

$Vn_1 = 11{,}88 + 12{,}39 = 24{,}27$ tn

$Vn_1 = 38{,}54 - \dfrac{7{,}87 \times X_1}{\phi} = 24{,}27 \Rightarrow x_1 = 1{,}54$ m

$L_{disp.} = 1{,}54 - 1{,}10 = 0{,}44 \text{ m} \Rightarrow \dfrac{0{,}44}{0{,}20} = 2{,}2 = 2$⌷ @.20 = .40 m

$L = 1{,}10 + .40 = 1{,}50$ m (acumulado)

Se colocarán ⌷ hasta: $Vn = \dfrac{V_c}{2} = \dfrac{12{,}39}{2} = 6{,}20$ tn

$38{,}54 - \dfrac{7{,}87x}{.85} = 6{,}20 \text{ n} \Rightarrow x = 3{,}49$m Long. hasta donde se necesitan ⌷@27

Longitud disponible para ⌷@.27:

$L_{disp} = 3{,}49 - 1{,}50 = 1{,}99 \Rightarrow \dfrac{1{,}99}{.27} = 7{,}4 \approx 7$⌷@.27

ESTRIBOS φ3/8"; 1@.05, 7@.15, 2@.20, 7@.27

- CORTANTE DE DISEÑO EN EL APOYO A

$Vud = 18{,}18 - 7{,}87 \times .5378 = 14{,}95 \text{ tn} \quad \Rightarrow \dfrac{Vud}{\varphi} = \dfrac{14{,}95}{.85} = 17{,}59$ tn

Cortante que aporta el concreto

V_C = 12.39 tn < $\frac{Vud}{\varphi}$ = 17,59 tn $\Rightarrow$ Vu' = 5,2 tn

$V_{u\ máx}$ = 49,10 tn >> $V_{u'}$ = 5,2 tn

Espaciamiento máximo

$1{,}1\sqrt{fc'}\,bd$ = 25,72 tn > $V_{u'}$ $\Rightarrow$ $S_{máx}$ = 27 cm

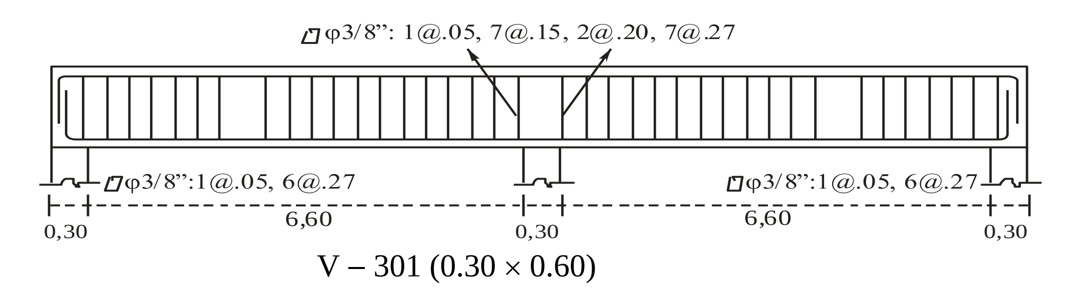
$S = \frac{Avfy.d}{Vu'} = \frac{1{,}42 \times 4200 \times 53{,}78}{5200}$ = 61,68 cm > $S_{máx}$.$\Rightarrow$ Usar: ⌷@.27

Se colocarán estribos hasta $V_n = V_c/2$ = 6,20 tn

$22{,}56 - \frac{7{,}87x}{.85} = 6{,}20 \Rightarrow x = 1{,}77$ m

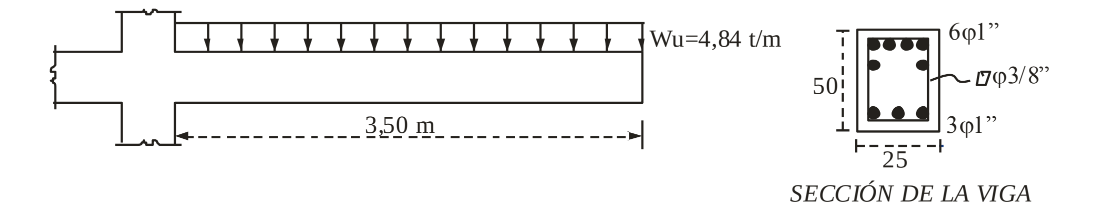
Nº⌷ = $\frac{1{,}77 - 0{,}05}{0{,}27}$ =6,4⌷ ≈ 6⌷ @.27

ESTRIBOS φ5/8": 1@ .05, 6@.27



V – 301 (0.30 × 0.60)

Ejemplo 02: Diseñar por fuerza cortante la viga en el voladizo que se muestra en la figura adjunta. La viga soporta una carga uniformemente repartida de W_D=2,0 t/m y W_L=1,2 t/m, fc'=210 kr/cm^2 y fy = 4200 kg/cm^2.



SECCIÓN DE LA VIGA

Solución:

$W_U = 1.40\ W_D + 1.70 W_L = 4.84$ tn/m

$dc = \frac{6{,}22 \times 20{,}4 + 11{,}30 \times 10{,}20}{30{,}60} = 7{,}91\ cm \Rightarrow$ d = 42,09 cm

Cortante en la cara del apoyo:

$V_{u\ cara} = W_u\ L_v$ = 4,84 × 3,50 = 16,94 tn

Cortante de diseño:

$V_u d = V_{u\ cara} - W_u d$ = 16,94 – 4,84 × 0,4209 = 14,90 tn

(44) BLANCO B.Antonio . Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.256-258 y 263.

$$\frac{V_u d}{\phi} = \frac{14{,}90}{0{,}85} = 17{,}53\ tn \rightarrow \frac{V_u d}{\phi} = 17{,}53\ tn$$

$V_C = 0{,}53\sqrt{210} \times 25 \times 42{,}09 = 8{,}08$ tn

$V_C = 8{,}08$ tn $< \frac{V_u d}{\phi} = 17{,}53$ tn $\Rightarrow$ Hay que diseñar algún tipo de refuerzo transversal.

$V_{u'} = \frac{V_u d}{\phi} - V_C = 17{,}53 - 8{,}08 = 9{,}45$ tn, $\boxed{V_{u'} = 9{,}45 \text{ tn}}$

Cortante remanente máximo:

$V_{u'\,máx} = 2{,}1\sqrt{210} \times 25 \times 42{,}09 = 32{,}02$ tn $> V_{u'} = 9{,}45$ tn

Espaciamiento máximo:

$1{,}1\sqrt{fc'}\,bd = 1{,}1\sqrt{210} \times 25 \times 42{,}09 = 16{,}77$ tn $> V_{u'} = 9{,}45$ tn

$\Rightarrow S_{máx} = d/2 = 21{,}0$

$= 60$ cm $\Rightarrow \boxed{S_{máx} = 21 \text{ cm}}$

Cálculo de "*S*" para el cortante crítico:

$$S = \frac{Avfyd}{V_{u'}} = \frac{1{,}42 \times 4200 \times 42{,}09}{9{,}450} = 26{,}56\ cm > S_{máx} = 21{,}0 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ **usar** ; ⌷φ3/8"@.21

Sección de refuerzo mínimo: $Vn_0 = \frac{V_C}{2} = \frac{8{,}08}{2} = 4{,}04\ tn$

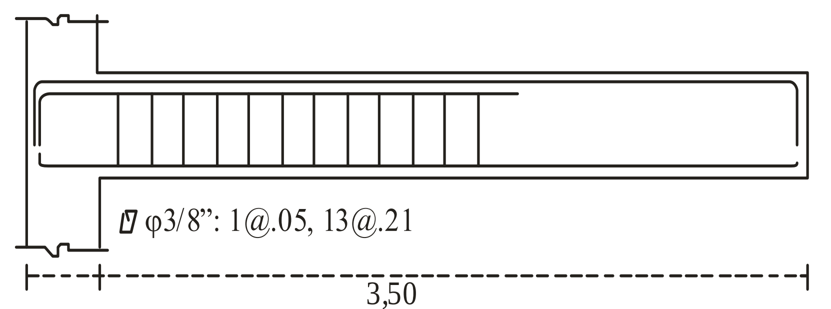
$$\frac{V_{u\ cara}}{\phi} - \frac{\omega ux}{\phi} = Vn_0 \Rightarrow 19{,}93 - \frac{4{,}84x}{0{,}85} = 4{,}04 \Rightarrow \boxed{x = 2{,}79 \text{ m}}$$

Area de acero mínimo:

$$A_{v\ mín} = \frac{3{,}5bwS}{fy} \Rightarrow S = \frac{1{,}42 \times 4200}{3{,}5 \times 25} = 68{,}16 \text{ cm} > \boxed{S_{máx} = 21{,}0 \text{ cm}}$$

N°⌷ $\div \frac{2{,}79 - 0{,}05}{0{,}21} = 13{,}05 = 13$ estribos

USAR: ⌷φ3/8": 1@.05, 13@,21, L = 2,78 m



5.2.3. Diseño de refuerzo transversal en zonas sísmicas(44).

Al encontrar las fuerzas actuantes que representan los efectos sísmicos, se ha supuesto que la estructura tiene la capacidad de disipar energía en el rango inelástico de respuesta (reducción por ductilidad). Para que esto ocurra será necesario que los elementos sismo-resistentes de esta estructura tengan una ductilidad adecuada.

Para lograr este objetivo se deberá evitar las fallas frágiles y por el contrario buscar que se generen fallas dúctiles.

Es por este motivo que un criterio básico de diseño sismo-resistente es que la resistencia a cortante de un elemento sea siempre mayor que su resistencia a flexión.

Se indican a continuación los requerimientos dados en la norma peruana para el refuerzo transversal en elementos estructurales A flexión.

– La calidad del acero no podrá se mayor de 4200 Kg/cm^2.
– Se exige que los estribos serán cerrados con ganchos estándar a 135º.

La fuerza cortante (V_u) de los elementos en flexión deberá determinarse a partir de la suma de las fuerzas cortantes asociadas con el desarrollo de las resistencias nominales en flexión (M_n) en los extremos de la luz libre del elemento y la fuerza isostática calculada para las cargas permanentes.

Así por ejemplo, para una viga con carga distribuida:

$V_{ui} = \dfrac{M_{ni} + M_{nd}}{Ln} + \dfrac{Wu\,Ln}{2}$ (Ver Fig. V–2) En esta expresión M_{ni} y Mnd son los momentos nominales reales a flexión que tiene la viga (con los refuerzos de acero que realmente se especificaron en el diseño).

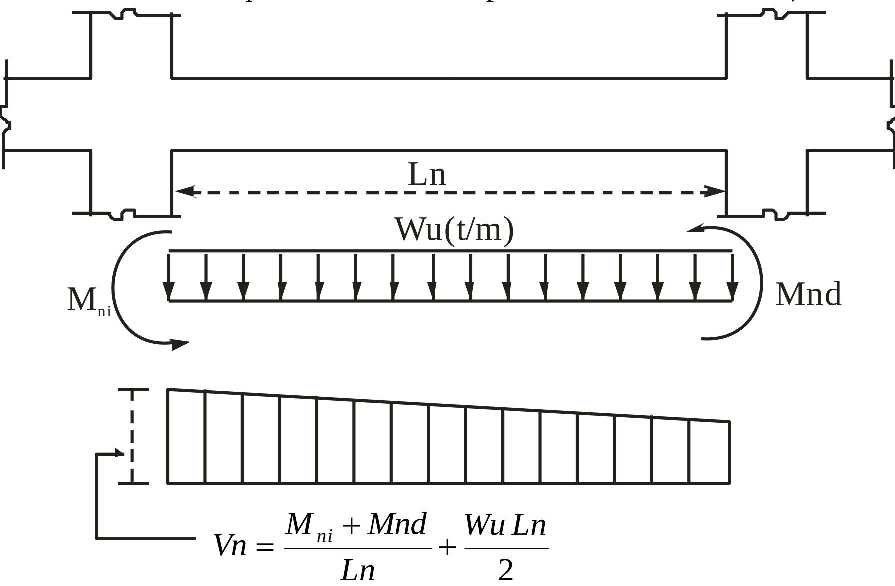


Fig. V – 2: Cortante de diseño para elementos sismo-resistentes en flexión.

(44) BLANCO B.Antonio . Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.256-258 y 263.

- Estará constituido por estribos cerrados de diámetro mínimo 3/8".
- El primer estribo deberá ubicarse a la mitad del espaciamiento S_0 ó 5 cm (el menor).
- El espaciamiento máximo (en zona de confinamiento) no debe ser mayor de d/4, ocho veces el diámetro de la barra longitudinal de menor diámetro, ni de 30 cm. Siendo la zona de confinamiento igual a 2d, medida a partir de la cara del apoyo hacia el centro de la luz.
  - El espaciamiento de los estribos fuera de la zona de confinamiento, deben espaciarse a no más d/2 (Fig. V – 3).

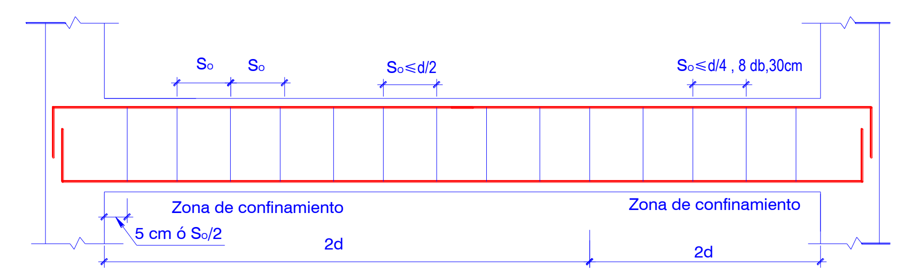
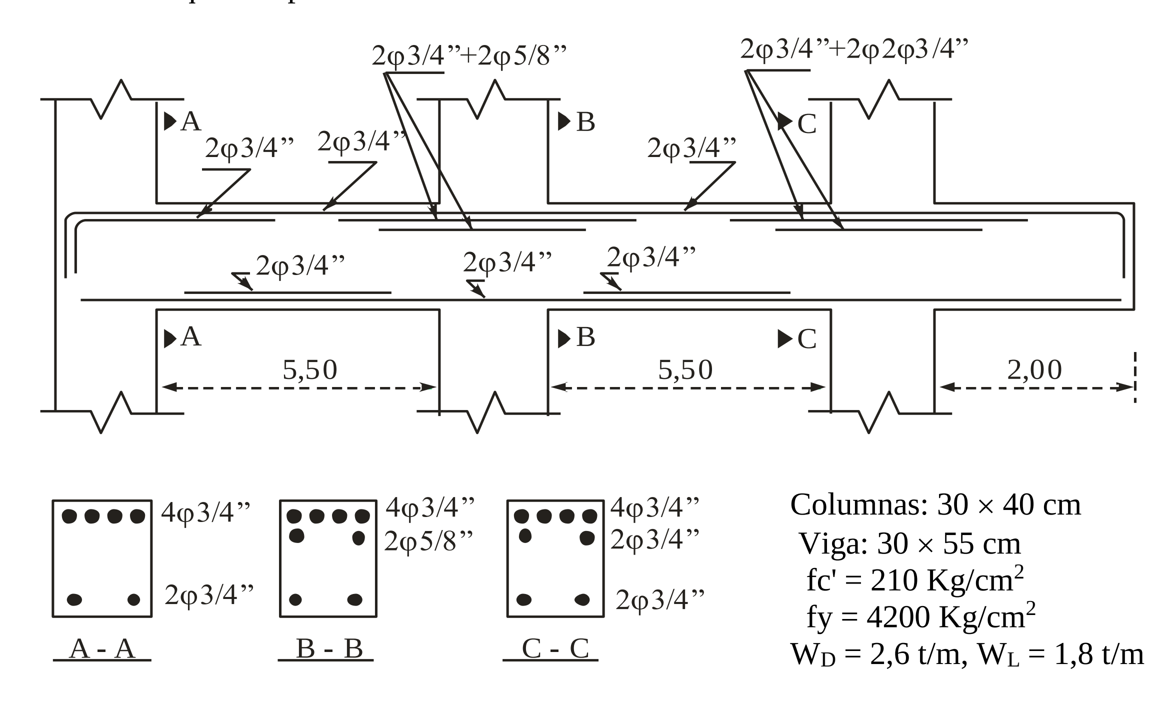


Fig. V-3: Espaciamiento del refuerzo transversal.

- Los momentos en los extremos deben considerarse en las dos direcciones, actuando ambos en el mismo sentido y la carga será correspondiente a la hipótesis de sismo ($Wu = 1{,}25(W_D + W_L)$).

Ejemplo: Diseñar por corte la viga que se detalla a continuación, considerando los requisitos para elementos sismo–resistentes.



Columnas: 30 × 40 cm
Viga: 30 × 55 cm
fc' = 210 Kg/cm^2
fy = 4200 Kg/cm^2
W_D = 2,6 t/m, W_L = 1,8 t/m

Solución:

$$Mn = As\,fy\,(d - a/2);\quad a = \frac{As.\,fy}{0{,}85\,fc'b} = 0{,}7843As$$

Primer apoyo:

$As_{sup} = 4\varphi3/4" = 11{,}36\ cm^2$, dc = 5,50 $\Rightarrow d = 49{,}10$ cm
$As_{inf} = 2\varphi3/4" = 5{,}68\ cm^2$, dc = 5,90 $\Rightarrow d = 49{,}10$ cm

Mn_{sup} = 11,36 × 4200 (49,10 – 8,91/2) = 21,30 t–m
Mn_{inf} = 5,68 × 4200 (49,10 – 4,45/2) = 11,18 t–m

Segundo apoyo:

As_{sup} = 4φ3/4" + 2φ5/8" = 15,36 cm^2 , dc = 7,02 → d = 47,98 cm
As_{sup} = 2φ3/4" = 5,68 cm^2
Mn_{sup} = 15,36 $\times 4200\ (47{,}98 - 12.05/2) = 27{,}07\ t - m$
Mn_{inf} = 5,68 × 4200 $(49{,}10\ 4{,}45/2) = 11{,}18\ t - m$

Tercer apoyo:

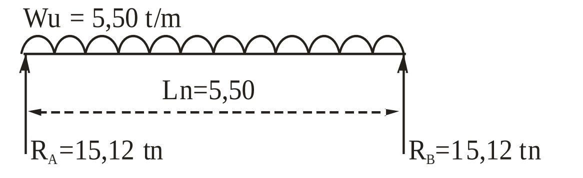
As_{sup}= 6φ3/4" = 17,04 cm^2 , dc = 7,30 → d = 47,61 cm
As_{inf} = 2φ3/4" = 5,68 cm^2
Mn_{sup} = 17,04 $\times 4200 (47{,}61 - 13{,}36/2) 29{,}25\ t - m$
Mn_{inf} = 5,68 × $4200 (49{,}10 - 4{,}45/2) = 11{,}18\ t - m$

CALCULO DE LOS CORTANTES DE DISEÑO:

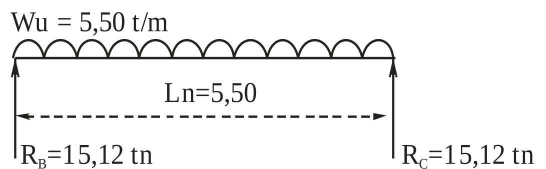
Wu = 1,25 (W_D + W_L) =1,25(2,6+18)=Wu = 5,50 t/m

Cortante isostático: $R = \frac{Wu\,Ln}{2}$

1º TRAMO

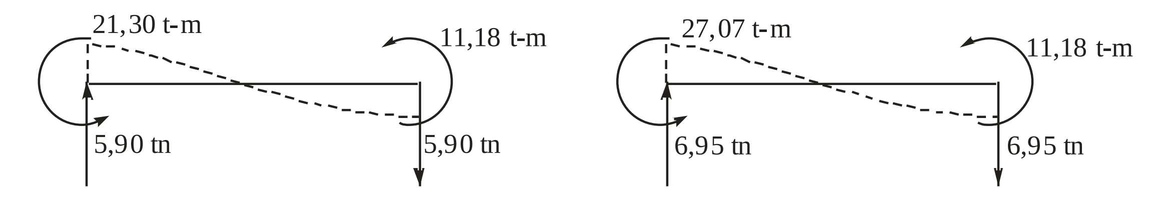


2º TRAMO

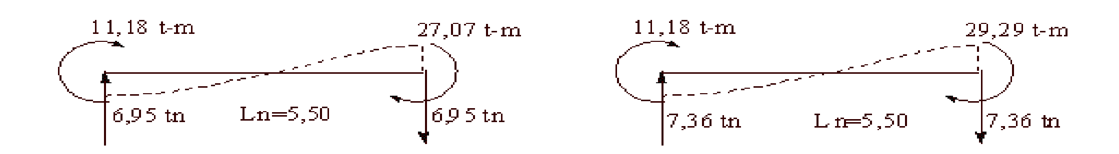


Cortante debido al refuerzo colocado: $V = \frac{Mni + Mnd}{Ln}$

Momentos antihorarios



Momentos horarios



CORTANTES FINALES:

Primer Tramo

* Debido a momentos antihorarios:
  – APOYO IZQUIERDO: Vu_{final} = 15,12 + 5,90 = 21,02 tn
  – APOYO DERECHO: Vu_{final} = 15,12 – 5,90 = 9,22 tn
* Debido a momentos horarios.
  – APOYO IZQUIERDO: Vu_{final} = 15,12 – 6,95 = 8,17 tn
  – APOYO DERECHO: Vu_{final} = 15,12 + 6,95 = 22,07 tn

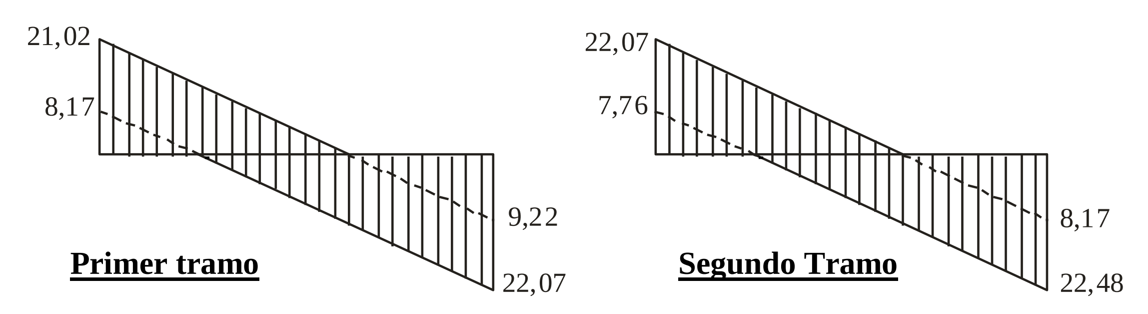
Segundo Tramo:

* Debido a momentos antihorarios.
  – APOYO IZQUIERDO: Vu_{final} = 15,12 + 6,95 = 22,07 tn
  – APOYO DERECHO: Vu_{final} = 15,12 – 6,95 = 8,17 tn

- Debido a momentos horarios.

  – APOYO IZQUIERDO: Vu_{final} = 15,12 – 7,36 = 7,76 tn
  – APOYO DERECHO: Vu_{final} = 15,12 + 7,36 = 22,48 tn

Envolvente de cortante:



* Como los cortantes en el primer tramo y segundo tramo son parecidos, diseñaremos con el cortante *Vu*=22,48 tn, para los dos tramos.

$$x = \frac{5,50(7,76)}{30,24} = 1,41\ m$$

$$y = \frac{5,50(22,48)}{30,24} = 4,09\ m$$

7.76
y=4.09 d=49.10
x=1.41
Vud
22.48

Cortante de diseño:

$Vud = Vu_{cara} - Wud$ = 22,48 – 5,50 × 0,4910 = 19,78 tn

$$\frac{Vud}{\phi} = \frac{19,78}{0,85} = 23,27\ tn$$

Cortante que resiste el concreto:

$Vc = 0,53\sqrt{210} \times 30 \times 49,10 = 11,31$ tn

$Vc = 11,31$ tn $< \dfrac{Vud}{\phi} = 23,27$ tn $\Rightarrow$ Hay que diseñar algún tipo de refuerzo transversal

$Vu = \dfrac{Vud}{\phi} - Vc = 23,27 - 11,31 = 11,96$ tn $\rightarrow$ Vn' = 11,96 tn

Cortante remanente máximo:

$Vn'_{máx} = 2,1\sqrt{fc'}\,bd = 2,1\sqrt{210} \times 30 \times 49,10 = 44,83$ tn $> Vn'$

Espaciamiento máximo (2d) = 2 × 49,10 = 98,2 cm

$$S = \begin{cases} 0,25d = 0,25 \times 49,10 = 12,28 \\ 8db = 8 \times 1,59 = 12,72 \\ 30\ cm \end{cases} \quad S_{máx} = 12 \text{ cm}$$

Cálculo de "S" para el cortante crítico.

$$S = \frac{Avfyd}{Vu'} = \frac{1,42 \times 4200 \times 49,10}{11,960} = 24,48\ cm > S_{máx}$$

$\Rightarrow$ Usar ⌷ φ3/8"@.10 < $S_{máx}$.

Nº estribo = $\dfrac{0,982 - 0,05}{0,10} = 9,32 \approx 9$ ⌷: 1@.05, 9@.10, L = 0,95

Fuera de la zona de confinamiento el espaciamiento máximo será:

$S = d/2 = \dfrac{49,10}{2} = 24,55 \approx 25$ cm

∴ Usar φ3/8": 1@.05, 9@.10, resto @.25

Cortante en el volado: (Se analiza bajo cargas de gravedad).

$Wu = 1,4 \times 2,6 + 1,7 \times 1,8 = 6,7$ tn/m

Vu = Wu Lv = 6,7 × 2 = 13,4 tn

Cortante de diseño, de = 47,61 cm

$Vud = Vn - Wud = 13,4 - 6,7 \times 0,4761 = 10,21$ tn

$\dfrac{Vud}{\phi} = \dfrac{10,21}{0,85} = 12,01$ tn

Cortante que resiste el cº

$Vc = 0,53\sqrt{210} \times 30 \times 47,61 = 10,97$ tn $< \dfrac{Vud}{\phi} \Rightarrow Vu' = 1,04$ tn

Cortante remanente máximo = $Vu_{\,máx} >> Vn'$

Espaciamiento máximo:

$1{,}1\sqrt{fc'}\,bd > Vn' \Rightarrow S_{máx} = d/2 = 24$ $\quad S_{máx} = 24$ cm
$= 60$

cálculo de "S" para el cortante crítico:

$$S = \frac{1{,}42 \times 4200 \times 47{,}61}{1040} = 273{,}02 \;\; >> S_{máx}.$$

Sección de refuerzo mínimo: $Vno = Vc/2 = (10{,}97)/2 = 5{,}49$ tn

$$\frac{Vu_{cara}}{\phi} - \frac{6{,}7x}{\phi} = Vno$$

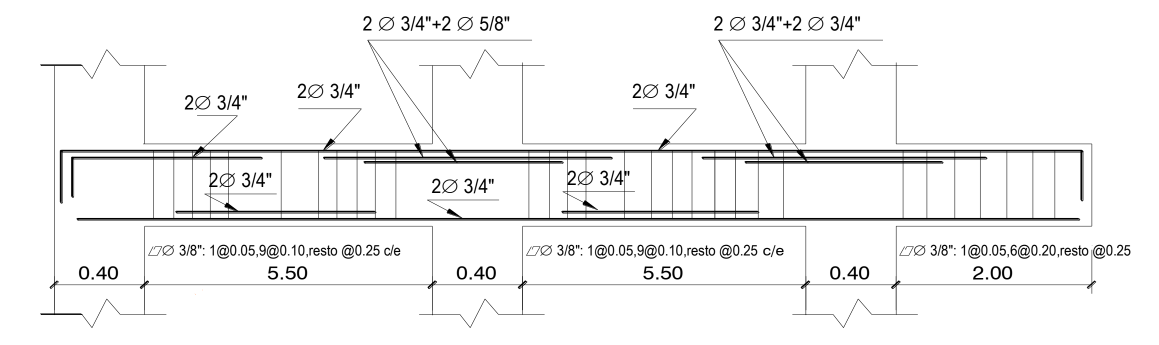
$$15{,}76 - \frac{6{,}7x}{0{,}85} = 5{,}49 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}30 \text{ m}}$$

Area de acero mínimo:

$$S = \frac{1{,}42 \times 4200}{3{,}5 \times 30} = 56{,}8 \text{ cm} > S_{máx}.$$

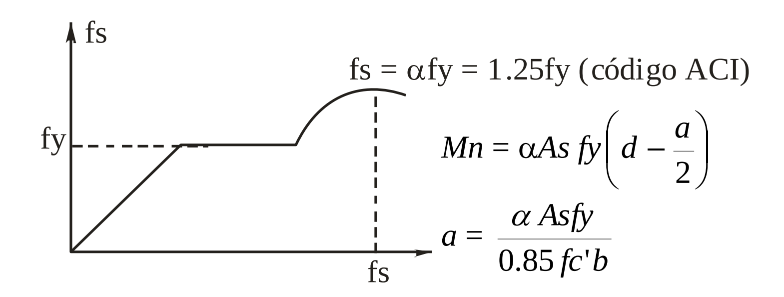
$$\Rightarrow \frac{1{,}30 - 0{,}05}{0{,}20} = 56{,}25 \approx 6$$

Usar: φ3/8": 1@0,05, 6@0,20, resto @0,25



5.2.3 Diseño en zonas de alto riesgo sísmico.[45]

Debe diseñarse para la fuerza cortante que se presente en la viga, cuando las secciones extremas alcanzan un esfuerzo en el acero = αfy y la correspondiente a las cargas de gravedad.



$$Mn = \alpha As\, fy\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$a = \frac{\alpha\, Asfy}{0.85\, fc'b}$$

El cortante de diseño crítico será el correspondiente al de la cara del apoyo.

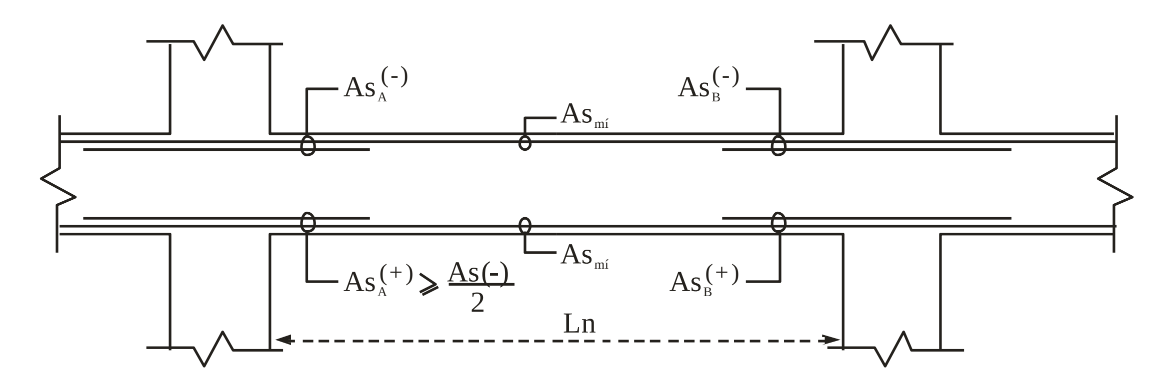
(45) UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA- FIC.Diseño de estructuras de concreto armado.Curso de actualización-89-I

$$Vu_{\,cara} \Rightarrow Vu = \frac{Vu_{cara}}{\phi}\,;\; Vn = Vc + V'u$$

* **Hasta** "2d", el $Vc = 0 \Rightarrow S = \dfrac{Avfyd}{Vn}$

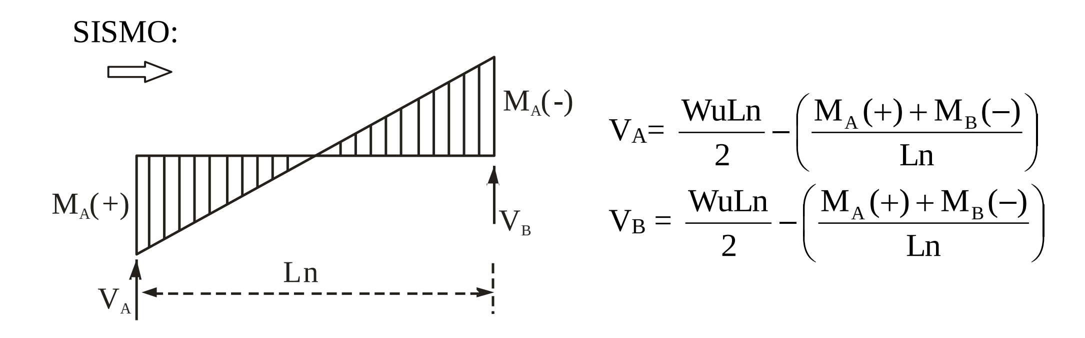
* **Para** > "2d", se toma en cuenta la presencia o aporte del concreto Vc.

$$\Rightarrow S = \frac{Avfyd}{Vu'}\,,\quad Vu' = \frac{Vu}{\phi} - Vc$$



Considerando la dirección del sismo ⟺ s.

SISMO:



M$_A$(-)

SISMO:

V$_A$

$$V_A = \frac{WuLn}{2} + \left(\frac{M_A(-) + M_B(+)}{Ln}\right)$$

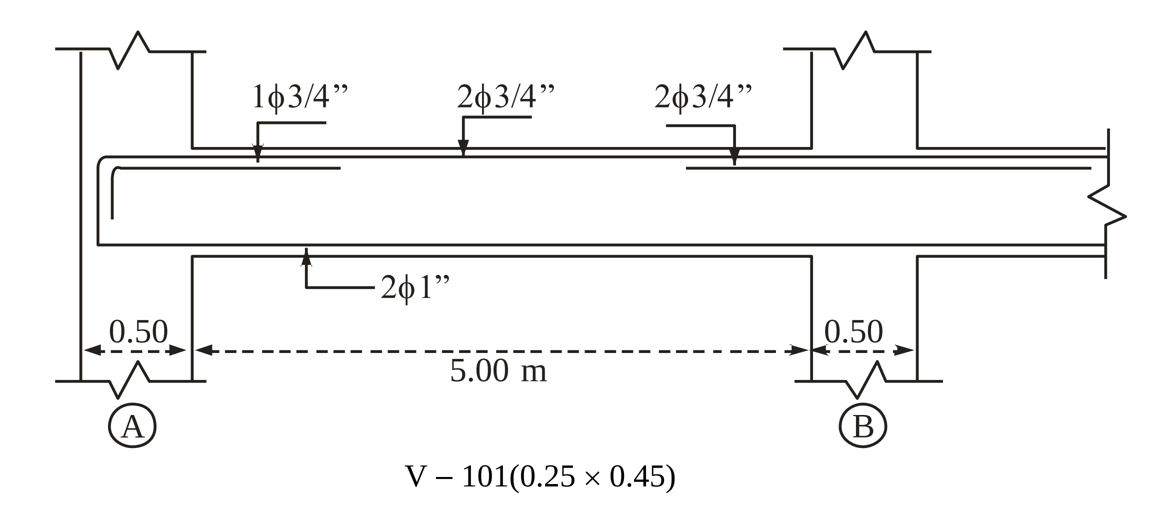
M$_A$(+)

$$V_B = \frac{WuLn}{2} - \left(\frac{M_A(-) + M_B(+)}{Ln}\right)$$

Ln

V$_B$

Ejemplo: Para una viga "dúctil especial" que se muestra en la figura, diseñar por fuerza cortante.



V – 101(0.25 × 0.45)

Considerar: Wu = 5.8 t/m , $f c'$ = 350 kg/cm², fy = 4200 kg/cm², ▱ = ϕ3/8"

Solucion

$Mn = \alpha As\, fy(d\text{-}a/2)$ $\qquad a = \dfrac{\alpha\, Asfy}{0.85\, fc'b} = 0.7059As$

APOYO A.

As_{sup} = 3ϕ3/4 = 8.52 cm²
As_{inf} = 2ϕ1" = 10.20 cm²
Mn_{sup} = 1.25×8.52×4200 (39.10 – 6.01/2) = 16.14 t–m.
Mn_{inf} = 1.25 × 10.20 × 4200 (38.78 – 7.20/2) = 18.84 t–m

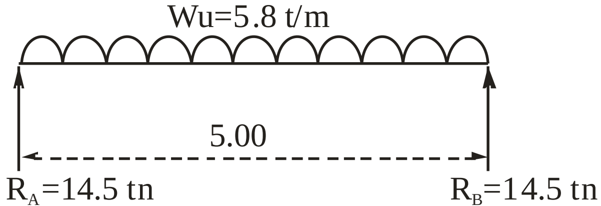
APOYO B.

As_{sup} = 4ϕ3/4" = 11.36 cm²
As_{inf} = 2ϕ1" = 10.20 cm²

Mn_{sup} = 1.25 × 11.36 × 4200 (39.10 – 8.02/2) = 20.93 t–m
Mn_{inf} = 1.25 × 10.20 × 4200 (38.78 – 7.20/2) = 18.84 t–m

CÁLCULO DE LOS CORTANTES DE DISEÑO.

Cortante isostático: $R = \dfrac{WuLn}{2}$



Cortante debido al refuerzo colocado: $V = \dfrac{Mni + Mnd}{Ln}$

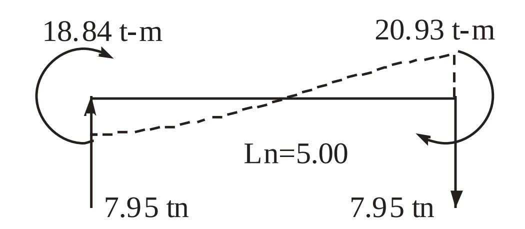
Momento antihorario

16.14 t-m 18.84 t-m

Ln=5.00

7.00 tn 7.00 tn

Momento horario



CORTANTES FINALES.

* Debido al momento antihorario (tramo).

APOYO A.
Vn = 14.50 + 7.00 = 21.50 tn

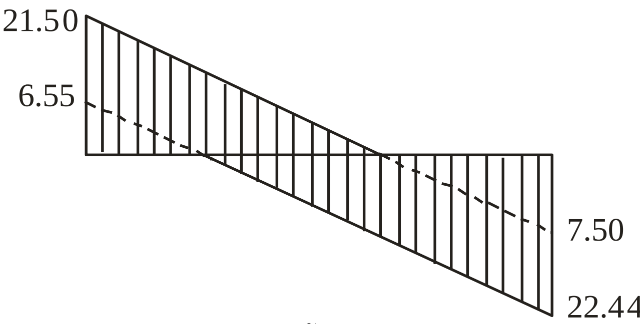
APOYO B.
Vn = 14.50 – 7.00 = 7.50 tn

* Debido al momento horario (tramo).

APOYO A
Vn = 14.50 – 7.95 = 6.55 tn

APOYO B
Vn = 14.50 + 7.95 = 22.45 tn

Envolvente de cortante.



CORTANTE DE DISEÑO:

$$Vu = 22.44 \text{ tn} \Rightarrow \frac{Vn}{\phi} = \frac{22.44}{0.85} = 26.40 \text{ tn}$$

Espaciamiento máximo.

$$S = \begin{cases} d/4 = 30.10/4 = 9.76 \\ 8\phi L = 8 \times 1.91 = 15.28 \\ 30 \end{cases} \quad S_{máx} = 10 \text{ cm}$$

Cálculo de "S" para el cortante crítico.

$$S = \frac{Avfyd}{Vn} = \frac{1.42 \times 4200 \times 39.10}{26.400} = 8.83 \approx 9.0 \text{ cm} < S_{máx}.$$

–) **Usar estribos en 2d** = 2 × 39.10 = 28.2 cm. @.09.

$$\text{Nº } ⊄ = \frac{0.782 - 0.05}{0.09} = 8.13 \Rightarrow \text{Usar: 1@.05, 8@.09; L = 0.77 m}$$

–) **En zona ≥ 2d,** considerando la contribución del Cº.

$Vu = Vu_{cara} - Wu(2d) = 22.44 - 5.8 \times 2 \times 0.3910 = 17.90$ tn

$$\Rightarrow \frac{Vu}{\phi} = \frac{17.90}{0.85} = 21.06 \text{ tn}$$

Cortante que absorbe el cº.

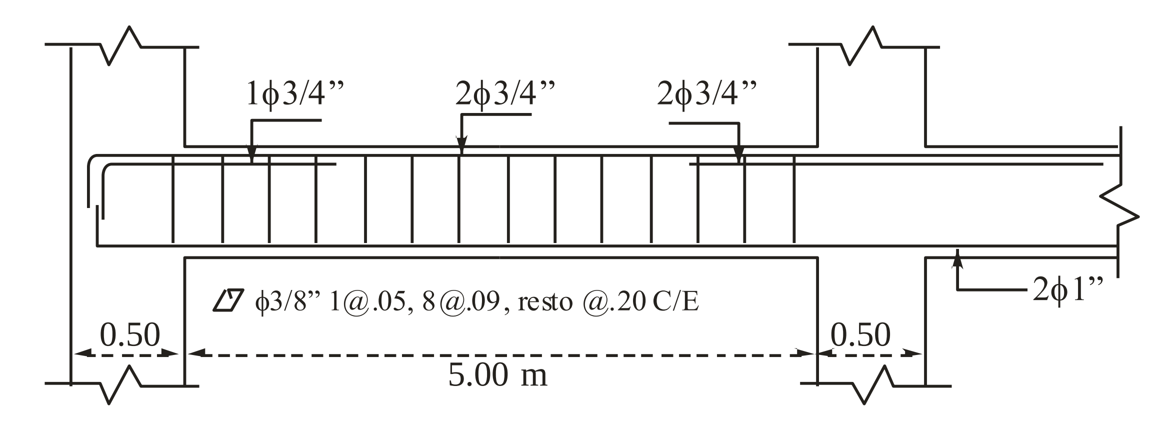
$$Vc = 0.53\sqrt{350} \times 25 \times 39.10 = 9.69 \text{ tn} < \frac{Vu}{\phi} \Rightarrow$$

$Vu' = 21.06 - 9.69 = 11.37$ tn $\rightarrow$ Vu' = 11.37 tn

$$S = \frac{Avfyd}{Vu'} = \frac{1.42 \times 4200 \times 39.10}{11.370} = 20.51\ cm \approx 20.0 \text{ cm}$$

$S_{máx} \leq d/2 = 39.10/2 = 19.55 \Rightarrow S_{máx} = 20$ cm.

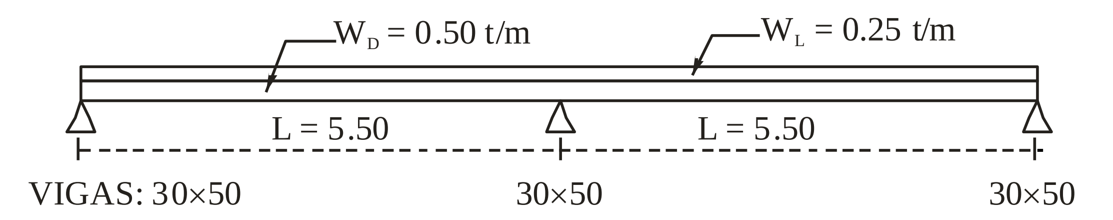
∴ Usar: ⏥ ϕ3/8": 1@.05, 8@.09, resto @.20



5.3. DISEÑO DE SISTEMA DE PISOS:

En losas unidireccionales, no se diseña el refuerzo transversal por corte, lo que se hace es simplemente chequeo por corte, así tenemos:

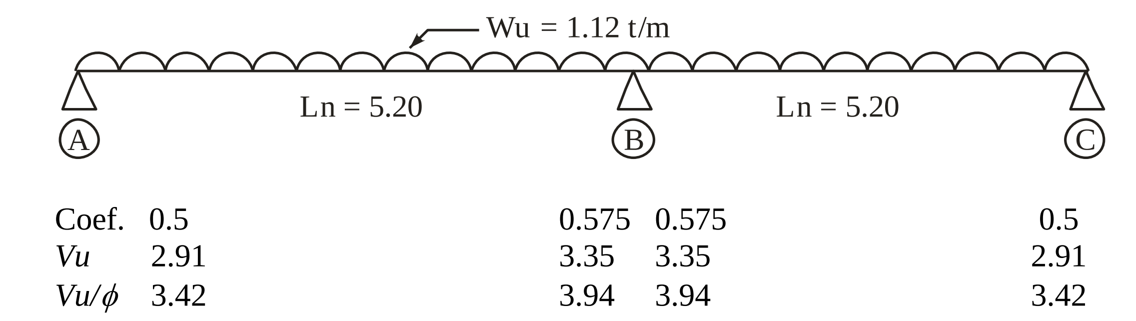
A. LOSA LLENA O MACIZA.



Esta losa ha sido diseñada por flexión, utilizando los coeficientes del ACI, e=17 cm., fc'=210 Kg./cm^2; fy = 4200 Kg./cm.

Solución:

$Wu = 1.4 \times 0.50 + 1.7 \times 0.25 \Rightarrow Wu = 1.12$ t/m



Coef.	0.5	0.575	0.575	0.5
Vu	2.91	3.35	3.35	2.91
Vu/ϕ	3.42	3.94	3.94	3.42

Cortantes críticos de diseño.

TRAMO AB = BC

APOYO A: $Vud = Vu_{cara} - Wud = 2.91 - 1.12 \times 0.14 = 2.75$ tn $\Rightarrow \dfrac{Vud}{\phi} = 3.24$ tn

APOYO B: $Vud = Vu_{cara} - Wud = 2.91 - 1.12 \times 0.14 = 3.19$ tn $\Rightarrow \dfrac{Vud}{\phi} = 3.75$ tn

Cortante que aporta el concreto.

$Vc = 0.53\sqrt{fc'}\,bd = 0.53\sqrt{210} \times 100 \times 14 = 10.75$ tn

$\therefore\ Vc = 10.75 \text{ tn} > \dfrac{Vud}{\phi}(3.24,\ 3.75 \text{ tn})$ .... O.K.

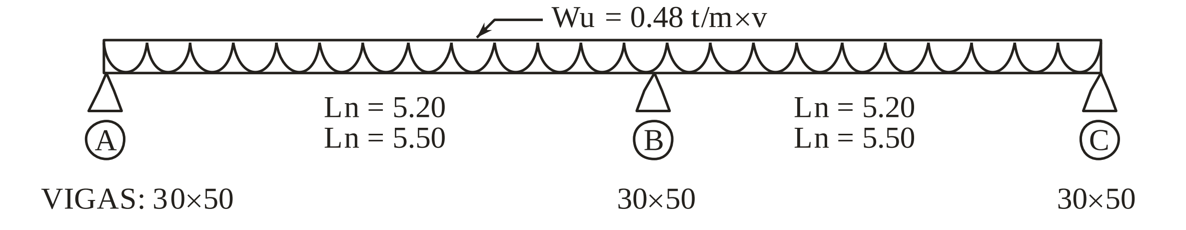
O sea que la losa no fallará por fuerza cortante.

Si $Vc < \dfrac{Vud}{\phi}$ $\Rightarrow$ podemos mejorar la calidad del concreto ó aumentar el espesor de la losa.

Aumentando el espesor:

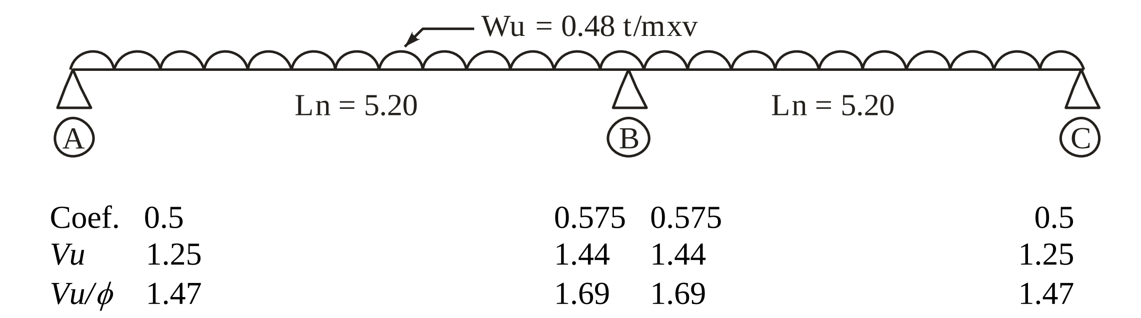
$Vc = 0.53\sqrt{fc'}\,bd = \dfrac{Vud}{\phi} \Rightarrow d =$ .... $\Rightarrow\ e = d + dc$

B. LOSA ALIGERADA.



Esta losa aligerada ha sido diseñada por flexión, utilizando los coeficientes del ACI, e=20 cm, fc'=210 Kg./cm^2, fy = 4200 Kg./cm^2.

Solución:



Coef.	0.5	0.575	0.575	0.5
Vu	1.25	1.44	1.44	1.25
Vu/ϕ	1.47	1.69	1.69	1.47

Cortantes críticos de diseño.

TRAMO AB = BC

APOYO A: $Vud = 1.25 - 0.48 \times 0.17 = 1.17$ tn $\Rightarrow \dfrac{Vud}{\phi} = 1.38$ tn

APOYO B: $Vud = 1.44 - 0.48 \times 0.17 = 1.36 \Rightarrow \dfrac{Vud}{\phi} = 1.60$ tn

Cortante que resiste el cº.

El código ACI recomienda que tratándose de losas aligeradas y nervadas la fuerza cortante del concreto debe incrementarse en un 10%.

$Vc = 1.10 \times 0.53\sqrt{fc'}\,bwd = 1.10 \times 0.53\sqrt{210} \times 10 \times 17 = 1.44$ tn

$Vc = 1.44 > \dfrac{Vud}{\phi} = 1.38$ tn .... O. K., pero Vc < Vud/Φ=1.60 tn;entonces podemos solucionar el problema :

$$\begin{cases} -\,Mejorar\ la\ calidad\ del\ C^{o} \\ -\,Aumentar\ el\ peralte\ o \\ -\,Ensanchar\ la\ vigueta \end{cases}$$

Optemos por ensanchar la vigueta:

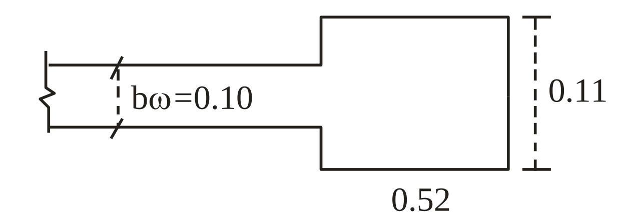
$Vc = 1.10 \times 0.53\sqrt{210} \times b\omega \times 17 = \dfrac{Vud}{\phi} = 1600$

$b\omega = 11.14$ cm ≈ 11.0

$Xv = \dfrac{Vu/\phi - Vc}{Wu}$, $\dfrac{Vu}{\phi}$: en la cada del apoyo

$= \dfrac{1.69 - 1.44}{0.48} = 0.52$ m, $\boxed{Xv = 0.52\ m}$

Ensanche en apoyo B:



(44) BLANCO B.Antonio . Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.256-258 y 263.

VI. Efectos combinados a flexión y cortante.

6.1 AGRIETAMIENTO.

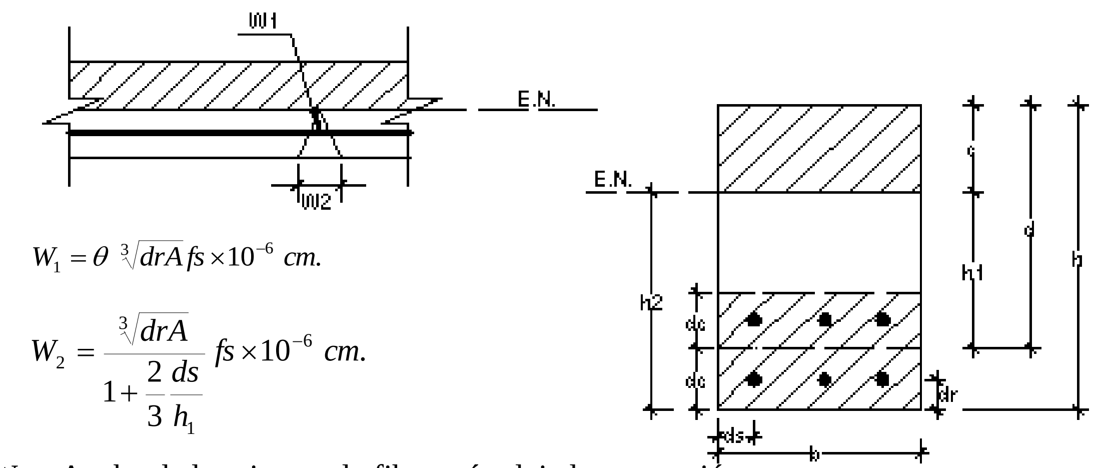
Este fenómeno se presenta en todos los elementos que trabajan a flexión bajo cargas de servicio. Si la distribución del acero en tracción es adecuada, estas fisuras son muy pequeñas, siendo normales aquellas que tienen un espesor del orden de 0.1 a 0.3 mm.

El control de los anchos de la fisura debe hacerse para prevenir la corrosión del refuerzo y el aspecto estético.

Independientemente de las fisuras debidas a los esfuerzos de tracción por flexión existen fisuras por efecto de contracción de fragua, flujo plástico, temperatura y tracción diagonal, que sin embargo no se tratan en este capítulo, dedicado básicamente al diseño por flexión.

La determinación del ancho de una fisura no es exacta y existen diversas teorías que tratan de explicar el mecanismo de su formación y evaluación de su espesor; sin embargo se puede indicar que el ancho de una fisura es directamente proporcional al nivel del esfuerzo del acero traccionado (*fs*), dependiendo además del área efectiva del concreto que rodea a cada barra traccionada.

Existen diversas expresiones que evalúan el ancho posible de las fisuras a nivel de refuerzo traccionado y en la cara más alejada en tracción, dentro de los cuales citamos:



$$W_1 = \theta \sqrt[3]{drA}\, fs \times 10^{-6}\ cm.$$

$$W_2 = \frac{\sqrt[3]{drA}}{1 + \frac{2}{3}\frac{ds}{h_1}}\, fs \times 10^{-6}\ cm.$$

W_1 = Ancho de la grieta en la fibra más alejada en tracción
W_2 = Ancho de la grieta a la altura del acero en tracción.
dr = Espesor del recubrimiento de concreto medido desde la cara de tracción al centro de la barra situada más cerca de ésta cara (cm.)
$\theta = h_2 / h_1$; Relación entre la distancia de la cara de tracción al eje neutro y del centro de gravedad de la armadura al eje neutro; puede tomarse igual a 1.2
A = Área de concreto efectivo que rodea a cada barra en tracción y se calcula.

Así: $A = \frac{Ae}{N}$, Ae = Área efectiva total de concreto que rodea a todas las barras en tracción;
. $Ae = 2\ dc\ b$
N = Números de barras en tracción.

Cuando las barras son de diámetro diferente, N se obtiene dividiendo el área de acero en tracción entre el área de la barra de mayor uso. Así: As = 2Ø 1" + 3Ø ¾"; entonces: $N = \frac{18.72}{2.84} = 6.59$ ..... OK.

La verificación de control de grietas sólo es necesario cuando se usa acero en tensión con resistencia de fluencia, fy, que exceda a 2800 Kg./cm^2. El código ACI, en orden de reducir el tamaño de los cálculos, recomienda usar un factor Z, donde:

$$z = fs\sqrt[3]{drA}\ (Kg./cm)$$

Donde: $z \leq 31000$ Kg./cm^2., para condiciones de exposición interior.
≤ 26000 Kg./cm^2., para condiciones de exposición exterior.

fs = Esfuerzo del acero (Kg./cm^2.), calculado mediante:

$fs = \frac{M}{Asjd}$ ó $fs = 0.6\,fy$, $j = 7/8 = 0.88$

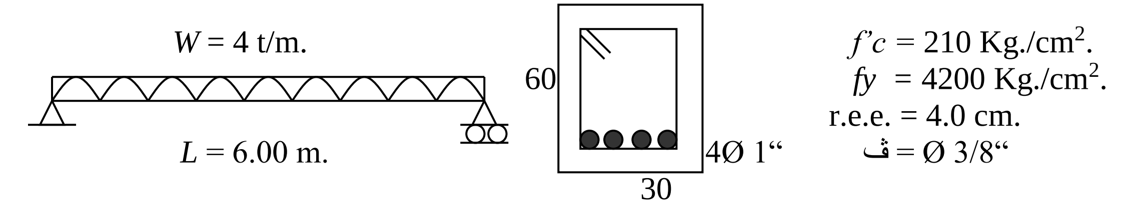
M : Es el momento bajo cargas de servicio (no factorizada).
As : Área de acero en tracción.

Ancho de grietas permisibles (Concreto Armado – R. Morales).

Condición de exposición	Ancho permisible
Aire seco o con membrana de protección.	0.41 mm.
Aire húmedo o suelo.	0.30 mm.
Agentes químicos.	0.18 mm.
Agua de mar.	0.15 mm.
Estructuras de contención de agua	0.10 mm.

Otros autores recomiendan: 0.30 mm. para elementos hacia exteriores.
0.40 mm. para elementos hacia interiores.

Ejemplo .- Para una viga de sección rectangular simplemente apoyada, estimar el ancho máximo de grieta.



$f'c$ = 210 Kg./cm^2.
fy = 4200 Kg./cm^2.
r.e.e. = 4.0 cm.
ڤ = Ø 3/8"

Solución

- El peralte efectivo, d; será: $d = 60 - (4 + 0.95 + 1.27) = 53.78$ cm.

- $c = \frac{nAs}{b}\left(\sqrt{\frac{2bd}{nAs}+1}-1\right)$, $n = \frac{Es}{Ec} = \frac{2\times10^6}{15000\sqrt{210}} = 9.2 \Rightarrow \underline{n = 9}$

  $c = \frac{9\times20.40}{30}\left(\sqrt{\frac{2\times30\times53.78}{9\times20.40}+1}-1\right) = 20.26 \Rightarrow \underline{c = 20.26\ cm.}$

- $fs = \frac{M}{Asjd} = \frac{4\times6^2\times10^5}{8\times20.40\times0.88\times53.78} = 1864.40\ Kg/cm^2 \Rightarrow \underline{fs = 1864\ Kg/cm^2}$

- $z = fs\sqrt[3]{drA} = 1864\sqrt[3]{6.22\times A}$

  $A = \frac{Ae}{N} = \frac{2dcb}{4} = \frac{2\times6.22\times30}{4} = 93.30\ cm^2$

  $\Rightarrow z = 1864\sqrt[3]{6.22\times93.30} = 15{,}547.83\ Kg./cm.$ < 31,000 Kg./cm.

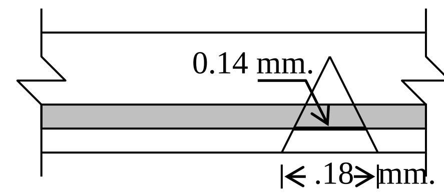
  < 26,000 Kg./cm.

- $h_2 = h - c = 60 - 20.26 = 39.74$ cm. $\Rightarrow$ $h_2 = 39.74$ cm.

  $h_1 = h_2 - dc = 39.74 - 6.22 = 33.52$ cm. $\Rightarrow$ $h_1 = 33.52$ cm.

Entonces:

- $W_1 = \theta\ z\times10^{-6} = \frac{39.74}{33.52}\times15{,}547.83\times10^{-6} = 0.0184\ cm. \Rightarrow \underline{W_1 = 0.18\ mm.}$
- $W_2 = \frac{\sqrt[3]{dsA}}{1+\frac{2}{3}\frac{ds}{h_1}} fs\times10^{-6} = \frac{\sqrt[3]{6.22\times93.30}}{1+\frac{2}{3}\times\frac{6.22}{33.52}}\times1864\times10^{-6} = 0.0138\ cm. \Rightarrow \underline{W_2 = 0.14\ mm.}$



Nota: Si $W > W_{Permisible}$ $\Rightarrow$ se recalcula la estructura para colocar más acero.

Un camino se hace desdoblando el área de acero de mayor diámetro en otros diámetros menores:

As = 4 Ø 1" = 20.40 cm². = 7 Ø ¾" (19.88) $\Rightarrow$ $N = 7$

$\Rightarrow A = \frac{2dcb}{N} = \frac{2\times6.22\times30}{7} = 53.31\ cm^2$ < A (anterior) .... OK.

6.2.- ADHERENCIA.

La adherencia es un factor fundamental en el comportamiento del concreto armado, si no existiera adherencia entre concreto y acero, se tendría prácticamente lo equivalente a una viga de concreto solamente y no compuesta como se pretende, porque el acero estaría desligado del concreto y por lo tanto el criterio que asume igual deformación entre acero y concreto que es fundamental en la teoría de concreto armado no funcionaría.

Los mecanismos principales que permiten que se produzca la adherencia entre acero y concreto son básicamente la adhesión química, la fricción y el aplastamiento o cortante que se produce entre las corrugaciones de la varilla y el concreto que la rodea.

Para diseñar por adherencia, se supone que ya ha sido diseñada por flexión y cortante.

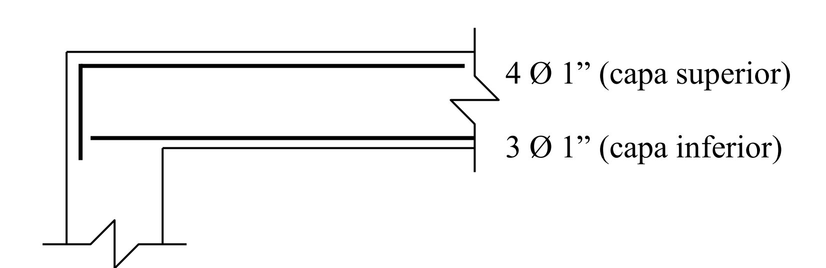
En elementos sujetos a flexión el máximo esfuerzo de adherencia en cualquier sección esta dado por:

$$\sum_o necesario = \frac{Vu/\Phi}{\mu_u jd} \quad \text{ó} \quad \mu_u = \frac{Vu/\Phi}{\sum_o jd}$$

Donde: μ_u = Esfuerzo último de adherencia entre concreto y acero (Kg./cm^2.).
Vu = Fuerza cortante última actuante en la sección considerada (Kg.).
j = Constante equivalente a 7/8, comúnmente = 0.88
d = Peralte efectivo del elemento del que se trate (cm).
$\sum_o$ = Suma de los perímetros de todas las barras efectivas que cruzan la sección en el lado de tracción.

Las secciones críticas para comprobar perímetro de adherencia, esta ubicado en la cara de los apoyos, para el refuerzo negativo en tracción y compresión (tenemos que considerar la fuerza cortante en la cara del apoyo), y en los puntos de inflexión para el refuerzo positivo (+) en tracción donde se considerará el perímetro de las barras que entran rectas en los apoyos.

El esfuerzo unitario último de adherencia (μ_u) se calculará según se trate de barras que tengan más o menos 30 cm. de concreto por debajo o sobre ellas, denominándose a las primeras, barras del **Lecho superior** o barras de la capa superior y, a las segundas, barras del **Lecho inferior** o barras de la capa inferior.



μ_u, se calculará con las siguiente fórmulas:

$$Para\,barras\,corrugadas\begin{cases} tracción\begin{cases} -\text{Capa superior} \Rightarrow \mu_u = \dfrac{4.5\sqrt{f'c}}{db} \leq 89\,Kg./cm^2 \\ -\text{Capa inferior} \Rightarrow \mu_u = \dfrac{6.4\sqrt{f'c}}{db} \leq 56\,Kg./cm^2 \end{cases} \\ compresión\begin{cases} \mu_u = \dfrac{3.4\sqrt{f'c}}{db} \leq 56\,Kg./cm^2 \end{cases} \end{cases}$$

Para barras lisas se considera la mitad (50%) de los esfuerzos anteriores.

Para determinar el perímetro de cada barra, multiplicar el numerador de la fracción que indica el diámetro de la barra correspondiente x 8, así:

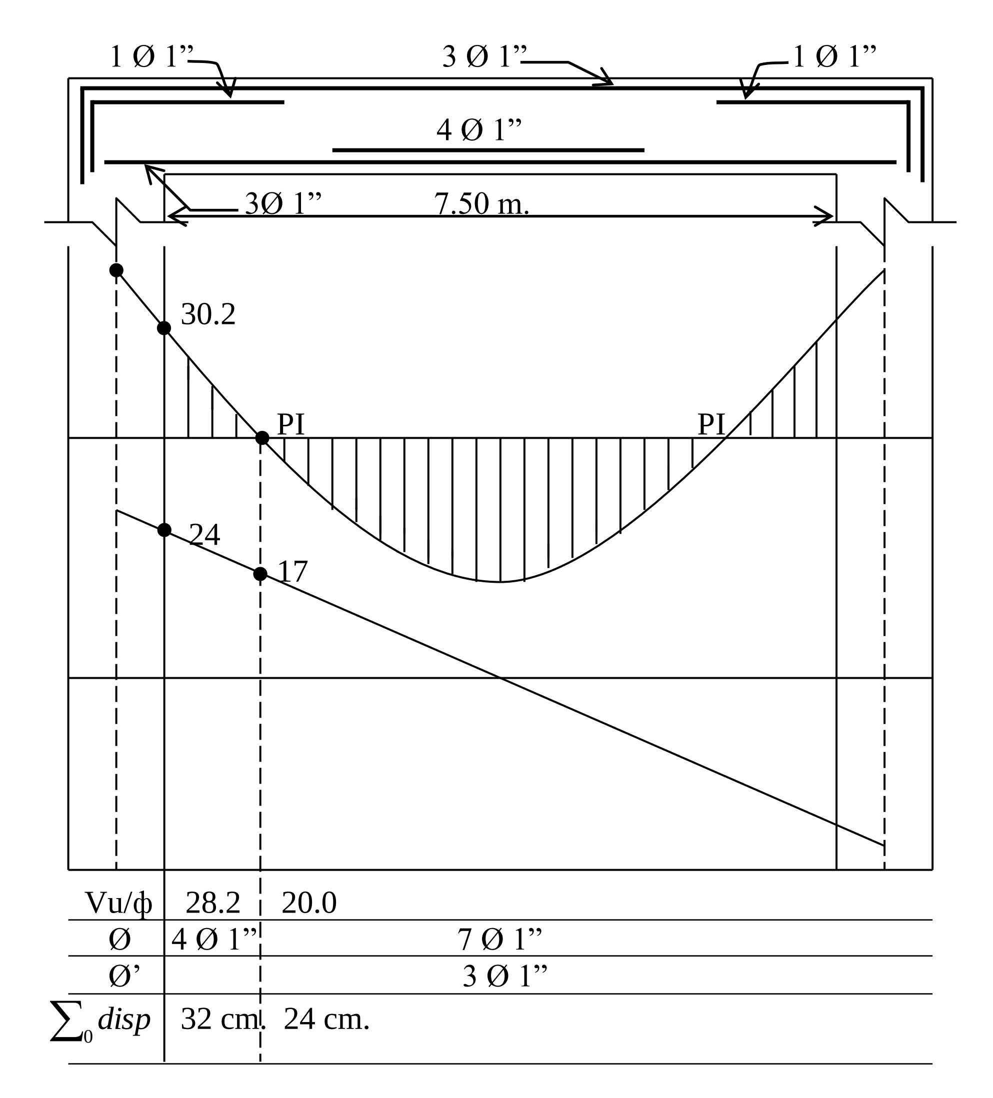
Perímetro Ø ½ = ½ x 8 = 4 cm.
perímetro Ø 5/8 = 5/8 x 8 = 5 cm.

Ejemplo.- Si el total del fierro negativo en el apoyo es 4 Ø ¾", entonces el perímetro adherencia disponible es: $\sum_o disp = 4 \times 6 = 24\ cm.$

Si $\sum_o necesario = 36\ cm$ (imaginándonos) $\Rightarrow \sum_o nec > \sum_o disp.$, entonces se produciran grietas horizontales.

por lo tanto el diseño esta gobernado por Adherencia, y no por flexión o sea se colocarán 6 Ø ¾" (36 cm.) en lugar de 4 Ø ¾"

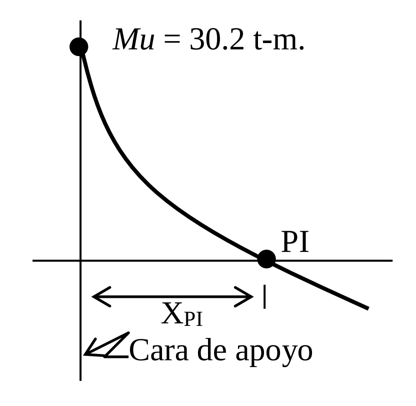
Ejemplo.- Tengamos la siguiente viga, *b* x *h* = 30 x 60 cm.; *d* = 53.78 cm.



- Perímetro de adherencia disponible:

$$\sum_0 disp = \begin{cases} \text{Capa superior} = 4 \times 8 = 32\ cm. \\ \text{Capa inferior} = 3 \times 8 = 24\ cm. \end{cases}$$

Suponemos que el *Mu* y *Vu* en la cara del apoyo es 30.2 tn-m. y 24.0 Tn; entonces la distancia de la cara al P.I., podemos calcular can la siguiente fórmula empírica.



$$X_{PI} = \frac{Ln}{2} - \sqrt{\frac{Ln^2}{4} - \frac{2Mu}{Wu}}$$

Wu = 8.6 t/m. (suposición).

$$X_{PI} = \frac{750}{2} - \sqrt{\frac{750^2}{4} - \frac{2 \times 30.2 \times 10^4\ Kg./cm.}{86\ Kg./cm}}$$

X_{PI} = 109 cm

$$\Rightarrow \quad \frac{24}{3.75} = \frac{V}{2.66} \quad \rightarrow \quad \underline{V = 17.02\ Tn.} \quad \text{que corresponde al P.I.}$$

- Perímetro de adherencia necesario.

Capa superior: $\mu_u = \dfrac{4.5\sqrt{f'c}}{db} = \dfrac{4.5\sqrt{210}}{2.54} = 25.67$ Kg./cm^2. < 89 Kg./cm^2.

Capa inferior: $\mu_u = \dfrac{6.4\sqrt{f'c}}{db} = \dfrac{6.4\sqrt{210}}{2.54} = 36.51$ Kg./cm^2. < 56 Kg./cm^2.

CAPA SUPERIOR :

$$\sum_0 nec = \frac{Vu/\Phi}{\mu_u jd} = \frac{28{,}200}{25.67 \times 0.88 \times 53.78} = 23.21\ \text{cm.} < \sum_0 disp = 32\ \text{cm.} \quad \text{OK.}$$

CAPA INFERIOR : (en PI.)

$$\sum_0 nec = \frac{Vu/\Phi}{\mu_u jd} = \frac{20{,}000}{36.51 \times 0.88 \times 53.78} = 11.57\ \text{cm.} < \sum_0 disp = 24\ \text{cm.} \quad \text{OK.}$$

$\therefore$ Vemos que $\sum_0 nec < \sum_0 disp$, por lo tanto el diseño esta correcto.

VII. Columnas

7.1 INTRODUCCIÓN

Las columnas se definen como elementos que sostienen principalmente cargas a compresión. En general, las columnas también soportan momentos flectores con respecto a uno o a los dos ejes de la sección transversal y esta acción de flexión puede producir fuerzas de tensión sobre una parte de la sección transversal. Aun en estos casos, se hace referencia a las columnas como elementos a compresión puesto que las fuerzas de compresión dominan su comportamiento [46].

Las columnas, a diferencia de los pedestales, tiene una relación largo / menor dimensión de la columna, mayor que tres; es decir: $L/b > 3 \Rightarrow$ es columna, $L/b \leq 3 \Rightarrow$ es pedestal (no llevan armadura; no se diseñan como columnas)[47].

En la fig (VII - 1) podemos ver que las columnas son los elementos verticales, que reciben las cargas de las losas y de las vigas con el fin de trasmitirlos hacia la cimentación y permitiendo además que una edificación tenga varios niveles.

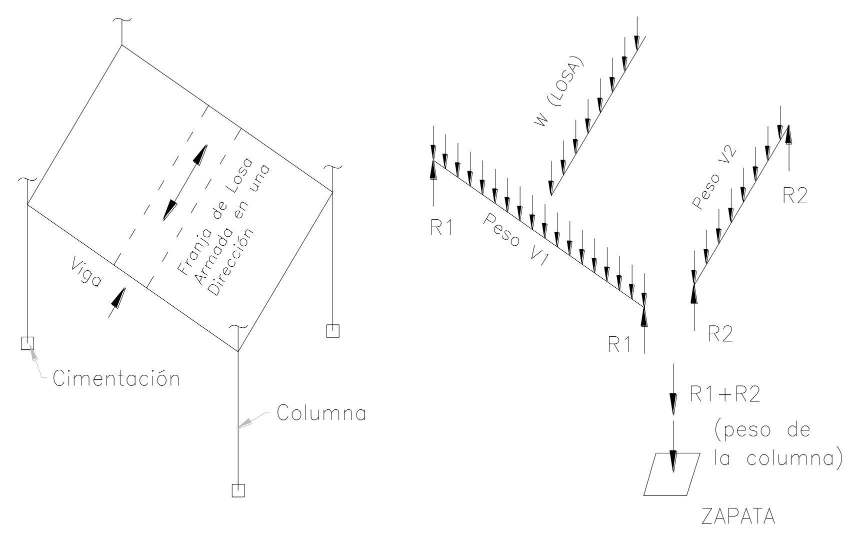


fig (VII - 1)

Como las columnas están sujetos a esfuerzos de compresión, la falla en un lugar crítico puede causar el colapso progresivo de los pisos concurrentes y por último el colapso completo de toda la estructura.

Si hablamos de términos económicos y pérdidas humanas, la falla estructural de una columna tiene mucha importancia. Por lo tanto se debe tener mayor cuidado en el diseño de columnas, es decir deben tener una reserva de resistencia más alta que las vigas o que cualquier otro elemento estructural.

---

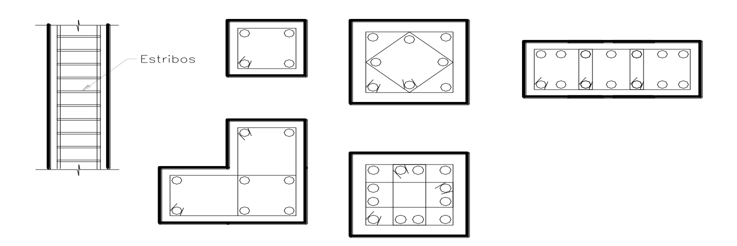
(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

7.1.1.1 Tipos de columnas.

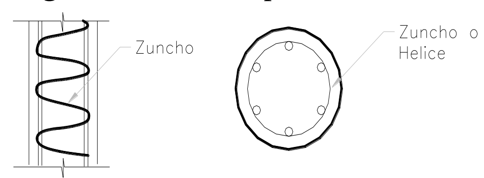
A. Por la forma geométrica de su sección pueden ser: circulares, cuadradas, rectangulares; también pueden ser poligonales, las cuales suelen ser más caras debido al encofrado. También pueden ser en forma de L ó T que son complicadas para su diseño.

B. Según el tipo de refuerzo transversal; estas pueden ser:

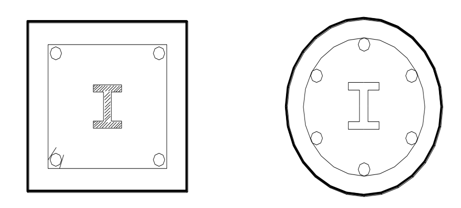
ESTRIBADAS.- se llama así cuando el refuerzo longitudinal es amarrado o estribado o ligado con flejes o estribos.



ZUNCHADOS.- Se llama así cuando el refuerzo longitudinal o vertical esta amarrado o ligado mediante espirales continuos llamado zunchos.



COMPUESTA.- Son aquellos que son reforzadas longitudinalmente con perfiles de acero estructural , o con tubos en su núcleo central.



C. Según la importancia de la deformación en el análisis y diseño las columnas pueden ser[48]:

Columnas Cortas. Son aquellas en la cuales la resistencia se rige por la resistencia de los materiales y por la geometría de la sección trasversal.

Columnas esbeltas.- Son aquellas en las cuales la resistencia puede reducirse en forma significativa por las deflexiones laterales.

Hace algunos años, un estudio conjunto del ACI y la ASCE señalaba que el 90% de las columnas arriostradas contra desplazamiento lateral y el 90% de las no arriostradas podrían diseñarse como columnas cortas.El arriostramiento lateral relativo de los extremos de una columna,

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

se proporciona a menudo mediante muros de cortante, núcleos de ascensores y de escaleras, arriostramiento diagonal o una combinación de estos. Aunque las columnas esbeltas son ahora mas comunes por el uso generalizado de materiales de alta resistencia y por el mejoramiento en los métodos para calcular las dimensiones de los elementos, resulta aun valido que, en la practica corriente, la mayor parte de las columnas pueden considerarse columnas cortas.

7.2 REDUCCIÓN DE SECCIONES(49).

En ocasiones, las dimensiones de las columnas en los pisos inferiores de una edificación son mayores que en los pisos superiores ya que están sometidos a mayores cargas. Cuando se presentan estos cambios de sección es conveniente tener en cuenta algunos criterios para el detallado del elemento. El código del ACI da algunas recomendaciones al respecto, las cuales se muestran en la figura (VII-2)

Las barras longitudinales que tengan que doblarse por cambio de sección de columnas, deberían tener una pendiente máxima de 1 en 6, continuando luego con la dirección del eje de la columna.

En la zona de cambio de sección deberá proporcionarse soporte lateral adecuado por medio de estribos o espirales, o por el propio sistema de entrepiso. El soporte lateral deberá resistir 1.5 veces el valor de la componente horizontal de la fuerza nominal en la barra inclinada, suponiendo que trabaja a su máxima capacidad.

Cuando el desalineamiento vertical de las caras de la columna sea mayor de 7.5 cm, tal que no puedan doblarse las barras como se indica en los párrafos anteriores, en este caso se utilizaran Dowels o bastones en numero igual a las barras de la columna superior. Dowels, son barras que se colocan embebidas en concreto de la columna inferior con una longitud igual a la de empalme y sobresalen de la losa también una longitud igual a la de empalme.

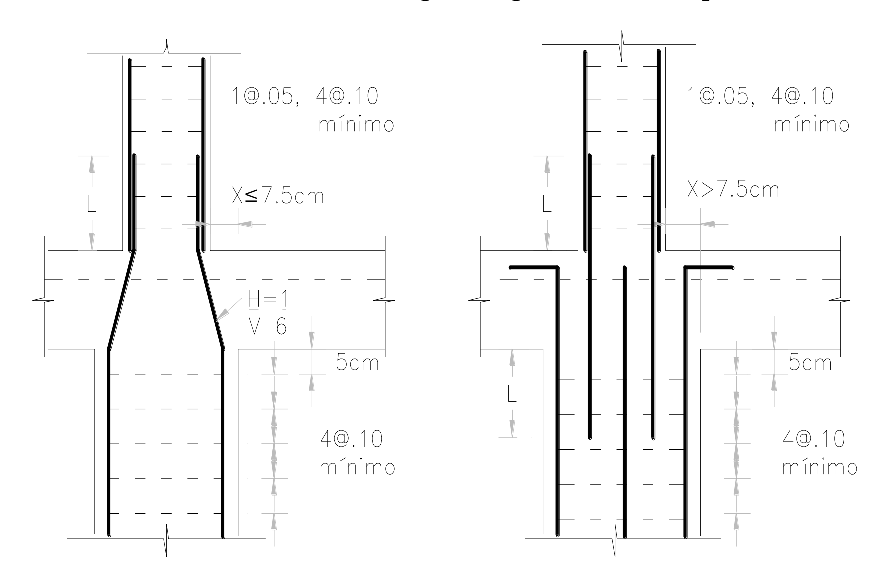


Figura (VII-2) Reducción de secciones.

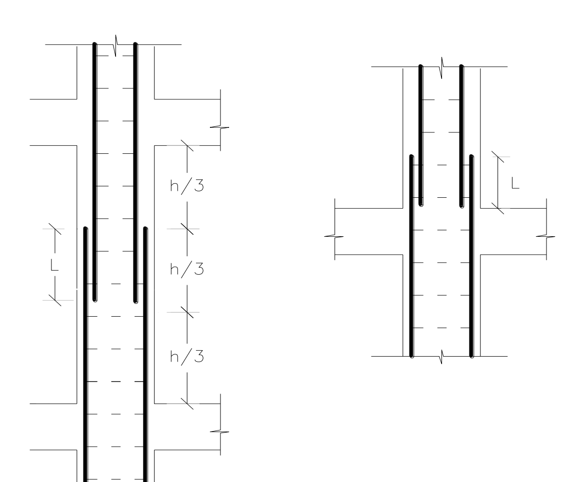
(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

7.2.1. Empalmes en columnas(50).

Los empalmes se efectúan comúnmente en la zona ubicada encima del nivel de piso(fig. VII - 2). Sin embargo si se piensa que en esa zona existen una mayor cantidad de estribos (por ser zona de confinamiento) y que allí están ubicados los mayores momentos en las columnas, deberíamos concluir que no es la zona ideal para efectuar los empalmes, tanto por ser una zona congestionada por estribo, como por ser una zona de esfuerzos altos.

Por lo tanto se puede considerar que empalmar aproximadamente en el tercio central de la altura de las columnas (entre pisos) es mucho mejor, ya que en esa zona los momentos son mínimos y el confinamiento que ocasiona dificultad en el armado no existe.

Esta recomendación es valida como tal, debiendo aclarar que en una gran cantidad de columnas los momentos son pequeños en comparación con la carga en compresión y por tanto no interesara mucho empalmar en una zona de aparente esfuerzos altos.



Considerando zona de esfuerzos altos, pero que se empalman menos del 50% de las varillas.

ϕ 1” → L = 1.30 m
ϕ 3/4” → L = 0.70 m
ϕ 5/8” → L = 0.50 m

Figura VII–3 Empalmes en columnas

Considerando zonas de esfuerzos bajos:

ϕ 1” → L = 1.0 m
ϕ 3/4” → L = 0.55 m
ϕ 5/8” → L=0.40m

En columnas que están destinadas a soportar fuerte momentos de flexión, es preferible empalmar las barras en los puntos de momentos mínimos.En ambos casos se hará en forma alternada y en cada nivel se empalmaran el 50% o 1/3 de las barras según sea el caso.

Los empalmes por soldadura pueden ser a tope uniendo directamente dos barras, para la cual la barra inferior se corta a escuadra y la superior a bisel, o a tope mediante un elemento de conexión adicional como puede ser un perfil metálico (angular o plancha) o por soldadura traslapando dos barras una al costado de otra. El relleno de soldadura producirá en este caso un empalme de 125% de la carga de fluencia de las barras . Este tipo de empalmes no debe usarse en barras trabajados en frió.

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

7.3. REQUISITOS PARA COLUMNAS

1. El refuerzo deben distribuirse en forma simétrica con respecto al eje geométrico dela sección.

2. El ancho mínimo de la sección debe ser igual a 25cm. y el área no será menor a 625 cm^2 , el diámetro mínimo de las circularles será igual a 25cm.

3. la cuantía mínima no debe ser inferior a 0.01, ni superior a 0.08

$$\rho\, g = \frac{Area\ del\ acero\ total}{Area\ de\ la\ columna} = \frac{Ast}{Ag} \quad ; \qquad Ag = b \times t$$

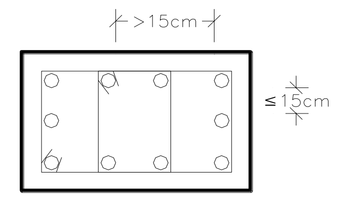
$.01 \leq \rho g \leq .08$; para zonas sísmicas : $.01 \leq \rho g \leq .06$

En términos prácticos, la cantidad de acero esta limitada por cuestiones constructivas, ya que si la columna cuenta con demasiado refuerzo, el vaciado del concreto se vuelve un proceso muy difícil.

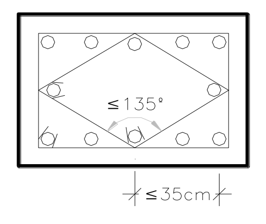
Cuando la cuantía es alta es recomendable cambiar la sección de la columna.

4. El refuerzo mínimo longitudinal debe ser cuatro (04) varillas para las estribadas y para las zunchadas 6 varillas, recomendándose como diámetro mínimo 5/8”

5. Todas las barras longitudinales de una columna deben quedar preparadas para trabajar a compresión, en consecuencia deben estar confinados en las esquinas , mediante estribos.

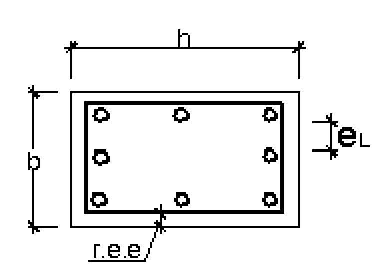


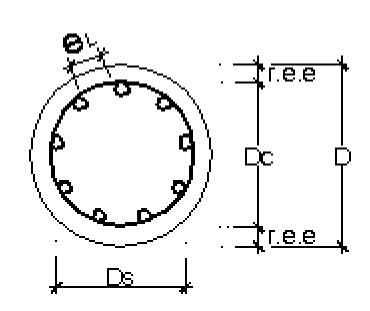
Barra de esquina = barra perfectamente confinada
Barra no esquina = barra suelta, libre; queda así siempre y cuando la distancia libre de una barra de esquina a una barra suelta sea ≤ 15 cm.

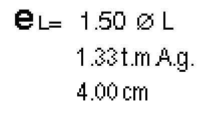


La separación centro a centro entre barras restringidas no debe ser mayor a 35 cm.

6. La separación mínima entre barras longitudinales debe ser mayor o igual a : 1.5 veces el diámetro de la barra, 1.3 veces el tamaño máximo del agregado grueso y 4 cm.; el tamaño máximo del agregado será (3/4” a 1”)







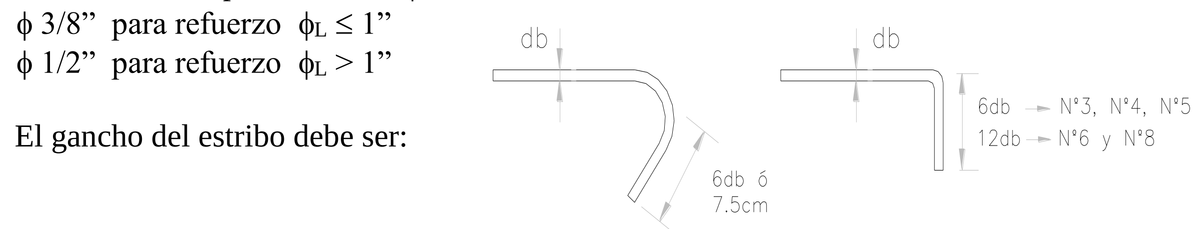
r.e.e. =4.00 cm.
Dc = D - 2 r.e.e.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

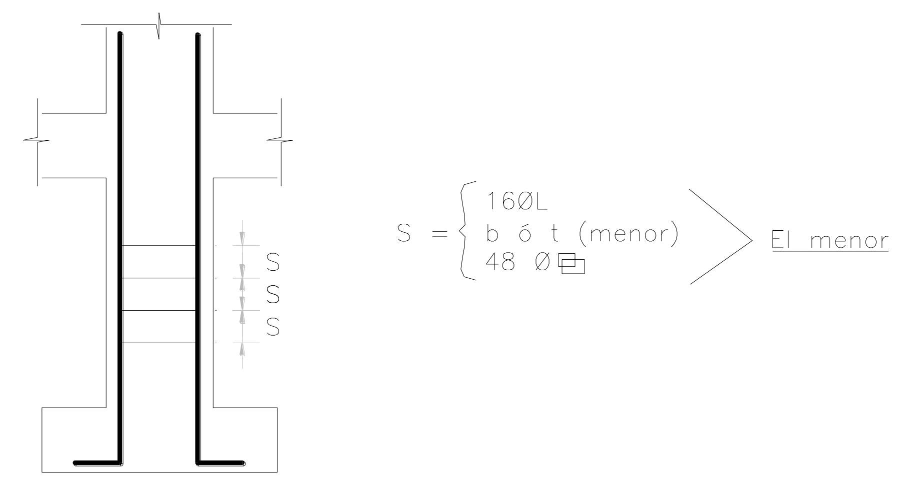
b = ancho de la sección
h = peralto de la sección
D = diámetro de la sección de la columna
Dc = diámetro de núcleo de la columna
Ds = diámetro de la corona circular del refuerzo.

7. El diámetro mínimo del estribo para columnas estribadas es ϕ 3/8" y para las zunchadas el espiral debe ser ϕ 3/8".
   ϕ 3/8" para refuerzo $\phi_L \leq 1"$
   ϕ 1/2" para refuerzo $\phi_L > 1"$

   El gancho del estribo debe ser:



8. El espaciamiento máximo entre estribos será el menor de: 16 diámetros del refuerzo longitudinal, la menor dimensión de la columna y 48 diámetros del estribo.



9. Cuando la sección es poligonal también se hacen estribos poligonales.

10. Cuando la sección de la columna es circular y el refuerzo longitudinal va ha ocupar una sección circular, puede colocarse estribos circulares con una longitud de traslape igual a la longitud de desarrollo.

lt

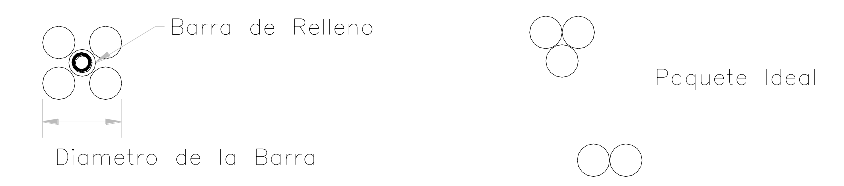
$$lt = ld = \frac{.06 Abfy}{\sqrt{fc'}}$$

$$= .006\, db\, fy$$

$$= 30 \text{ cm}$$

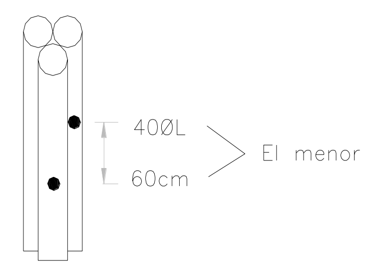
El mayor

11. Cuando las barras longitudinales no cumplen la separación mínima entre barras, se podrá colocar barras en paquete con un mínimo de cuatro (04) varillas, prohibiéndose hacer paquetes para barras $\phi_L > 1\ ^3/_8"$

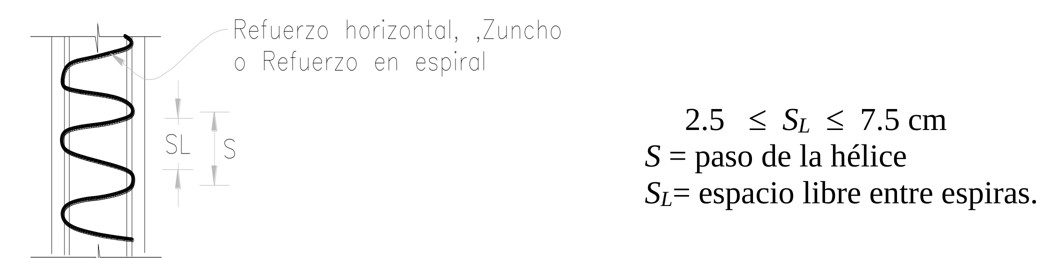


Estos paquetes se colocan normalmente en las esquinas, formando una sola unidad, como si el paquete estuviera constituido por una sola barra de sección igual a la suma de las barras del paquete. Estos paquetes serán amarrados o ensamblados con alambre Nº 16 o Nº 14, cada 30 cm. o con puntos de soldadura c/ 40cm.

Las juntas del refuerzo obligatoriamente irán soldados y, a tope y espaciados a no menor 40 ϕ_L ó 60 cm.



12. El espacio libre entre espiral será $\geq$ 2.5 cm y menor o igual a 7.5 cm.



$2.5 \leq S_L \leq 7.5$ cm
S = paso de la hélice
S_L= espacio libre entre espiras.

13. El paso dela hélice (s) debe ser estrictamente uniforme, para la cual debe colocarse espaciadores verticales para mantener la alineación de la siguiente manera.
    2 espaciadores para $Dc \leq 50$ cm
    3 espaciadores para $50 < Dc \leq 75$ cm
    4 espaciadores para. $Dc > 75$ cm

    Si el zuncho $\phi > 5/8''$ se usara tres (03) espaciadores para $Dc \leq 60$ cm y cuatro (04) espaciadores para $Dc > 60$ cm.

14. Las juntas del refuerzo helicoidal deben ser soldadas, en su defecto traslapadas, con un longitud de traslape de 48 ϕb y nunca menor a 30 cm.

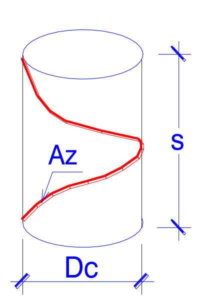
15. La cuantía del zuncho se calculará con la siguiente fórmula.

$$\rho z = 0.45\left(\frac{Ag}{Ac} - 1\right)\frac{fc'}{fy}$$

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

Donde: Ag = area total de la columna
Ac = área total del núcleo de la columna
fy = esfuerzo de fluencia del zuncho

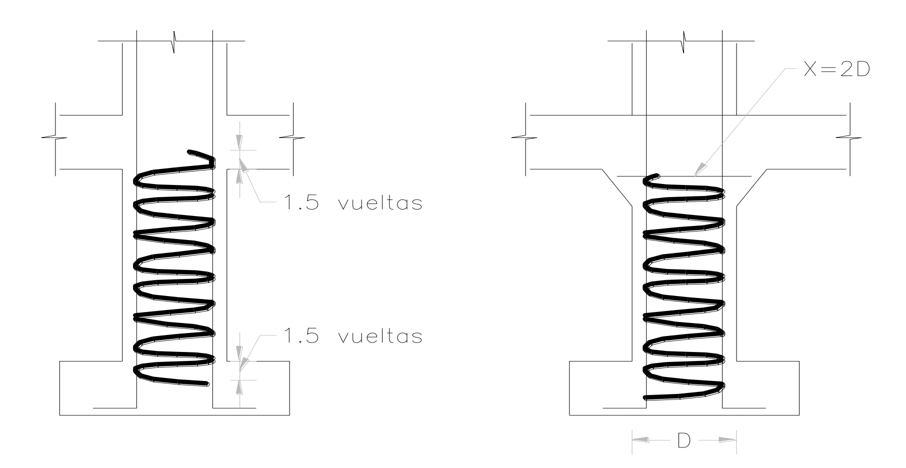
Cuantía volumétrica del zuncho:



$$\rho z = \frac{Volumen\,del\,zuncho\,de\,una\,espira}{Volumen\,del\,núcleo\,de\,c\circ\,del\,paso\,de\,una\,hélice}$$

$$\rho z = \frac{\Pi\, DcAz}{\frac{\Pi\, Dc^2}{4} S} = \frac{4\,Az}{DcAz} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{4\,Az}{Dc\,\rho z}$$

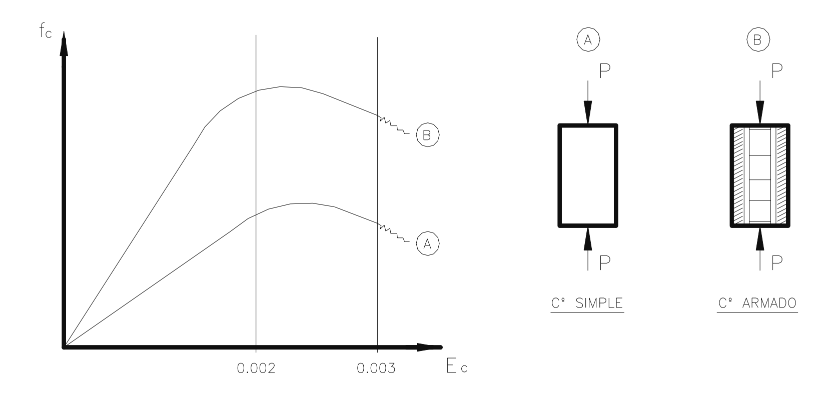
16. El refuerzo del zuncho se anclará 1.5 vueltas en ambos extremos de la columna; y en columnas con capital se extenderá hasta el nivel en el cual el diámetro o ancho del capital es el doble de la columna.



7.4 RESISTENCIA DE COLUMNA "CORTAS" CON CARGA AXIAL (Po)

A.- Para una columna estribada.

Si a una probeta de concreto simple, le adicionamos refuerzo longitudinal y refuerzo trasversal para mantener las barras en su posición vertical. La carga máxima, también se obtiene a una deformación de 0.002 y la falla a 0.003 → 0.004, donde se agrieta longitudinalmente y las barras se pandean al faltarles el recubrimiento.



De la grafica εc Vs *fc*, se puede ver que la probeta "B" tiene una resistencia mucho mayor que la probeta "A", esto se debe a la contribución del acero.

El esfuerzo de rotura del concreto cuando falla por comprensión pura es:

$fc = .85\, f'c$, entonces la carga máxima de una columna de concreto simple será.

$Po = Pn = .85\, fc'\, Ag$; Donde: $Ag = \dfrac{\Pi D^2}{4}$ ó b x t

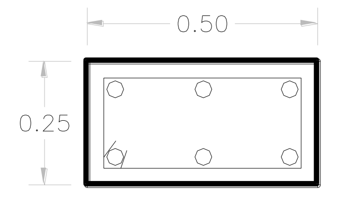
$Po = Pn$ = Capacidad nominal de carga concéntrica.

La carga máxima para una columna de Cº Armado será:

$$Po = Pn = .85\, fc'\,(Ag - Ast) + Ast\, fy$$

Para fines prácticos se asume: $Ag \approx Ag - Ast$

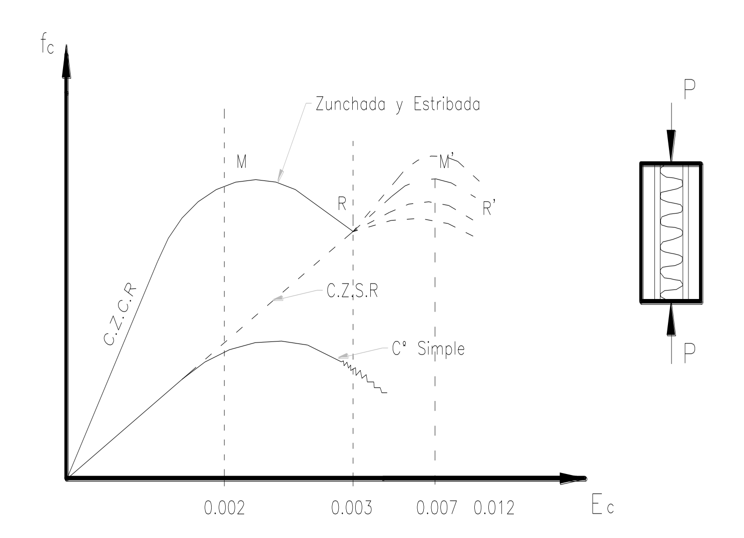
<u>Ejemplo</u>: Calcular la resistencia de la columna con estribo cargada axialmente de b x h = 25 x 50cm.



<u>Solución</u>

$Po = .85\, fc'\, Ag + Ast\, fy$ ⇒ Po = .85 x 280 x 25 x 50 + 6 x 5.10 x 4200
Po = 426 Tm.

B.- <u>Para una Columna Zunchada</u>



(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

El comportamiento es similar a la de una estribada hasta el primer máximo a una deformación de 0.002, donde el recubrimiento se cae, por lo tanto la capacidad de carga disminuye.

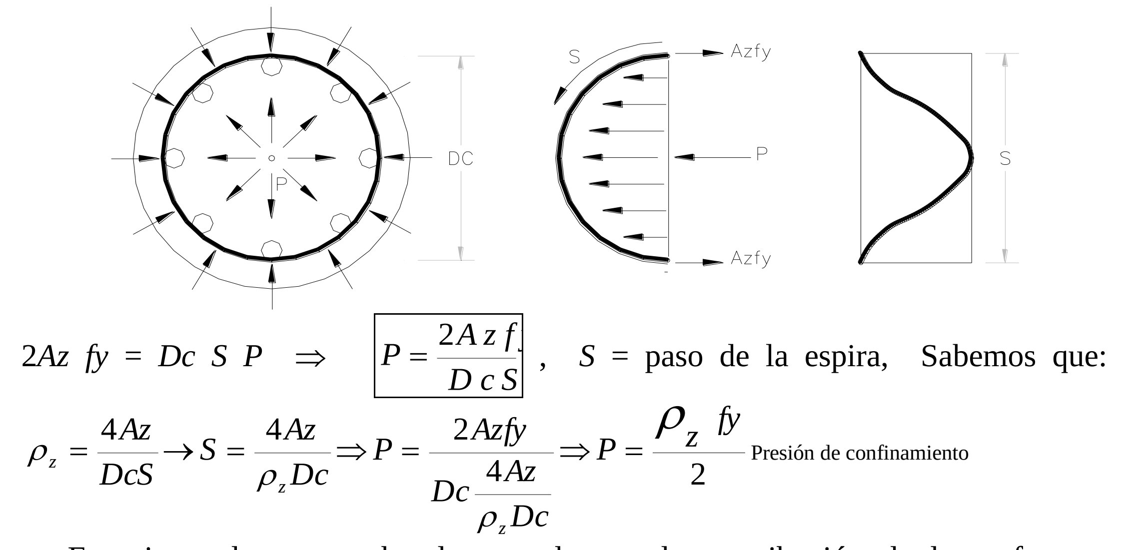
La columna Zunchada tiene una falla dúctil, tiene una mayor deformación de rotura que la estribada. El segundo máximo comprendido entre R y R´, se debe a la presencia del refuerzo en espiral exclusivamente. Este segundo máximo puede ser mayor o menor o igual que el primer máximo, dependiendo del grado de confinamiento del concreto del núcleo de la columna; a menor paso de la espira, mayor confinamiento y viceversa.

La columna zunchada en el punto R, ha perdido su recubrimiento, de tal modo la parte de cuerda entre R y R´, se produce con la columna sin recubrimiento (descascaramiento).

En conclusión la columna zunchada su resistencia se obtiene de la contribución de cuatro factores: C° del núcleo, acero longitudinal, C° del recubrimiento y refuerzo helicoidal.

La carga máxima después del primer máximo será: *Po* = .85 *fc' Ag* + *Ast fy*
La carga máxima después del segundo máximo: Po = .85 *fc' Ac* + *Ast fy* + 3º sumando ; *Ac*, porque no hay recubrimiento.

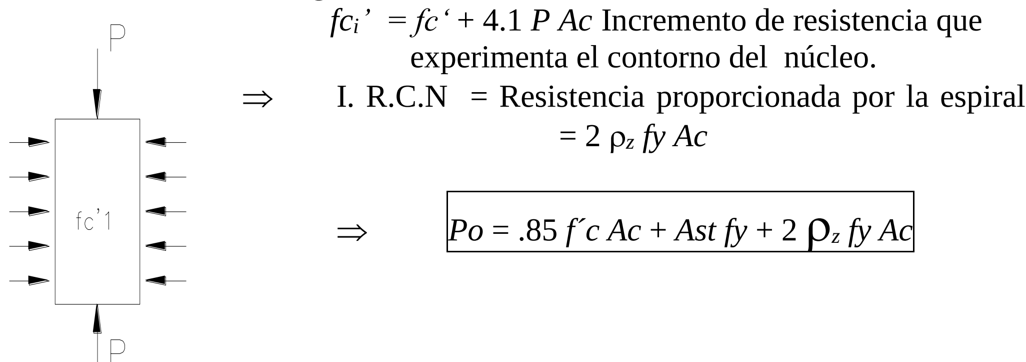
El 3º sumando, se debe a la contribución del refuerzo helicoidal e incremento de la resistencia del C° del núcleo:



$2Az\ fy = Dc\ S\ P \Rightarrow$ $\boxed{P = \frac{2Azf_y}{DcS}}$, S = paso de la espira, Sabemos que:

$$\rho_z = \frac{4Az}{DcS} \rightarrow S = \frac{4Az}{\rho_z Dc} \Rightarrow P = \frac{2Azfy}{Dc\frac{4Az}{\rho_z Dc}} \Rightarrow P = \frac{\rho_z\ fy}{2}$$ Presión de confinamiento

Experimentalmente se ha demostrado que la contribución de los esfuerzos axiales de confinamiento es igual a:



$fc_i' = fc' + 4.1\ P\ Ac$ Incremento de resistencia que experimenta el contorno del núcleo.

$\Rightarrow$ I. R.C.N = Resistencia proporcionada por la espiral $= 2\ \rho_z\ fy\ Ac$

$\Rightarrow$ $\boxed{Po = .85\ f'c\ Ac + Ast\ fy + 2\ \rho_z\ fy\ Ac}$

$$Ac = \frac{\Pi Dc^2}{4} \quad , \qquad Dc = D - 2.r.e$$

Ejemplo: Calcular la resistencia de una columna con refuerzo helicoidal de D = 55 cm, As = 10 ϕ 3/4" , fc' = 210 kg/cm2 y fy = 4200 kg / cm2, zuncho ϕ 3/8" con S = 5 cm.

Solución

* Después del primer máximo

$$Po = .85\, fc'\, Ag + Ast\, fy = .85 \times 210 \times \frac{\Pi \times 55^2}{4} + 10 \times 2.84 \times 4200$$

Po = 543.4 Tm se comporta igual que una estribada

* Después del segundo máximo

$$Po = .85\, fc'\, Ac + Ast\, fy + 2\, \rho_z\, fy\, Ac$$

$$\rho_{z\,min} = .45\left(\frac{Ag}{Ac} - 1\right)\frac{fc'}{fy} = .45\left(\frac{55^2}{47^2} - 1\right)\frac{210}{4200} = .0083$$

$$\rho_z = \frac{4Az}{SDc} = \frac{4x.71}{5x47} = .0121 > \rho_{z\,min} \quad \Rightarrow \quad \rho_z = .0121$$

$$Po = .85 \times 210 \times \frac{\Pi \times 47^2}{4} + 28.40 \times 4200 + 2 \times 0.121 \times 4200 \times \frac{\Pi \times 47^2}{4}$$

Po = 605.3 Tm Incremento de 61.5 Tm, después del segundo máximo sin recubrimiento.

En conclusión la carga axial para una columna será: $Po = .85\, fc'\, Ag + Ast\, fy$

El Código ACI, establece una limitación adicional a la resistencia de columnas con el fin de compensar excentricidades accidentales de cargas no tratadas en el análisis.

Esto podrá lograrse especificando una excentricidad mínima de diseño (como se hizo en ediciones anteriores al código) o mas directamente, con la determinación de un limite superior en la capacidad, menor que la resistencia calculada de diseño.

Este limite superior se toma igual a 0.85 para columnas en espiral y 0.80 para columnas con flejes (estribos)

$Pn_{máx} = .85\, [.85\, fc'\, (Ag - Ast) + Ast\, fy$ Col. zunchada

$Pn_{máx} = .80\, [.85\, fc'\, (Ag - Ast) + Ast\, fy$ Col. Estribada

Para fines prácticos $Ag - Ast \approx Ag$

Los factores de 0.85 y 0.80 son equivalentes a excentricidades de, aproximadamente, 5% y 10% del lado para columnas con espiral y con estribos, respectivamente.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

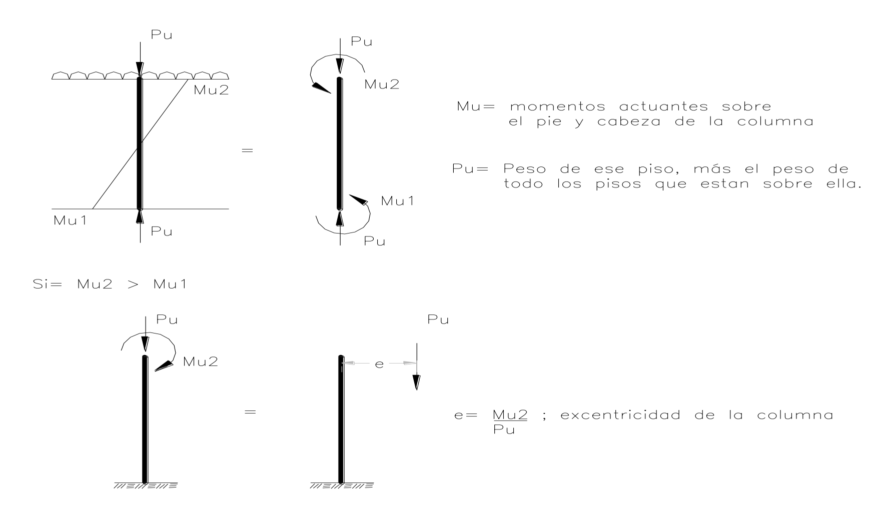
7.5 RESISTENCIA DE COLUMNAS CORTAS CON CARGA AXIAL EXCÉNTRICA.

En edificios y otras estructuras resulta muy raro encontrar elementos cargados axialmente, es decir, concéntricamente a compresión. Algunos componentes, como las columnas y los arcos, sostienen ante todo cargas a compresión pero casi siempre esta presente una flexión simultanea.

Los momentos flectores se producen por continuidad, es decir, por el hecho de que las columnas son partes de pórticos monolíticos en los cuales los momentos en los apoyos de las vigas son resistidos en parte por las columnas de soporte, también bajo condiciones de cargas horizontales, como fuerzas de viento.

Aún cuando los cálculos de diseño demuestran que un elemento esta cargado axialmente. Las imperfecciones inevitables de la construcción causaran excentricidades y la consecuente flexión en el elemento construido.

En conclusión las columnas con carga excéntrica son aquellas que están sujetas carga axial y momento flexionante. Así tenemos para una columna de un piso cualquiera.



7.5.1 Análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión(51).

Una columna sometida a flexo-compresión puede considerarse como el resultado de la acción de una carga axial excéntrica o como el resultado de la acción de una carga axial y un momento flector. Ambas condiciones de carga son equivalentes y serán empleadas indistintamente para el análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión.

Para el análisis, la excentricidad de la carga axial se tomara respecto al centro plástico. Este punto se caracteriza porque tiene la propiedad de que una carga aplicada sobre él produce deformaciones uniformes en toda la sección. En secciones simétricas el centro plástico coincide con el centroide de la sección bruta y en secciones asimétricas coincide con el centroide de la sección trasformada. Conforme la carga axial se aleja del centro plástico, la distribución de deformaciones se modificara, como se muestra en la figura. (VII- 4)

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

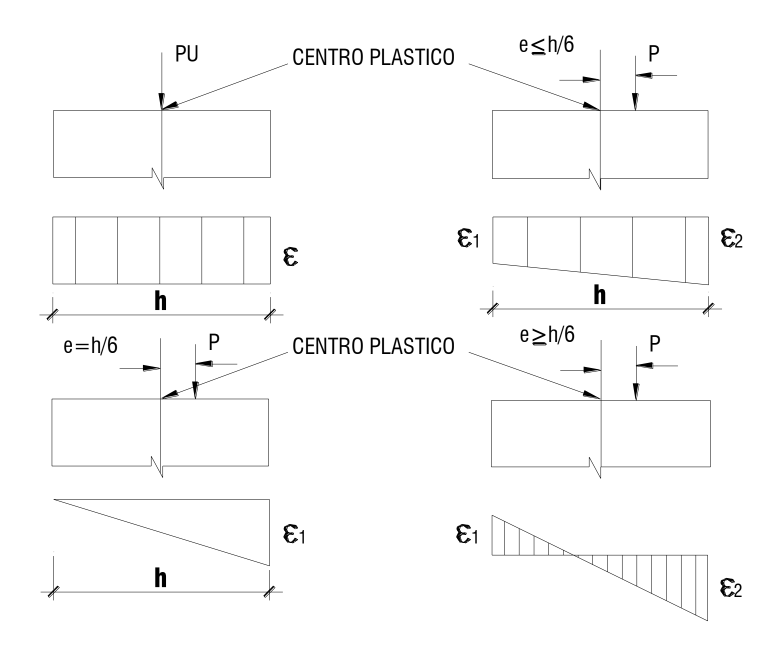
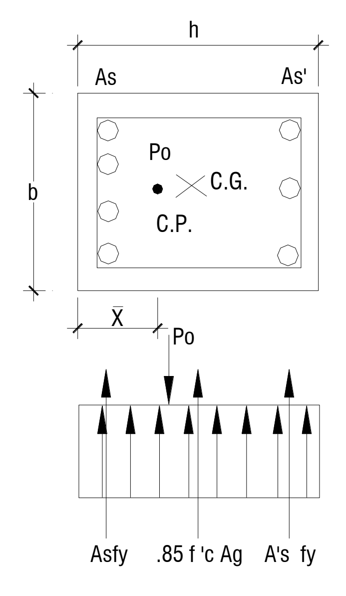


fig.VII-4 Variación de la distribución de deformaciones en la sección de acuerdo a la ubicación de la carga axial

En la mayor parte de las columnas de concreto armado el refuerzo es colocado simétricamente con respecto al eje de flexión.

Sin embargo, en algunos casos, como en las columnas de pórticos rígidos en los cuales los momentos son uniaxiales y la excentricidad es grande, es mas económico utilizar un patrón asimétrico de barras en la, mayor parte de estas en el lado de la tensión.

CENTROIDE PLÁSTICO.- Se define como el punto de aplicación de la fuerza resultante de la sección transversal de la columna (que incluye las fuerzas en el C° y en el acero) para la cual la columna se encuentra comprimida de manera uniforme hasta la deformación de la falla $\varepsilon uc = .003$ en toda la sección trasversal.



Tomando momentos en la cara traccionada,tenemos:

$$\overline{X}Po = As\ fy\, dc + .85\, fc'bh(h/2) + As'\ fy(h-d')$$

$$\overline{X} = \frac{Asfydc + .85\, fc'bh(h/2) + As'\ fy(h-d')}{.85\, fc'bh + (As + As')\, fy}$$

7.5.2. Tipo de fallas[52].

Una columna con una distribución determinada de refuerzo y dimensiones definidas tiene infinitas combinaciones de carga axial y momentos flector que ocasionan su falla o lo que es equivalente, las cargas axiales que ocasionan el colapso varían dependiendo de la excentricidad con que son aplicadas. Al igual que las secciones sometidas a flexión pura, las columnas pueden presentar falla por compresión, por tensión, o falla balanceada. Sin embargo, a diferencia de ellas, una columna puede presentar cualquiera de los tres tipos de falla dependiendo de la excentricidad de la carga axial que actúa sobre ella. Si esta es pequeña, la falla será por compresión; si la excentricidad es mayor, la falla será por tensión. Además, cada sección tiene una excentricidad única, denominada excentricidad balanceada que ocasiona la falla balanceada de la sección.

Puesto que cada columna puede presentar tres tipos de falla distintos, cada una cuenta con tres juegos de ecuaciones que definen su resistencia, ya sea en términos de carga axial y momento resistente, o en términos de carga axial resistente para una determinada excentricidad. El procedimiento para determinar estas ecuaciones es sencillo.

Tengamos la siguiente sección de columna rectangular con refuerzo dispuesto simultáneamente y los diagramas de deformación de los tipos de falla sometido a flexo- compresión. (Fig. VII- 5)

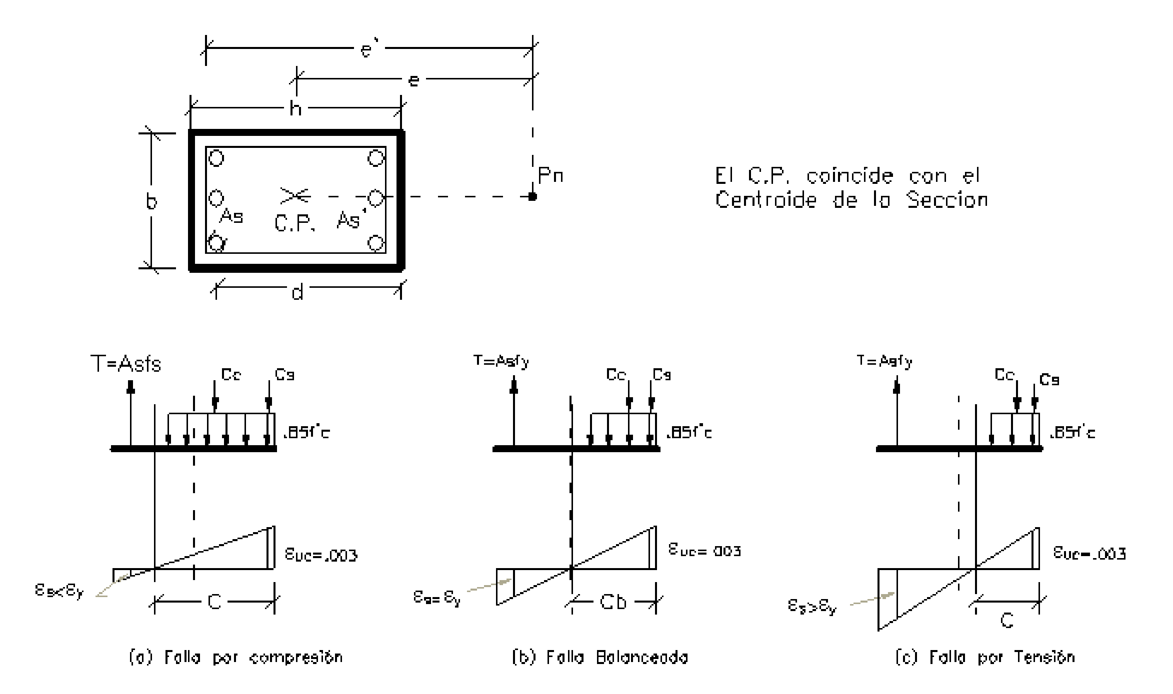


Fig. VII-5: Tipos de fallas de columnas sometidas a flexo-compresión.

* Para determinar la ecuación que corresponde a la condición de falla por compresión, se asume un diagrama de deformaciones como el mostrado en la Fig. (VII-5)-a, el cual genera los esfuerzos mostrados.

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

La capacidad resistente del elemento estará dado por la resultante de las fuerzas desarrolladas en el acero y el concreto. Por tanto:

$$Pn = .85\, f'c\; a\; b + As'\, fs' - As\; fs \qquad (1)$$

Tomando momentos respecto al C. P:

$$Mn = .85\, fc'\, a\, b(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}) + As'\; fs'(\frac{h}{2} - d') + As\;\; fs(d - \frac{h}{2}) \qquad (2)$$

Los esfuerzos en el acero en compresión y en tensión se determinan por semejanza de triángulos:

$$fs' = \frac{6000(c - d')}{c} \leq\; fy \qquad (3)$$

$$fs = \frac{6000(d - c)}{c} \leq\; fy \qquad (4)$$

Whitney propuso la siguiente expresión aproximada para determinar la resistencia a la compresión de una columna que falla en compresión:

$$Pn = \frac{As'\; fy}{[\frac{e}{(d - d')}] + 0.5} + \frac{b\; h\;\; fc'}{[\frac{3he}{d^2}] + 1.18}$$

Esta expresión es valida para secciones con refuerzo simétricos dispuestos en una capa paralela al eje alrededor del cual se produce la flexión.

- Cuando la falla es balanceada, el refuerzo en tensión alcanza el esfuerzo de fluencia y simultáneamente, el concreto llega a una deformación unitaria de 0.003. La deformación en la sección es como se muestra en la Fig. (VII - 5) - b. En este caso, la resistencia de la columna será:

$$Pn_b = 0.85\, fc'\, a_b b + As'\, fs' - As\; fy \qquad (5)$$

$$Mnb = .85\, fc'\, a_b\; b(\frac{h}{2} - \frac{a_b}{2}) + As'\; fs'(\frac{h}{2} - d') + As\;\; fy(d - \frac{h}{2}) \qquad (6)$$

Sabemos que: $Cb = \frac{6000d}{fy + 6000} \;\Rightarrow\; a_b = \beta_1\, C_b$

La excentricidad balanceada de la seccion estara dada por: $eb = \frac{Mnb}{Pnb}$

Whitney propuso las siguientes expresiones simplificadas para la determinación de la excentricidad balanceada de una sección.:

- Sección rectangular--------------------------- $e_b = h\,(\,0.20 + 0.77\, \rho_t m)$
- Sección circular------------------------------- $e_b = h\,(\,0.24 + 0.39\, \rho_t m)$

Donde: $\rho_t = Ast / b\, d$ y $m = fy / .85\, fc'$

* Si la columna falla por tracción, el acero en tensión alcanzara el esfuerzo de fluencia, la carga ultima será menor que P_b y la excentricidad de la carga será mayor que la excentricidad balanceada. La deformación en la sección será la mostrada en la fig (VII-5) –c , y su resistencia estará dado por:

$$Pn = 0.85\, fc'\, ab + As'\, fs' - As\, fy \qquad (7)$$

$$Mn = 0.85\, fc'\, a\, b\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + As'\, fs'\left(\frac{h}{2} - d'\right) + As\; fy\left(d - \frac{h}{2}\right) \qquad (8)$$

La resistencia de una columna que falla por tensión se puede determinar aproximadamente a través de la siguiente expresión, propuesta por el código del ACI de 1963.

$$Pn = 0.85\, fc'\, b\, d\left[(-\rho + 1 - \frac{e'}{d}) + \sqrt{(1 - \frac{e'}{d})^2 + 2\rho m'(1 - \frac{d'}{d}) + 2\rho\frac{e'}{d}}\right]$$

Donde $m' = m - 1$; $e' = e + d - h / 2$ Esta expresión es válida para secciones simétricas.

7.5.3 Diagrama de interacción.

La representación grafica de las combinaciones carga axial- momento flector que generan la falla de una sección se denomina diagrama de interacción. En la Fig. (VII - 6) se muestra un diagrama típico de una sección rectangular con refuerzo simétrico.

El punto A corresponde a la carga axial de rotura teórica cuando la sección no esta sometida a flexión. El punto D de la curva representa la combinación de carga y momento que define la condición balanceada. El punto E del diagrama de interacción representa un estado de flexión pura en el elemento. El comportamiento en este caso es similar al de una viga. En la sección 7.4.1 se indicó que el código del ACI recomienda tomar un porcentaje e esta carga como resistencia de la sección. La recta BC responde a esta limitación. Las combinaciones carga axial – momento contenidas en el tramo CD generan fallas por compresión, mientras que en el tramo DE, las fallas son por tensión.

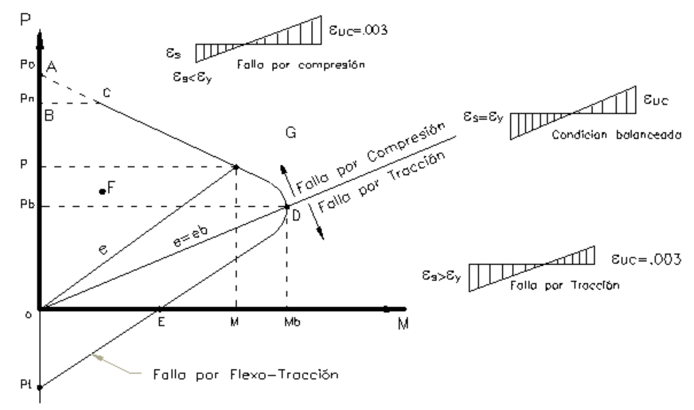


Fig. VII-6. Diagrama de interacción de una sección rectangular con refuerzo simétrico.

En torno al diagrama podemos decir lo siguiente:

1- La máxima carga axial que puede soportar una columna corresponde a la combinación carga axial-momento flector en la cual el momento es nulo.

2- El máximo momento flector que puede soportar una columna no corresponde al estado de flexión pura.

3- Cada carga axial se combina solo con un momento flector para producir la falla mientras que cada momento flector puede combinarse con dos cargas axiales para lograr el mismo efecto.
4- Todos los puntos dentro del diagrama de interacción, como el punto F representan combinaciones carga axial-momento flector que pueden ser resistidos por la sección o por los puntos fuera del diagrama, como el punto G, son combinaciones que ocasionan la falla.

5- Una recta que une el origen con un punto sobre el diagrama de interacción puede interpretarse como la historia de carga de una sección con carga excéntrica fija que es incrementada hasta la rotura.

El diagrama de interacción representa todas las combinaciones de falla y por ende constituye una descripción completa de la capacidad resistente de una sección.

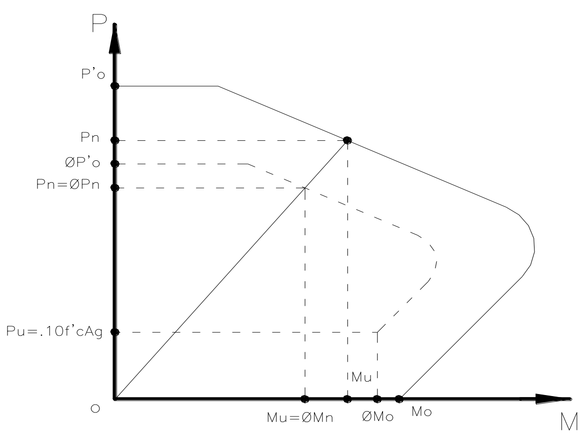


Fig. VII-7 – Diagrama de interacción de cargas últimas y de cargas nominales.

Los diagramas de interacción pueden representar combinaciones de carga axial y momento flector nominales o combinaciones de carga axial y momento flector últimos. En la fig.(VII-7) se muestran ambos simultáneamente.
Si el factor de reducción de resistencia Φ, fuese constante para todas las combinaciones, las curvas serían semejantes. Sin embargo, según el código del ACI, este parámetro no es constante y depende de dos variables: La magnitud de la carga axial y el tipo de refuerzo transversal.

- Si $P_U > 0.10\, f'c\, Ag$

  Para columnas con estribos ---------------------- Φ = 0.70

  Para columnas con refuerzo en espiral --------- Φ = 0.75

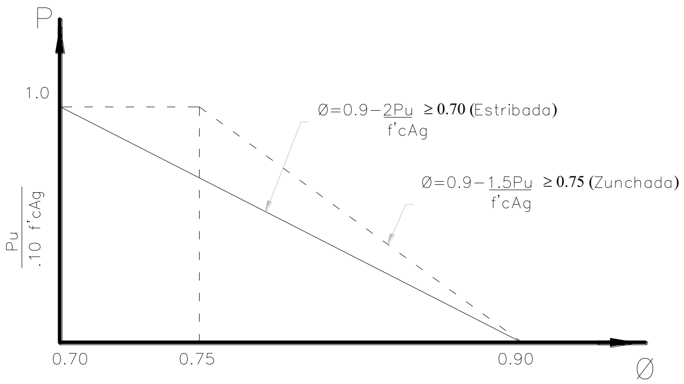
(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

- Si $Pu \leq 0.10\, fc'\, Ag$ y $r = \dfrac{h - dc - d'}{h} > 0.70$

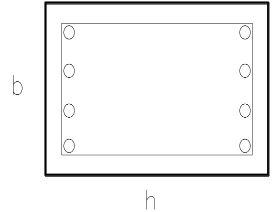
Para columnas con estribos ---------------------- $\phi = 0.90 - \dfrac{2Pu}{fc'\,Ag} \geq 0.70$

Para columnas con refuezo en espiral --------- $\phi = 0.90 - \dfrac{1.50Pu}{fc'\,Ag} \geq 0.75$

Si, $Pu \leq 0.10\, fc'\, Ag$ y $r = \dfrac{h - dc - d'}{h} > 0.70$, el factor Ø, se incrementa hasta 0.90, mientras Φ Pn decrece desde 0.10 f'c Ag ó Φ P_b, el que sea menor, hasta 0 . En la figura adjunta se puede apreciar la variación de Φ con Pu /0.10 f'c Ag.



Ejemplo Nº 01 Si *Pu*= 35 Tn *fc'* = 210 Kg/cm^2 *Ast* = 8 Ø 1"



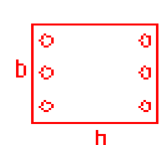
b = 35 cm *fy* = 4200 Kg/cm^2
h = 60 cm ⎕ = Ø 3/8"
Plano de flexión, paralela a h
¿Se puede incrementar Ø?

-) *fy* = 4200 Kg/cm^2
-) *Pu* = 35 Tn ≤ .10 f´c Ag = 0.10 x 210 x 35 x 60 = 44.1Tn
-) $\gamma = \dfrac{60 - 2x6.22}{60} = 0.79 > 0.70$

∴ Si podemos incrementar Ø

$$Ø = 0.90 - \frac{2Pu}{f'c\,Ag} = 0.90 - \frac{2x35}{210x35x60} = 0.741 \Rightarrow Ø = 0.74$$

Ejemplo 02: Una columna de 30 x 50 cm. Está reforzada con 6 barras de Ø 1", la resistencia del concreto $f\,'c$ = 210 kg/cm^2 y la del acero *fy* = 4200 kg/cm^2.



Determine:
a) La carga *Pb, Mb* y eb para la falla balanceada.
b) La carga y el momento para un punto representativo en la zona de falla a tensión de la curva de interacción
c) La carga y el momento para un punto representativo en la zona de falla a compresión
d) La resistencia a carga axial para excentricidad nula
e) Dibuje el diagrama de interacción

Solución :

a) El eje neutro para la condición balanceada: $C_b = \dfrac{6000d}{fy + 6000}$

$C_b = \dfrac{6000x43.78}{4200 + 6000} = 25.75$ cm. $\Rightarrow$ $ab = .85 \times 25.75 = 21.89$ cm.

Por definición fs = fy , el esfuerzo en el acero a compresión se encuentra con la ecuación 3

$fs' = \dfrac{6000(c - d')}{c} = \dfrac{6000(25.75 - 6.22)}{25.75} = 4550.68$ Kg/cm^2 $> fy$

$\Rightarrow$ $fs' = fy = 4200$ Kg/cm^2

Confirmando que el acero a compresión está también en la fluencia. La fuerza resultante a compresión en el concreto es:

$C = 0.85\ fc'\ ab = .85 \times 210 \times 21.89 \times 30 = 117.2$ Tm

La carga balanceada Pb puede encontrarse con la ecuación 5

$P_nb = 0.85 \times 210 \times 21.89 \times 30 + 15.30 \times 4200 - 15.30 \times 4200 = 117.2$ Tm

El momento balanceado se encuentra con la ecuación (6)

$M_nb = 117.2x(\dfrac{50}{2} - \dfrac{21.89}{2}) + 15.30 \times 4200 \times (\dfrac{50}{2} - 6.22) + 15.30 \times 4200 \times (43.78 - \dfrac{50}{2})$

$M_nb = 40.61$ T-m $\Rightarrow$ $e_b = \dfrac{40.61}{117.2} = 34.65$ cm.

b) Cualquier selección de **c** que sea menor que $C_b = 25.75$ cm. genera un punto en la zona de falla a tensión de la curva de interacción, con una excentricidad mayor que e_b. Por ejemplo, c = 20 $\Rightarrow$ a = 17 cm.

Por definición $fs = fy$. El esfuerzo en el acero a compresión es igual a :

$fs' = \dfrac{6000(c - d')}{c} = \dfrac{6000(20 - 6.22)}{20} = 4134$ Kg/cm^2

La resultante de la fuerza a compresión es:

$Cc = 0.85 \times fc' ab = 0.85 \times 210 \times 17 \times 30 = 91.0$ Tn

Entonces a partir de la ecuación 7:

$Pn = 91.0 + 15.30 \times 4134 - 15.30 \times 4200 = 89.99 \approx 90.00$ Tn

Y la capacidad de momento con la ecuación (8):

$Mn = 91.0 \times (25 - 8.5) + 15.30 \times 4.134(25 - 6.22) + 15.30 \times 4.2(43.78 - 25)$

$Mn = 38.96$ t-m $\Rightarrow$ $e = \dfrac{38.96}{90} = 43.29$ cm.

c) Ahora seleccionando un valor de c mayor que C_b para demostrar un punto de falla a compresión en la curva de interacción, por ejemplo $c = 30 \Rightarrow$ a = 25.5 cm.

La fuerza a compresión del concreto es : $Cc = 0.85 \times 210 \times 25.5 \times 30 = 136.6$ Tm

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

A partir de las ecuaciones (3) y (4) tenemos:

$fs' = 6000 \text{ x } (\frac{30-6.22}{30}) = 4756 \text{ Kg/cm}^2 > fy \quad \Rightarrow \quad fs' = fy$

$fs' = 6000 \text{ x } (\frac{43.78-30}{30}) = 2756 \text{ Kg/cm}^2 < fy \qquad \therefore \qquad \text{OK}$

Entonces la capacidad de la columna es:

$Pn = 136.6 + 15.30 \text{ x } 4200 - 15.30 \text{ x } 2756 = 158.7 \text{ Tn}$

$Mn = 136.6 \text{ x } (25 - 12.75) + 15.30 \text{ x } 4200 \text{ x } (25-6.22) + 15.30 \text{ x } 2756 \text{ x } (43.78-25)$

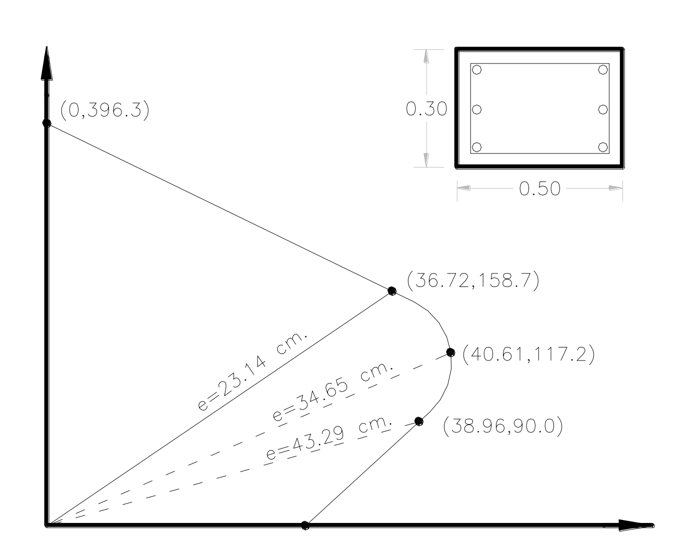
$Mn = 36.72 \text{ T-m} \Rightarrow e = \frac{36.72}{158.7} = 23.14 \text{ cm.}$

d) La resistencia axial de la columna, si está cargada concéntricamente, comprende a $c = \infty$ y $e = 0$

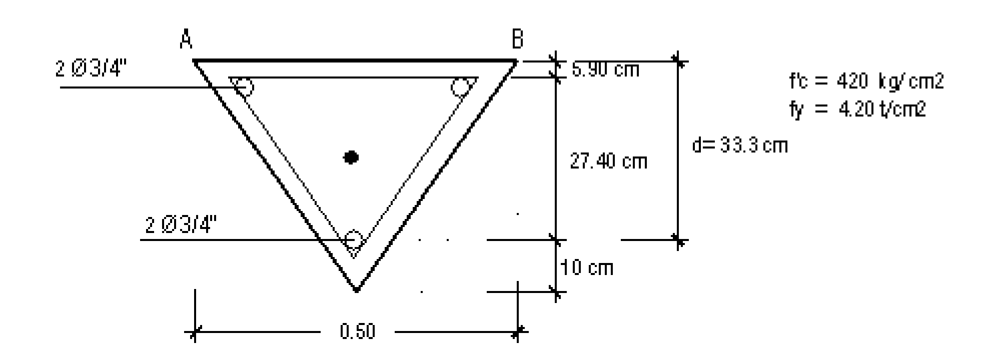
$Pn = .85 \text{ x } f'c\, Ag + A_{st}\, fy = 0.85 \text{ x } 210 \text{ x } 30 \text{ x } 50 + 30.60 \text{ x } 4200$

$Pn = 396.3 \text{ Tn} \qquad\qquad Mn = 0$

e)

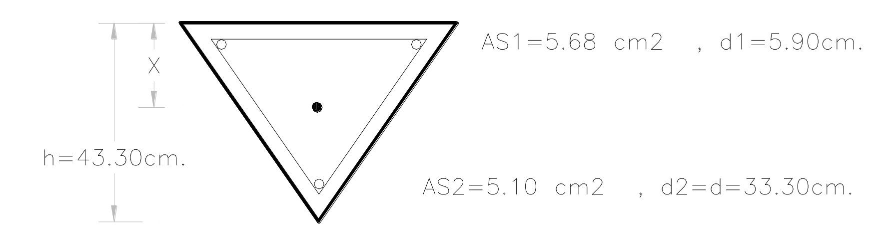


Problema 03: Se tiene una sección de columna triangular, donde la cara AB está a compresión ; Determinar el diagrama de interacción



Solución

Primero hallamos el centroide plástico: ($\bar{x}$)



$$\therefore \bar{x} = \frac{(.85 fc\'\, Ag)(h/3) + (As_1\, fy)d_1 + (As_2\, fy)d_2}{0.85 f'cAg + As_1\, fy + As_2\, fy}$$

$$\bar{x} = \frac{.85(\frac{50x43.30}{2})0.42(\frac{43.30}{3}) + (5.68x4.20)5.90 + (5.10x4.20)33.30}{0.85x.42(\frac{50x43.30}{2}) + (5.68x4.20) + (5.10x4.20)}$$

$\boxed{\bar{x} = 14.90 \text{ cm.}}$

- Calculamos el área y el centro de gravedad del área comprimida del concreto:

Ac = 50 a – 0.577 a^2 (área comprimida)

$$\bar{y} = \frac{25a - 0.387a^2}{50 - 0.58a}$$

a) Para una carga concéntrica: e = 0 , $Pn = Po$

Po = 0.85 fc' Ag + $Ast\ fy$

$Po = 0.85 \text{ x } 0.42 \text{ x}(\frac{50x43.30}{2}) + 10.78 \text{ x } 4.20 \Rightarrow$ $\boxed{Po = 431.73 \text{ Tm}}$, $\boxed{M = 0 \text{ T-m}}$

b) Para una condición balanceada

$$Cb = \frac{6000d}{fy + 6000} = \frac{6000x33.30}{4200 + 6000} = 19.59 \quad \rightarrow \quad \boxed{Cb = 19.59 \text{ cm}}$$

$a_b = \beta_1 c_b$ = 0.75 x 19.59 $\Rightarrow$ a_b = 14.69 cm

Para a_b = 14.69 $\Rightarrow$ Ac = 609.99 cm^2 , $\bar{y}$ = 6.84 cm

$\Rightarrow$ Cc = .85 fc' Ac = .85 x 0.42 x 609.99 = 217.77 Tm

fs_1 = 6 ($c_c - d_1$) / c = 6 (19.59 – 5.90) / 19.59 = 4.19 t/ cm^2

$\Rightarrow$ $Cs_1 = As_1\, fs_1$ = 5.68 x 4.19 = 23.80 Tn

fs_2 = 6 (19.50 – 33.30) / 19.59 = - 4.20 t/cm^2

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

$\Rightarrow \quad T_2 = 5.10 \text{ x } 4.20 = 21.42$ Tm

$\therefore\ Pn_b = 217.77 + 23.80 - 21.42 \quad \Rightarrow\ Pn_b = 220.15$ Tm

$Mn_b = 217.77\ (0.1490 - 0.0684) + 23.80\ (0.1490 - 0.059) + 21.42\ (0.333 - 0.1490)$

$Mn_b = 23.64$ Tm

$$\Rightarrow\ e_b = \frac{Mn_b}{Pn_b} = \frac{23.64}{220.15} = 0.107 \ \Rightarrow \qquad e_b = 0.107 \text{ mts}$$

c) Para una condición de falla ductil: $e > eb$

$\Rightarrow\ c < c_b = 19.59$ cm ; asumimos $c = 15 \Rightarrow\ a = 11.25$ cm

$Cc = .85\, fc'\, Ac$

Para $a = 11.25 \quad \Rightarrow\ Ac' = 489.47\ \text{cm}^2$, $\bar{Y} = 5.34cm$

$\Rightarrow \quad Cc = 0.85 \text{ x } 0.42 \text{ x } 489.47 = 174.74$ Tm

$fs_1 = 6\ (15 - 5.90) / 15 = 3.64\ \text{T / cm}^2 \ \Rightarrow\ Cs_1 = 5.68 \text{ x } 3.64 = 20.68$ Tm

$fs_2 = 6\ (15 - 33.30) / 15 = -7.32\ \text{T / cm}^2 \Rightarrow T_2 = 5.10 \text{ x } 4.20 = 21.42$ Tm

$\therefore Pn = 174.74 + 20.68 - 21.42 \ \Rightarrow$ $\boxed{Pn = 174.0 \text{ Tm}}$

$\therefore Mn = 174.74\ (.1490 - 0.0534) + 20.68\ (.1490 - 0.059) + 21.42\ (0.330 - 0.1490)$

$$\boxed{Mn = 22.44 \text{ T-m}} \ \Rightarrow\ e = \frac{Mn}{Pn} = \frac{22.44}{174.0} = .129 \quad \Rightarrow \qquad e = 0.129 \text{ mts.}$$

d) Para una condición de falla frágil: $e < eb \qquad \Rightarrow \qquad c > c_b$

Asumimos $c = 25 \qquad \Rightarrow \qquad a = 18.75$ cm

para $a = 18.75 \quad \Rightarrow\ Ac' = 734.65\ \text{cm}^2$, $\bar{Y} = 8.5cm$

$\Rightarrow \quad Cc = 0.85 \text{ x } 0.42 \text{ x } 734.65 = 262.27$ Tm

$fs_1 = 6\ (25 - 5.90) / 25 = 4.58\ \text{T / cm}^2 \quad \Rightarrow \quad Cs_1 = 5.68 \text{ x } 4.20 = 23.86$ Tn.

$fs_2 = 6\ (25 - 33.30) / 25 = -1.99\ \text{T / cm}^2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 5.10 \text{ x } 1.99 = 10.15$ Tn.

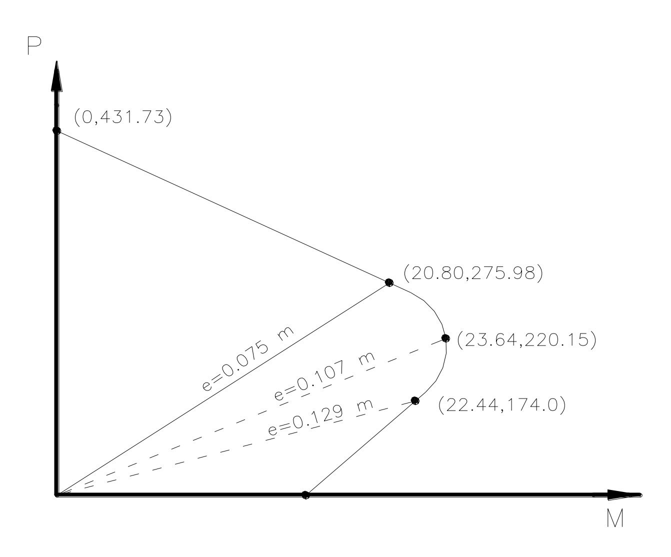
$\therefore Pn = 262.27 + 23.86 - 10.15 \ \Rightarrow$ $\boxed{Pn = 275.98 \text{ Tm}}$

$\therefore Mn = 262.27\ (0.1490 - 0.085) + 23.86\ (0.1490 - 0.059) + 10.15\ (.330 - 0.1490)$

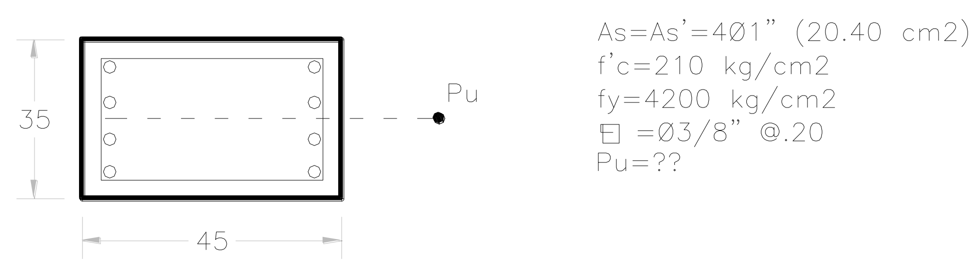
$$\boxed{Mn = 20.80 \text{ T-m}} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{Mn}{Pn} = \frac{20.80}{275.98} = .075 \quad \Rightarrow \quad e = 0.075 \text{ mts.}$$

Resumen de coordenadas :

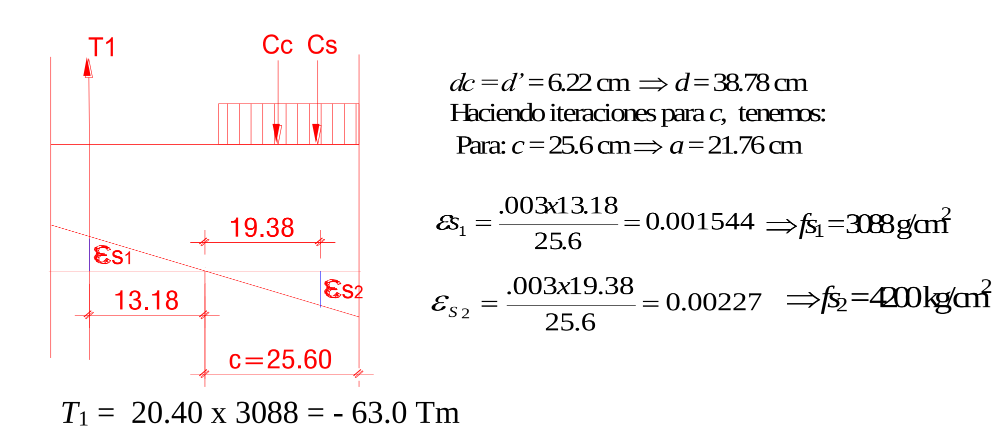
Punto A : ($Mn = 0$, Pn = 431.73 Tm)
Punto B : ($Mn = 23.64$ T-m, $Pn = 220.15$ Tm)
Punto C : ($Mn = 22.44$ T-m, $Pn = 174.0$ Tm)
Punto D : ($Mn = 20.80$ T-m, $Pn = 275.98$ Tm)



Problema 04: Cual será la carga máxima de rotura que se le debe aplicar a la siguiente sección de columna para hacerlo colapsar, cuando actuá a una excentricidad de *e* = 25 cm. Dicha carga tiene su línea de acción en el plano x – x.



Solución



$dc = d' = 6.22\ cm \Rightarrow d = 38.78\ cm$

Haciendo iteraciones para *c*, tenemos:

Para: $c = 25.6\ cm \Rightarrow a = 21.76\ cm$

$$\varepsilon s_1 = \frac{.003x13.18}{25.6} = 0.001544 \Rightarrow fs_1 = 3088\ kg/cm^2$$

$$\varepsilon_{S2} = \frac{.003x19.38}{25.6} = 0.00227 \Rightarrow fs_2 = 4200\ kg/cm^2$$

T_1 = 20.40 x 3088 = - 63.0 Tm

Cs = 20.40 x 4200 = 85.7 Tm

Cc = .85 x 210 x 21.76 x 35 = 135.9 Tm

Pn = -63.0 + 85.7 + 135.9 ⇒ *Pn* = 158.6 Tn

Mn = .1628 (63.0 + 85.7) + .1162 x 135.9 ⇒ *Mn* = 40.0 T-m

$$e = \frac{Mn}{Pn} = \frac{40.0}{158.6} = 25.22cm \quad e = 25.22\text{ cm} < \text{error} = 0.88\% < \pm 1\% \quad \therefore \boxed{Pn = 158.6\text{ Tm}}$$

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

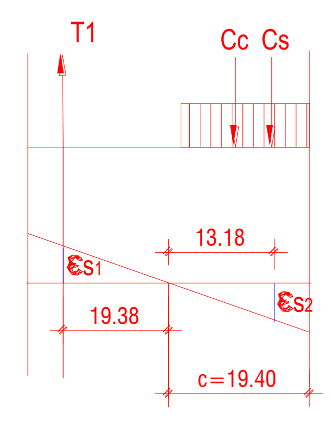
¿Diga qué tipo de falla es la que se produce?

$$Cb = \frac{6000d}{fy + 6000} = \frac{6000x38.78}{4200 + 6000} = 22.81cm < c = 25.6 \text{ cm} \quad \Rightarrow \text{es una falla a compresión.}$$

Ejemplo N° 05.- Cuál sería la excentricidad, cuando a la misma sección anterior, lo hacemos fallar con una carga de 100 Tm

Solución

Haciendo iteraciones con el valor de c, tenemos:



Para $c = 19.4$, $a = 16.49$

$\varepsilon s_1 = .002997 > \varepsilon y \quad \Rightarrow fs_1 = fy$

$\varepsilon s_2 = .002038 < \varepsilon y \quad \Rightarrow fs_2 = 4076 \text{ kg/cm}^2$

$T_1 = 20.4 \text{ x } 4200 = -85.7 \text{ Tm}$

$Cs = 20.40 \text{ x } 4076 = +83.2 \text{ Tm}$

$Cc = .85 \text{ x } 210 \text{ x } 16.49 \text{ x } 35 = 103.0 \text{ Tm}$

$\therefore Pn = 100.5 \text{ Tm} \quad \text{Error} = 0.50\,\% < \pm 1\%$

Para $c = 19.3$, $a = 16.40$

$\varepsilon s_1 = \ldots\ldots > \varepsilon y \quad \Rightarrow fs_1 = fy$

$\varepsilon s_2 = .002033 \quad \Rightarrow fs_2 = 4066 \text{ kg/cm}^2$

$T_1 = \ldots\ldots\ldots = -85.7 \text{ Tm}$

$Cs = 20.40 \text{ x } 4066 = +82.9 \text{ Tm}$

$Cc = .85 \text{ x } 210 \text{ x } 16.40 \text{ x } 35 = 102.4 \text{ Tm}$

$\therefore Pn = 99.6 \text{ Tm} \approx 100 \text{ Tm} \quad \text{Error} = -0.4 < \pm 1\%$

$\Rightarrow Mn = .1628\,(85.7 + 82.9) + .1430 \text{ x } 102.4 \text{ Tn.} \quad \Rightarrow Mn = 42.1 \text{ T-m.}$

$$e = \frac{Mn}{Pn} = \frac{42.1}{99.6} = 42.27cm \quad \Rightarrow \quad e = 42.27 \text{ cm}$$

¿Qué tipo de falla es la que se produce?

$c = 19.3 < c_b = 22.81$ cm , es una falla por tracción.

7.5.4 Utilización de las curvas de interacción.

Existen publicaciones del ACI y de otras instituciones, donde se indican una serie de ábacos conteniendo diagramas de interación para columnas cuadradas, rectangulares y circulares.

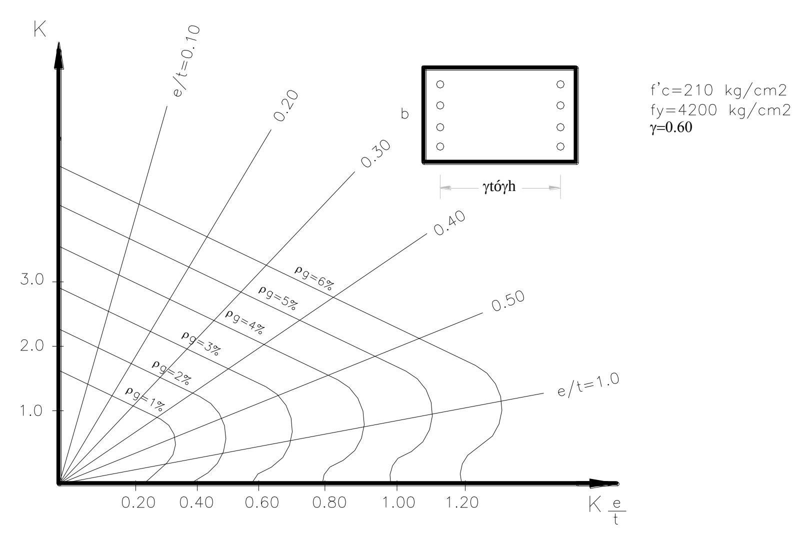
Estos generalmente tienen armadura simétrica colocada en sólo dos caras o en el perímetro y han sido desarroladas para columnas de sección *b x t* ó *b x h*, cualesquiera (fig. VII-8), o circulares, teniendo en el eje de las ordenadas el valor de K y en el eje de las abcisas K e/t.

donde: $K = \frac{Pu}{Ag}$, $K\frac{e}{t} = \frac{(Pu)e}{(Agfc')t} = \frac{Mn}{bt^2 fc'}$; $Ag = b\ t$

$Mn = Pu\ e$

de tal manera que sirvan para diferentes secciones y diferentes calidades de concreto.

Es importante resaltar la relación entre el peralte del núcleo reforzado y el núcleo total, denominado " γ " ya que estos ábacos varían según esta relación. En la mayoría de los ábacos los valores de γ son: 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 ó 0.90



Algunos diagramas están tabulados para valores de fc' y fy en el sistema inglés y otros en el sistema métrico. Si está en el sistema inglés para convertirlos al sistema métrico basta dividir entre 70. Así:

1 kg/cm^2 = 1 KSI / 70 , 1 Keep = 1000 lb.
1 KSI = 1000 lb / plg^2 , 1 KSI = 70.3081 kg/cm^2
1 kg/cm^2 = 0.0142231 KSI

Es conveniente aclarar que existen ábacos que ya vienen con el factor Φ incorporado (factor de reducción de resistencia) y otros donde uno debe considerarlo.

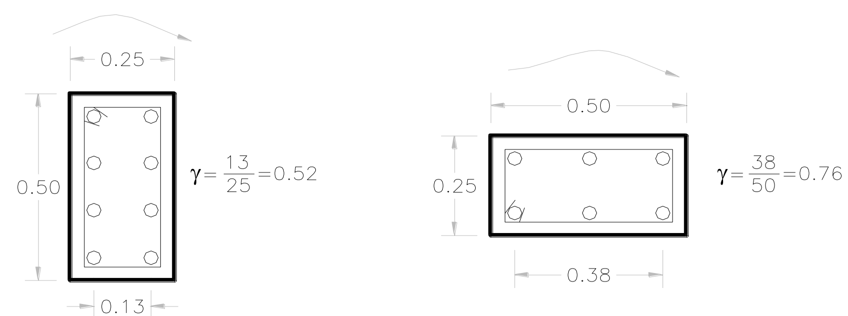
En los casos donde el armado de la columna no se asemeje a las dos opciones definidas (refuerzo en caras extremas o a lo largo del perímetro) y/o para secciones no rectangulares ni circulares, se deberá construir su propio diagrama de interacción, asumiendo el refuerzo a colocar y verificando que las combinaciones de diseño (*Pu, Mu*) sean menores o iguales a los resistentes.

El diseñador debe decidir cómo ubicar el refuerzo de tal manera que, en base a su determinación, use un ábaco con refuerzo en caras opuestas o en todo el perímetro y con un valor determinado de γ.Así por ejemplo, si se trata de una columna de 25 x 50 cm donde se va a verificar la dirección de 25 cm. como

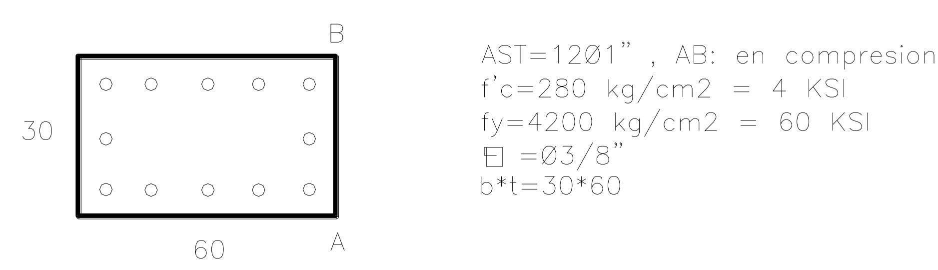
(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

peralte, elegirá un ábaco con refuerzo en caras extremas y con un valor de γ igual a 0.5.

Si se va a verificar la misma columna, pero en la dirección que considera 50 cm de peralte, se usará un ábaco de refuerzo repartido a lo largo del perímetro y con un $\gamma = 0.76$, por lo cual interpolará entre el resultado obtenido con $\gamma = 0.75$ y con $\gamma = 0.90$



Ejemplo: Para la sección de la columna mostrada , encontrar el valor de la excentricidad "e" para una carga de rotura de *Pu* = 145 Tm.



Solución

$dc = d' = 6.22$ cm $\Rightarrow$ $\gamma_t = \dfrac{60 - 2 \text{ x } 6.22}{60} = .79$

Como no existe abaco para $\gamma = .79$, entonces interpolamos ($\gamma = .75$ y $.90$)
Abacos (C_{19} y C_{20} de anexos)

$$\rho_g = \frac{Ast}{bxt} = \frac{61.20}{30x60} = 0.034$$

$$K = \frac{\phi Pu}{Ag} = \frac{.70x145}{30x60} = 56.39 kg/cm^2 \Rightarrow \quad \frac{e}{t_{.75}} = .80 \rightarrow e_{.75} = 48.\text{ cm}$$

$$\frac{e}{t_{.90}} = .90 \rightarrow e_{.90} = 54.0 \text{ cm}$$

$e = 0.15$ ------- 6 cm
0.04 -------- X = 1.6

$\Rightarrow$ $e = 48 + 1.6 = 49.6$ $\Rightarrow$ $\boxed{e = 49.6 \text{ cm}}$

7.6 DISEÑO DE COLUMNAS

7.6.1. Predimensionamiento de columnas.

Las columnas al ser sometidas a carga axial y momento flector, tienen que ser dimensionadas considerando los dos efectos simultáneamente. Para lo cual existen criterios basados en fórmulas empíricas, tales como:

PRIMER CRITERIO

- ∗ Para edificios que tengan muros de corte en las dos direcciones, tal que la rigidez lateral y la resistencia van estar controladas por los muros.
- ∗ Para columnas con estribos:

$$Ag \geq \frac{P(servicio)}{.45\,fc'} \quad \text{ó} \quad Ag \geq \frac{Pu}{.45(fc' + \rho_g \; fy)}$$

- ∗ Para columnas zunchadas:

$$Ag \geq \frac{P(servicio)}{.55\,fc'} \quad \text{ó} \quad Ag \geq \frac{Pu}{.55(fc' + \rho_g \; fy)}$$

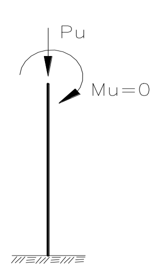
- ∗ Para el mismo tipo de edificios, pero para las excéntricas o esquineras.

$$Ag \geq \frac{P(servicio)}{.35\,fc'}$$

- ∗ Para edificios aporticadas íntegramente y que no excedan de 4 pisos y teniendo en consideración el momento de sismo las columnas deberán tener un área de: 1000 a 2000 m^2, salvo que tengan vigas > 7.0 mts.
  Así tendremos: 35 x 35, 40 x 40, 25 x 50, 30 x 60, 30 x 40, 30 x 50, ó circulares de 40 ó 50 m de diámetro.
  Y, no olvidar columnas peraltadas en las dos direcciones.
  Para edificios con luces > 7 u 8 mts, debe tenerse especial cuidado en las columnas exteriores, pudiendo dimensionarse el peralte de la columna en un 70 u 80% del peralte de la viga principal.

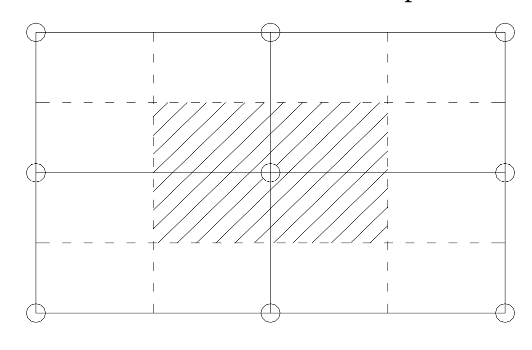
SEGUNDO CRITERIO.

- ➢ MÉTODO DE FACTOR DE CORRECCIÓN DE MOMENTOS., es un método practico en donde se desprecia el momento, pero se incrementa la carga axial con el llamado factor de correlación de momentos.



La carga axial se puede calcular por:

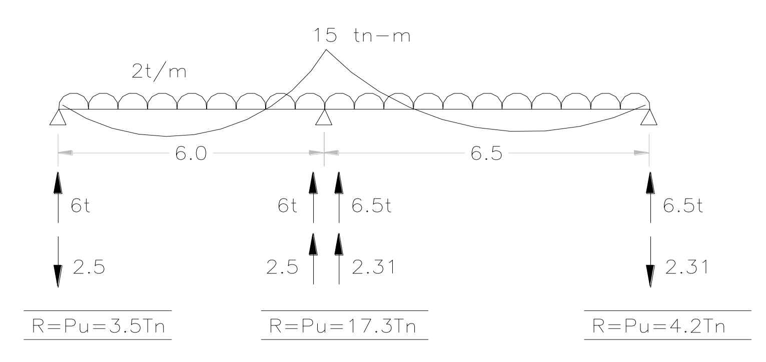
a) Por áreas de influencia de la columna, se puede conocer Pu en forma directa, haciendo el metrado correspondiente por áreas de influencia.



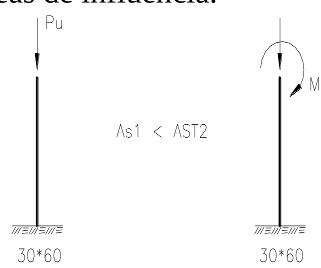
La carga que interviene para el predimensionamiento se lo supone como axial y centrada

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

b) Por reacción de viga (necesario conocer los diagramas de momento flectores de la viga)



Pu = es el resultado del metrado de cargas ya sea por reacción de viga o por áreas de influencia.



$Po = .85\, fc' \,(Ag - Ast) + Ast\, fy$ (para calcular resistencia de columnas)

$Pn = \phi\, Po$ (para diseño)

$Pn = \phi\, [\, .85\, fc' \,(Ag - Ast) + Ast\, fy]$ $\quad Ast = ?$

$Ag = ?$

$\phi\, [\, .85\, fc' \,(Ag - Ast) + Ast\, fy] = C\, Pu$

Donde $C > 1$, parámetro que sirve para incrementar Pu axial externo, debido a que se desconoce el momento flexionante.

Además $Ast = Ag\, Pg \;\Rightarrow$

$C\, Pu = \phi[\, .85\, fc' \,(Ag - Ag\, \rho_g) + Ag\, \rho_g\, fy] = \phi[\, .85\, fc'\, Ag - .85\, fc'\, Ag\, \rho_g) + Ag\, \rho_g\, fy]$

$C\, Pu = \phi\, Ag\, [\, .85\, fc' - .85\, fc'\, Ag\, \rho g + Ag\, \rho_g\, fy] = \phi\, Ag\, [\, .85\, fc' \,(1 - \rho_g) + Ag\, \rho_g\, fy]$

$$Ag = \frac{CPu}{\phi'[.85\, fc'(1-\rho_g) + \rho_g \; fy]}$$

Asumiendo ρ_g = de 2.5% ,fy = 4,200 kg/cm^2

$$Ag = \frac{CPu}{\phi'[.829\, fc' + 105]}$$

Coeficiente para predimensionar columnas (c) 7 pisos

3.30	1.60	2.40
3.00	1.50	2.20
2.70	1.40	2.00
2.40	1.30	1.80
2.10	1.20	1.60
1.80	1.10	1.40
1.50	1.00	1.20
l1	l2	lv
A	B	C

(A) Columna de fachada propiamente dicha

(B) Columna interior, a ambos lados de ellos hay columnas exteriores.

(C) Columna de fachada con voladizos de vigas.

Ejemplo: Predimensionar la columna de 1º piso del eje (C)

P_D = 150 Tn
P_L = 60 Tn

Solución

Pu = 1.4 x 150 + 1.7 x 60

$$Pu = 312 \text{ Tn} \Rightarrow Ag = \frac{CPu}{\phi\ [.829\, fc'+105]} = \frac{1.2x312{,}000}{.70(.829x210+105)} = 1916.43 cm^2$$

Ag = 1916.43 cm^2 $\Rightarrow$ b x t (25 x 80, 30 x 65, 35 x 55, 40 x 50, 45 x 45)
Toda columna, se recomienda redondear de 5cm en 5cm.

TERCER CRITERIO

Usando el criterio de la área tributaria: $Ag = KAt$.
Ag = Sección de la columna.
At = Area Tributaria acumulada.
Coeficiente de K, para determinar el área de columnas cuadrada para diferentes luces entre ejes, $\rho_g = 0.02$.

PISOS	LUZ (m)	Area Trib. Por Piso (m2)	TIPO DE COLUMNA			
			1	2	3	4
ANTEPENULTIMO	4	16	0.0013	0.0025	0.0022	0.0040
	6	36	0.0011	0.0020	0.0016	0.0028
	8	64	0.0011	0.0017	0.0015	0.0023
SEGUNDO	4	16	0.0011	0.0014	0.0014	0.0021
	6	36	0.0012	0.0014	0.0014	0.0015
	8	64	0.0012	0.0014	0.0014	0.0015

Procedimiento:

1. Determinar las secciones Ag de las columnas del segundo y del antepenúltimo piso mediante la siguiente formula : Ag = KAt , donde K se obtiene de la tabla y At es el área Tributaria de la columna considerada.
2. Determine los lados de las columnas de los pisos considerados, suponiéndolas cuadradas.
3. Calcule las dimensiones de las columnas de los pisos intermedios por interpolación lineal.
4. Calcule las dimensiones de las columnas del primer piso de la siguiente manera:
   a. Por extrapolación lineal, si la altura del primer piso es igual ala del segundo piso.
   b. Sumando 7cm a las del primer piso, si la altura del primer piso es 1.5 veces la del segundo.

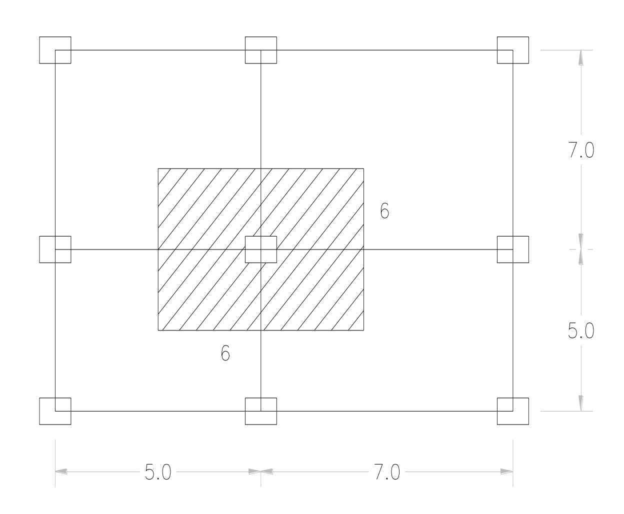
(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

c. Por interpolación o extrapolación lineal , entre los valores calculados según a y b para otras proporciones entre las alturas del primer piso y segundo piso.

5. Use las dimensiones de la columna del antepenúltimo piso para los pisos superiores.

Ejemplo 1:

Edificio : 17 pisos
Tipo de columna: columna central
At = 36 m^2



Antepenúltimo piso:

$Ag = k\,At \Rightarrow At = 3 \times 36 = 108 \text{ m}^2 \quad \rightarrow \quad K = .0011$ (tabla)

$Ag = .0011 \times 108 = 1188 \text{ cm}^2$

$Ag = b \times t = 34.4 \times 34.4 \quad \Rightarrow \quad b \times t = 35 \times 35 \text{ cm}^2$

Segundo Piso

$Ag = k\,At \Rightarrow At = 16 \times 36 = 576 \text{ m}^2 \quad \rightarrow \quad K = .0012$ (tabla)

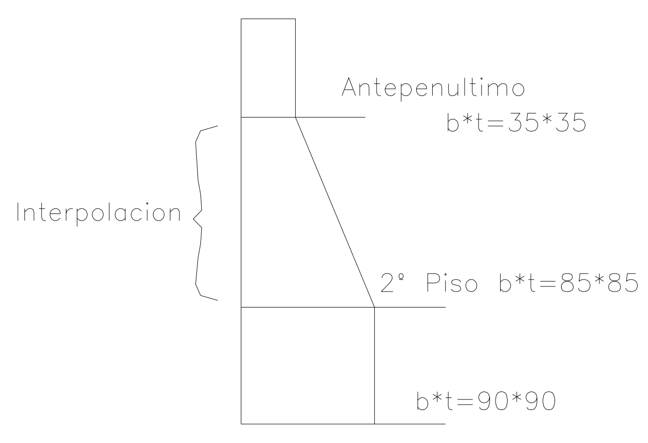
$Ag = .0012 \times 576 = 6912 \text{ cm}^2$

$b \times t = 83 \times 83 \quad \Rightarrow \quad b \times t = 85 \times 85 \text{ cm}^2$

Considerando que el 1º piso es 50% más que 2º piso

$\Rightarrow$ Col : 1º piso = 83 + 7 = 90 $\Rightarrow$ b x t = 90 x 90 cm

Cambiar las dimensiones de la columna c / 4 pisos.



<u>Ejemplo 2</u>:

Edificio : 13 pisos
Tipo de columna: Tipo 3
$At = 21\ m^2$

<u>Antepenúltimo piso</u>:

$Ag = k\,At \Rightarrow At = 3 \times 21 = 63\ m^2$

$K = ?$ $16\ m^2$ --------- .0022
$36\ m^2$ -------- .0016 $\Rightarrow K =$ X + .0022
= - .00015 + .0022

$20\ m^2$ -------- - .0006 $K = .00205$
$5\ m^2$ -------- X = - .00015

$Ag = .00205 \times 63 = 1291.50\ cm^2 \Rightarrow b \times t = 35 \times 35\ cm^2$

<u>Segundo Piso</u>

$Ag = k\,At \Rightarrow At = 12 \times 21 = 252\ m^2$
$K = .0014$
$Ag = .0014 \times 252 = 3528\ cm^2 \Rightarrow b \times t = 60 \times 60\ cm^2$

<u>CUARTO CRITERIO</u>

Según ensayos experimentales en Japón: $n = \dfrac{P}{fc'bt}$

$n > 1/3$ falla frágil por aplastamiento, por cargas axiales excesivas.
$n < 1/3$ falla dúctil

Las columnas se predimensionan con: $bxt = \dfrac{P}{nfc'}$

Donde: b = dimensión menor de la columna (de la sección)
t = dimensión mayor de la columna (de la sección)
P = carga total que soporta la columna (Tabla 1)
n = valor que depende del tipo de columna (Tabla 1)
fc' = resistencia del Cº a la compresión simple.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

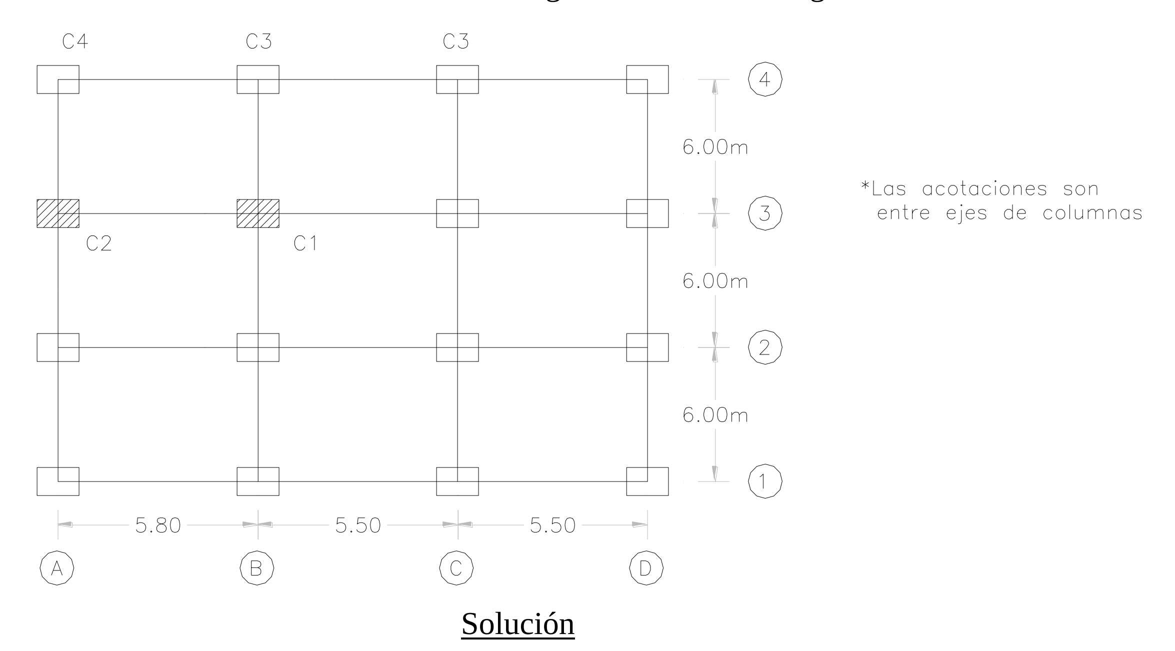
Tabla nº 1 : Valores p y n para el predimensionamiento de columnas :

Tipo C1 (para los 1ºs pisos)	COLUMNA INTERIOR	$p = 1.10\ P_G$ $n = 0.30$
Tipo C1 (para los 4 últimos pisos superiores)	COLUMNA INTERIOR	$p = 1.10\ P_G$ $n = 0.25$
Tipo C2, C3	COLUMNA EXTERIOR	$p = 1.25\ P_G$ $n = 0.25$
Tipo C4	COLUMNA DE ESQUINA	$p = 1.5\ P_G$ $n = 0.20$

P_G = peso total de cargas de gravedad que soporta la columna

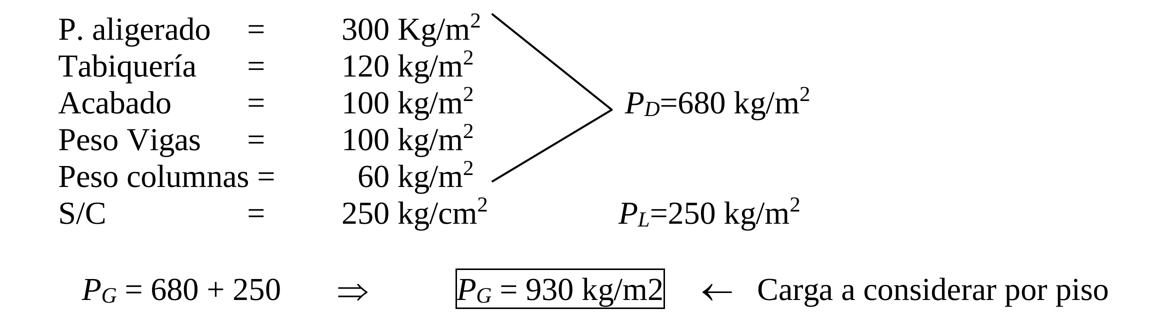
Nota: Se considera primeros pisos a los restantes de los 4 últimos pisos.

Ejemplo: Se tiene un edificio aporticado de 7 pisos, cuya planta típica se muestra en la figura adjunta, el uso es de oficinas, considere techos aligerados de 0.20 m. Tabiquería = 120 kg./m^2, acabados = 100 kg./m^2, fc' = 350 kg./cm^2, fy = 4200 kg./cm^2, se pide dimensionar las columnas señaladas en el gráfico., s/c = 250 kg/m^2



Solución

Metrado de cargas



P. aligerado = 300 Kg/m^2
Tabiquería = 120 kg/m^2
Acabado = 100 kg/m^2
Peso Vigas = 100 kg/m^2
Peso columnas = 60 kg/m^2
S/C = 250 kg/cm^2

P_D=680 kg/m^2

P_L=250 kg/m^2

P_G = 680 + 250 $\Rightarrow$ $\boxed{P_G = 930 \text{ kg/m2}}$ $\leftarrow$ Carga a considerar por piso

COLUMNA EXTERIOR C_2

El área tributaria para esta columna se puede considerar

$$A = (\frac{6+6}{2}) * \frac{5.80}{2} = 17.40m^2$$

Luego el valor de P sería igual a: P = 930 kg/m2 x 17.40 (m2) = 16,182 kg

P =16,182 Kg. $\Rightarrow$ $bxt = \frac{1.25P}{nfc'}$, $n = .25$

$$bxt = \frac{1.25x16{,}182x7\,pisos}{.25x350} = 1618.2m^2$$, considerando $b = t$

$\Rightarrow$ b x t = 40.23 x 40.23 $\Rightarrow$ b x t = 40 x 40 cm^2

COLUMNA INTERIOR C_1

Área tributaria :

$$A = (\frac{6+6}{2})x(\frac{5.8+5.50}{2}) = 33.90m^2$$

Luego el valor de P = 930 kg/m2 x 33.90 m^2 = 31,527 kg $\Rightarrow$ P = 31,527 kg

$\Rightarrow$ $bxt = \frac{1.10P}{nfc'}$, $n = .30$

$$bxt = \frac{1.10x31{,}527x7}{.30x350} = 2311.98m^2$$, considerando $b = t$

$\Rightarrow$ b x t = 48.08 x 48.08 $\Rightarrow$ b x t = 50 x 50 cm^2

OBSERVACIONES:

Las otras columnas de la estructura se pueden dimensionar de la misma manera que las mostradas anteriormente.

Como se puede observar, el factor que acompaña a la carga de gravedad varia según la posición de la columna en la estructura.

Se ha calculado para el primer piso, por eso s e ha multiplicado por 7 (que viene a ser el numero de pisos)

7.6.2. Longitud de Cálculo de Columna

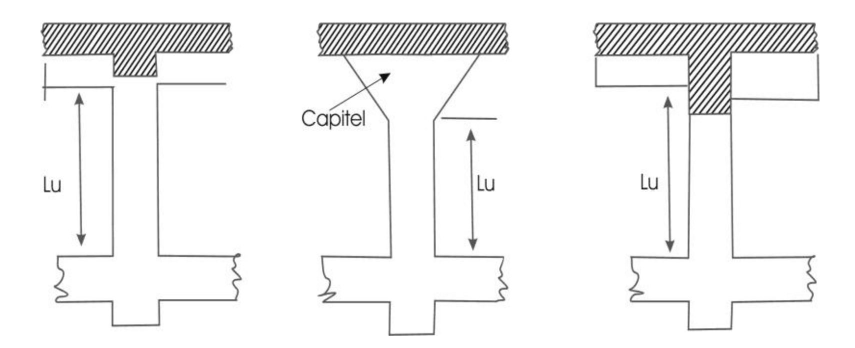
Llamada también longitud efectiva o de pandeo y se calcula así:

$$Luc = Klu$$

Donde Luc = Longitud de cálculo

Lu = Longitud libre de la columna

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.



K = Factor que corrige la altura de la columna (corrige el pandeo y se obtiene generalmente a partir de los nomogramas de Jackson y Moreland, $K = f\ (\Psi)$; donde:

Ψ = Rigidez de elementos verticales y horizontales que forman los nudos del pie y cabeza de la columna

$$\Psi = \frac{\Sigma Kc}{\Sigma Kviga} = \frac{\Sigma(EcIc / Lc)}{\Sigma(EvIv / Lv)}$$

Donde:
Ic = Momento de inercia de la columna
Iv = Momento de inercia de la viga
Lc = Longitud de la columna entre ejes
Lv = longitud de la viga entre ejes
Ec, *Ev* = Módulo de elasticidad de las columnas y vigas, respectivamente

Con estos valores se ingresa a las rectas izquierda y derecha del nomograma correspondiente, y se unen ambos puntos con una línea. En la intersección de esta línea con la recta central se lee el valor de *K*.

En el primer nomograma, los valores de *K* van desde 0.5 á 1. El límite inferior corresponde a una columna biempotrada sin desplazamiento lateral entre apoyos y el superior, a una columna biarticulada. En el segundo nomograma, el mínimo valor de K es igual a 1 y corresponde a una columna biempotrada con desplazamiento lateral. Este nomograma no presenta límite superior para el factor de longitud efectiva (ver figura VII-8)

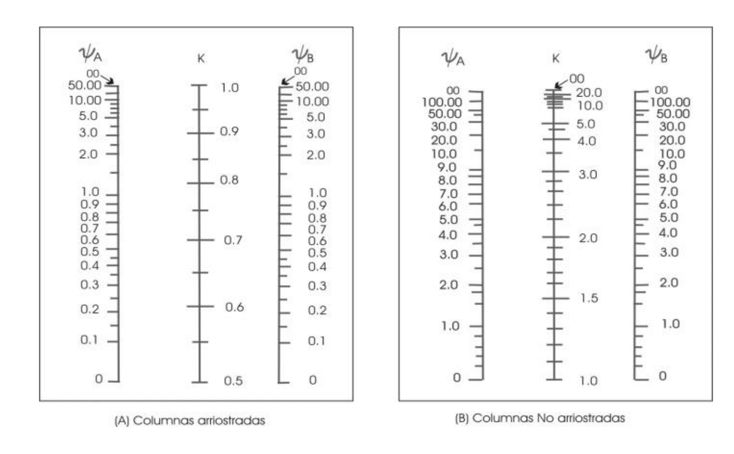


Fig. (VII-8) : Nomograma de Jackson y Moreland

Los valores de *K* determinados a través de los nomogramas de Jackson y Moreland se basan en patrones de deformación específicos de los pórticos. Si están arriostrados, las vigas deben presentar curvatura simple y las columnas deben pandear simultáneamente. Si no lo están, vigas y columnas deben deformarse bajo curvatura doble, como se muestra en la figura (VIII-9)

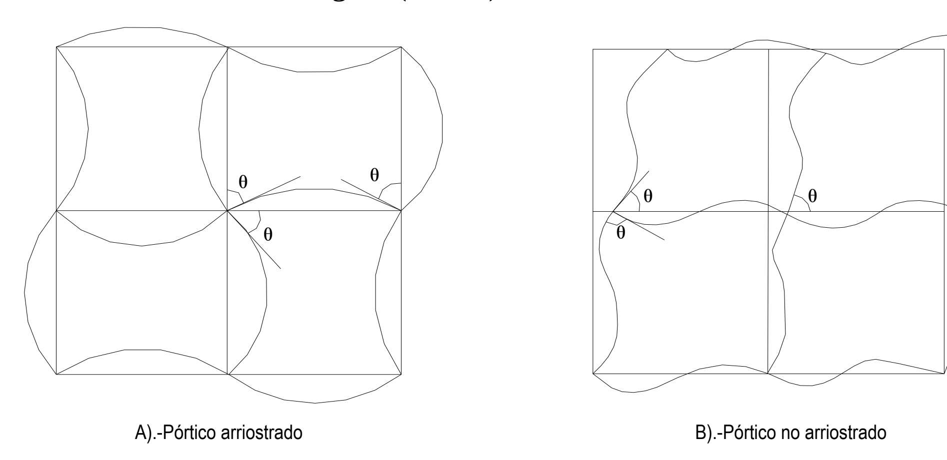


Fig. (VIII-9) Patrones de deformación de los elementos para los cuales son aplicables los nomogramas de Jackson y Moreland

Dado que el valor de *K*, para columnas arriostradas va de 0.5 á 1, el código sugiere considerar un valor de **1** á menos que se efectué un análisis que justifique tomar un valor menor. Para columnas no arriostradas, se sugiere que el valor de *K* debe ser mayor que 1, es decir:

- Columnas arriostradas : $K = 1$
- Columnas No Arriostradas : $K > 1$

Para los cálculos los momentos de inercia deben ser: Vigas = 0.35 *Ig*
Columnas = 0.70 *Ig*

El valor de *Ig* para vigas "T", se estima como 2 veces el valor de *Ig* del alma.

COMENTARIOS DEL ACI

1. Miembros a Comprensión "Arriostradas"
   Se toma el valor menor : $K = 0.7 + 0.05\,(\Psi a + \Psi b) \leq 1.0$
   $$K = 0.85 + 0.05\,\Psi min \leq 1.0$$
   ΨA y ΨB, son los valores en los dos extremos de la columna, y Ψmin; es el menor de estos valores.

2. Miembros a comprensión "No Arriostrados" (Restringido en ambos extremos)
   $$Para\,\Psi n < 2 \Rightarrow \Psi n = \frac{\Psi A + \Psi B}{2} \Rightarrow K = \frac{20 - \Psi n}{20}\sqrt{1 - \Psi n}$$
   $$Para\,\Psi n \geq 2 \Rightarrow K = 0.9\sqrt{1 + \Psi n}$$

3. Miembros a Comprensión "No Arriostradas" (Articulados en un extremo)
   $K = 2.0 + 0.3\,\Psi$
   Donde Ψ, corresponde al extremo restringido

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

7.6.3. Efecto de esbeltez

En la figura VII-10) se muestra una columna biarticulada con desplazamiento lateral restringido en sus extremos, sometido únicamente a una fuerza de compresión *P*. Es de material elástico y está perfectamente alineado. Si se le da un pequeño desplazamiento lateral en el centro de la luz, la deformada será similar a la mostrada con línea punteada. A lo largo del elemento aparecerán momentos, denominados de segundo orden, que son producidos por la excentricidad de la carga axial, generada por la deformación aplicada a la columna. Los momentos de 2° orden incrementaran la deflexión de la columna, incrementando los esfuerzos en ella. Si la carga P es pequeña, las deflexiones serán cada vez menores y finalmente se alcanzará el equilibrio. Sin embargo, si la carga P es cercana a la denominada carga crítica, el elemento fallará por pandeo[53].

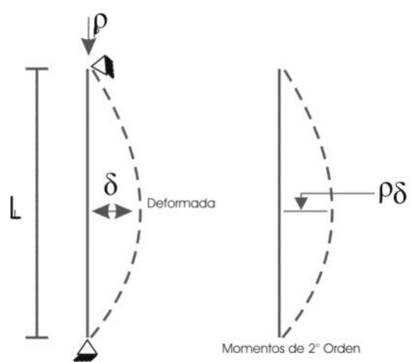


Fig. (VII-10) Momentos de 2do. orden en una columna biarticulada

La importancia de los momentos de 2° orden, generados por la excentricidad producida por la deformación transversal de las columnas, es diferente si se trata de columnas con simple curvatura o doble curvatura, interesando además la posibilidad de existencia de desplazamiento relativos entre los nudos del entrepiso donde se encuentra la columna que se está analizando.

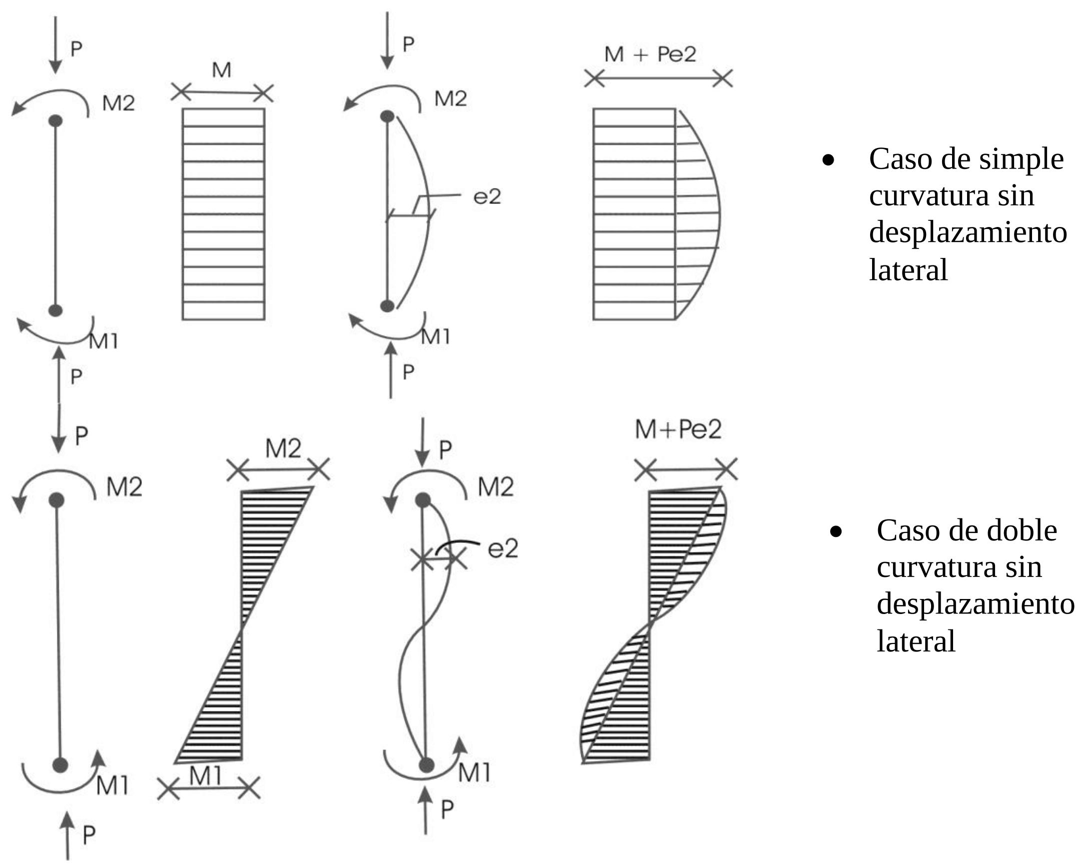
En las edificaciones usuales, las columnas tienen generalmente doble curvatura y tienen desplazamiento lateral relativo entre sus nudos, debido a que forman pórticos continuos con las vigas y están expuestos a acciones de carga de sismos, que inducen deformaciones laterales en la estructura.

En la figura (VII-11) se aprecia claramente que[54]:

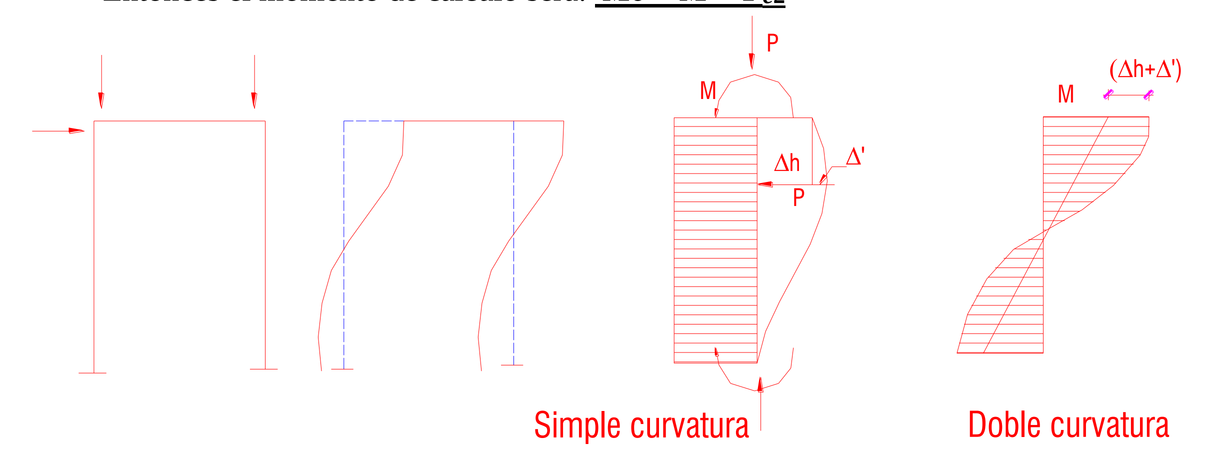
a) El efecto de esbeltez es más crítico en columnas con curvatura simple en relación a las columnas con curvatura doble, debido a que el momento máximo de 2° orden afecta directamente al momento de primer orden, mientras en el caso de curvatura doble los máximos no coinciden. Esto es válido mientras no existe deformación relativa entre los nudos extremos de la columna.

b) El efecto de esbeltez en el caso de existir desplazamiento laterales es más crítico en relación al caso de desplazamiento restringido, pues los momentos máximos de primer y segundo orden son coincidentes y porque los desplazamientos laterales en estructuras aporticadas son importantes

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.



M_2 y M_1, se calculan mediante el análisis estructural
Pe_2, momento de 2° orden y tiene su origen en las deformaciones de la estructura
Entonces el momento de cálculo será: ***Mc = M + P**$_{e2}$*



* Caso a desplazamiento lateral

Entonces e el momento de cálculo será: ***Mc = M + P (Δh+Δ')***

Fig. (VII-11): Caso de los desplazamientos laterales

El cálculo de las deformaciones de 2° orden es complejo, pues la evaluación de la rigidez del conjunto concreto-refuerzo considerando secciones fisuradas y problemas de relajamiento del acero debido a la contracción de fraguado y flujo plástico, hacen difícil una evaluación simple.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

Debido a estas dificultades se propone el procedimiento método de amplificación de momentos, que consiste en incrementar los momentos calculados en un análisis de primer orden por un factor definido, de tal manera que el diseño de la columna se haga con un momento ya corregido:

$$\boxed{Mc = \delta M}$$

El ACI, recomienda que para tomar en cuenta los efectos de esbeltez lo siguiente:

Para Pórticos Arriostrados

$$\frac{Klu}{r} \leq 34 - 12\frac{M_1}{M_2} \Rightarrow \delta = 1\ (Columna\ corta)$$

$$\frac{Klu}{r} > 34 - 12\frac{M_1}{M_2} \Rightarrow \delta > 1\ (columna\ esbelta)$$

Para Pórticos No Arriostrados

$$\frac{Klu}{r} \leq 22 \Rightarrow \delta = 1\ (Columna\ corta)$$

$$\frac{Klu}{r} > 22 \Rightarrow \delta > 1\ (columna\ esbelta)$$

Asimismo el código establece que el método de amplificación de momentos no debe utilizarse para el diseño de columnas cuya esbeltez $\frac{Klu}{r} > 100$

r = Radio de giro de la sección de la columna : $r = \sqrt{Ig / Ag}$

El ACI, recomienda tomar aproximadamente el radio de giro:

- Para secciones circulares , $r = 0.25\ D$
- Para secciones rectangulares , $r = 0.30\ t$

En secciones irregulares, éste parámetro debe calcularse en función de la sección bruta de la columna.

METODO DE AMPLIFICACION PARA PORTICOS ARRIOSTRADOS(55):

La ecuación del código ACI para la amplificación del momento que actúa en forma simultánea con la carga axial mayorada puede formularse de la siguiente manera:

$$\boxed{Mc = \delta ns M_2}$$

El momento mayorado M_2, no debe ser menor que: $M_{2m} = Pu(1.5 + .03h)$

El factor de amplificación del momento es:

$$\delta ns = \frac{Cm}{1 - \frac{Pu}{0.75 Pc}} \geq 1$$

El término 0.75 = Φ (factor de reducción de resistencia) diseñado para proporcionar un estimativo conservador de *Pc*.

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

La carga crítica *Pc*, esta dado por:

$$Pc = \frac{\pi^2 EI}{(Klu)^2}$$

El término *EI*, se considera igual a:

$$EI = \frac{0.2\,Ec\,Ig + E_S\,Ise}{(1+\beta d)} \quad \text{ó} \quad EI = \frac{0.4\,Ec\,Ig}{(1+\beta d)}$$

Donde:

E_C = Módulo de elasticidad del concreto
Ig = Momento de inercia de la sección bruta de la columna
Ise = Momento de inercia del refuerzo con respecto al eje centroidal de la sección transversal del elemento.
Es = Módulo de elasticidad del acero.
$\beta\,d$ = Relación entre la carga muerta axial mayorada, máxima y la carga total axial mayorada máxima.

$$\beta d = \frac{P_{Du}}{P_{Du} + P_{Lu}} \quad \text{en forma aproximada se puede tomar } \beta d \approx 0.6, \text{ por lo que}$$

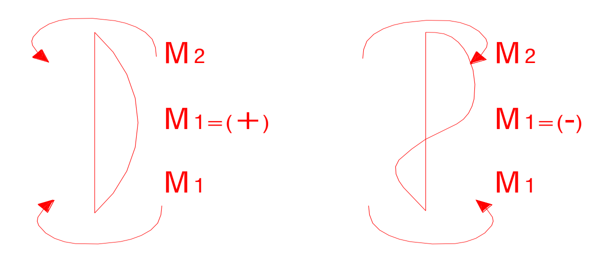
$$EI = 0.25\,Ec\,Ig \quad (ACI-R-10.12.3)$$

El término *Cm*; se considera:

Sí existen cargas laterales entre los apoyos del elemento *Cm* = 1, caso contrario:

$$Cm = 0.6 + 0.4\frac{M1}{M2} \geq 0.4$$

M_1 = Momento flector de diseño en el extremo de la columna, es positivo si el elemento está flexionado en curvatura simple y es negativo sí hay doble curvatura.



M_2 = Momento flector mayor diseño en el extremo de la columna, siempre es positivo.
Como M1 y M2, en la mayoría de las estructuras convencionales son prácticamente iguales, se tiene lo siguiente:

- Para simple curvatura $Cm = 0.6 + 0.4 = 1$
- Para doble curvatura $Cm = 0.6 - 0.4 = 0.2$, pero Cm, como mínimo = 0.4 => $Cm = 0.4$.

Si $M_{2mi\acute{}} > M_2$ => <u>$Cm = 1.0$</u>

METODO DE AMPLIFICACION PARA PORTICO NO ARRIOSTRADO[56]:

Para los casos en los que se debe tener en cuenta los desplazamientos laterales, la ecuación anterior se reemplaza por:

$$M_1 = M_1 ns + \delta s M_1 s$$
$$M_2 = M_2 ns + \delta s M_2 s$$

Donde:

M_1 = Menor momento mayorado en el extremo del elemento a comprensión
M_2 = mayor momento mayorado en el extremo de elemento a comprensión
M_1ns = Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_1 debido a cargas que no producen desplazamientos laterales apreciables.
M_2ns = Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa, M_2 debido a cargas que no producen desplazamientos
M_1s = Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_1 debido a cargas que producen desplazamientos laterales apreciables.
M_2s = Momento factorizado en el extremo del elemento donde actúa M_2 debido a cargas que producen desplazamientos laterales apreciables.
δs = Factor de amplificación de momento en elementos no arriostrados.

$$\delta s = \frac{1}{1-Q} \geq 1 \qquad \text{ó} \qquad \delta s = \frac{1}{1 - \dfrac{\Sigma Pu}{.75\Sigma 75}}$$

Sí se conocen las deformaciones laterales de entrepisos, se calculará δs con la expresión: $Q = \dfrac{(\Sigma Pu)\Delta u}{Vu\, h}$

Q = Indice de estabilidad del entrepiso

ΣPu = Suma de las cargas de diseño, muertas y vivas (amplificadas) acumuladas desde el extremo superior hasta el entrepiso considerado.

ΣPc = Sumatoria de las cargas críticas de pandeo de todas las columnas del entrepiso
Δu = Deformación elástica entre el nivel superior y el inferior del entrepiso considerado, debido a las cargas laterales amplificadas y calculadas con un análisis de primer orden.

Para el caso de sismo, Δu deberá multiplicarse por el factor de reducción de ductilidad (*Rd*) considerado en la determinación de estas fuerzas.

Vu = Fuerza cortante amplificada a nivel de entrepiso, debido a las cargas laterales que originan la deformación de la estructura.

H = Altura del entrepiso considerado

De acuerdo al índice de estabilidad se tiene:

Si Q < 0.06, se podrá considerar que el entrepiso está arriostrado lateralmente y los efectos globales de 2° orden se pueden despreciar
Si $..06 \leq Q \leq 0.25$, los efectos globales deben considerarse

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

Si $Q > 0.25$, deberá cambiarse la sección de la columna

El factor βd, puede considerarse CERO, ya que en este caso la carga sostenida no es la causante de la deformación lateral, sino que esta es causada por el sismo que es eventual y de corta duración.

7.6.4. Recomendaciones para el diseño en edificaciones[57]:

1) Como recomendación general se puede indicar que no es conveniente estructurar edificaciones solamente en base a columnas y vigas (pórticos). A pesar de tratarse de edificios de pocos pisos, las deformaciones laterales inducidas por las fuerzas horizontales de sismo son considerables para el caso de edificaciones netamente aporticadas. Adicionalmente los momentos de sismo obtenidos en las columnas de los pisos inferiores son elevados, gobernando el diseño y obligando a dimensionar considerando secciones transversales importantes.

   Los problemas anexos como son las correcciones importantes de los efectos de esbeltez, los daños en la tabiquería y/o en los vidrios, los efectos de pánico en los habitantes, etc. hacen necesario buscar una rigidez lateral mayor, la cual se consigue mediante la inclusión de muros de corte sean de albañilería para el caso de edificios bajos o, sean de concreto armado para el caso de edificios altos.

2) Estructurar disponiendo columnas que tengan su mayor dimensión en las dos direcciones del edificio. Anteriormente existía el criterio de peraltar las columnas en la dirección de los pórticos principales y esto sigue válido sí sólo consideramos cargas de gravedad.

   En la actualidad debemos cuidar se disponga una dimensión importante en las columnas exteriores tratando de facilitar el anclaje del refuerzo de las vigas, a la vez proporcionan una adecuada resistencia para los momentos de carga de gravedad que serán importantes. Generalmente los momentos de carga de gravedad en las columnas interiores no son significativas dado que si se tienen usualmente luces más o menos iguales, lo cual hace que el momento existente en un extremo de la viga sea similar al del otro extremo, teniendo la columna central un momento reducido.

   Los momentos de sismo suelen ser importantes en las columnas interiores o exteriores en la medida que no existan muros de corte, sin que esto signifique que para los edificios que si tengan muros se puede pensar en no considerar el diseño de las columnas por efecto de cargas de sismo.

   En base a lo indicado se puede concluir que debe escogerse la mayor dimensión de las columnas teniendo en cuenta:

   a) Buscar una adecuada dimensión en las columnas exteriores para facilitar el anclaje de los refuerzos longitudinales de las vigas y la resistencia a flexión.
   b) Considerar columnas con su mayor dimensión en las dos direcciones de la estructura. Esta recomendación conlleva a tener algunas columnas más peraltadas hacia una dirección y otras hacia la dirección transversal

   c) Considerar muros de corte en las dos direcciones del edificio, buscando rigidez lateral adecuada y tratando de disminuir los efectos sobre las columnas.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

d) Considerar columnas en forma de L o T para columnas esquineras y exteriores.

e) Si en una determinada edificación sólo se puede disponer de muros e de corte en una dirección, tratar de dar la mayor dimensión a las columnas en la dirección transversal, de tal modo de proporcionar resistencia y rigidez a ésta última, sin descuidar lo indicado en "*a*".

3) En relación al diseño de las columnas propiamente dichas se puede recomendar lo siguiente

a) Elegir dimensiones adecuadas de tal manera de no requerirse cuantía superiores al 4% serán más económicas y más fáciles de construir.

b) Considerar cambios de sección cada 3 ó 4 pisos para el caso de edificios de más de 7 u 8 pisos; de esta manera se puede reducir la sección sin que esto signifique generar un aumento significativo del costo del encofrado (por la no repetición), o producir un cambio de rigidez o una pérdida importante de la misma.

c) Armar las columnas considerando refuerzos sólo en caras opuestas para el caso de columnas con poco ancho, como puede ser el caso de columnas de 25 ó 30 cm.

d) Armar las columnas tratando de usar un número de barras en base al cual se disponga de una configuración de estribos uniforme en toda la altura donde se mantiene la sección.
De esta manera se tendrá siempre estribos idénticos en todos los pisos donde se use una determinada sección, a pesar de tenerse un área de acero longitudinal diferente en cada piso o en cada dos pisos.
Así por ejemplo: Sí se tiene una columna de 30 x 40, donde se requieran en los 4 pisos las siguientes areas de acero.

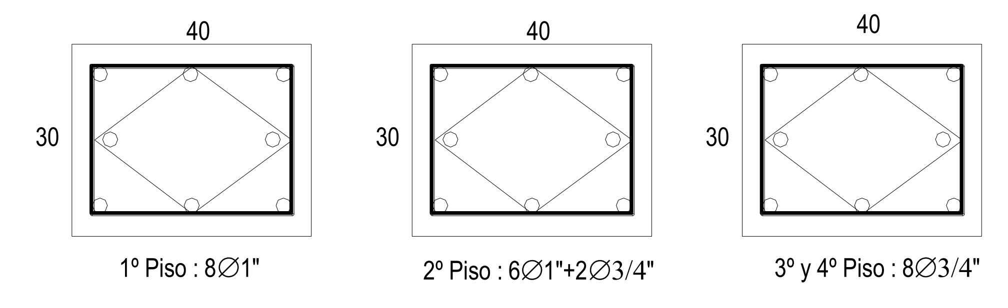
$$1er.\,piso => \; As = 39.60\,m2\,(\rho_g = 3.3\% \quad => 8Ø1"\,(40.8\,cm2)$$

$$2do.\,piso => \; As = 36.60\,m2\,(\rho_g = 3.0\%) \quad => 6Ø1" + 2Ø3/4"(36.28\,cm2))$$

$$3er.\,piso => \; As = 21.60\,m2\,(\rho_g = 1.8\%) \quad => 8Ø3/4"\,(22.72\,cm2)$$

$$4to.\,piso => \; As = 21.60\,m2\,(\rho_g = 1.8\%) \quad => 8Ø3/4"\,(22.72\,cm2)$$

Entonces se podrá armar así:



e) Tratar de elegir diámetro de barras que no sean muy diferentes, aún cuando se pueden combinar varillas diferentes dentro de una misma sección

Así por ejemplo: usar Ø 1" solamente, de Ø 1" y ¾", de ¾" solamente, de ¾" y 5/8",de 5/8" solamente, de esta manera se logrará un diseño ordenado piso a piso, y no ser solamente el reflejo de un cálculo frío.

f) Realizar el diseño de una columna teniendo la semejanza que esta pueda tener con el de otras columnas de la misma edificación.

g) Usar concreto de resistencia mayores a $f'c$ = 210 Kg/cm^2, en las columnas de los pisos inferiores de edificios altos, para tratar de obtener secciones ligeramente menores y así satisfacer las exigencias arquitectónicas y/o disminuir la cuantía del refuerzo longitudinal.

h) Disponer armadura asimétrica e incluso colocar bastones longitudinales en una determinada cara de sección de una columna, cuando se observe la existencia de un momento de signo definido muy importante que gobierna el diseño.

7.6.5. Requisitos del refuerzo transversal

El refuerzo transversal para columnas deberá cumplir con lo siguiente:

- Se colocarán estribos cerrados en ambos extremos del elemento sobre una longitud de confinamiento "l_0", medida desde la cara del nudo, que no sea menor que:
  a) Un sexto de la luz libre del elemento
  b) La máxima dimensión de la sección transversal del elemento
  c) 45 cm.

- Los estribos que se encuentran en la longitud de confinamiento tendrán un espaciamiento que no deba exceder del menor de los siguientes valores, a menos que las exigencias de diseño por esfuerzo cortante sean mayores.
  a) La mitad de la dimensión más pequeña de la sección transversal del elemento.
  b) 10 cm.

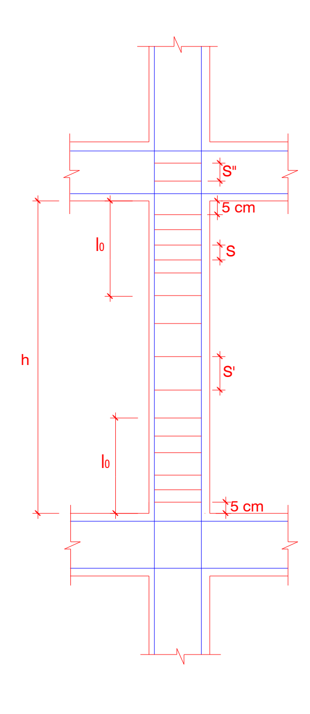
  Debiendo colocarse el 1° estribo a no más de 5 cm. de la cara del nudo

- El espaciamiento del refuerzo transversal fuera de la zona de confinamiento, no deberá exceder de 16 veces el diámetro de la barra longitudinal de menor diámetro, la menor dimensión del elemento ó 48Ø a menos que las exigencias de diseño por esfuerzo cortante sean mayores.

- El área mínima de refuerzo transversal que deberá proporcionarse dentro del nudo, deberá cumplir con:

  $$A_v \geq 7.0\frac{bs}{fy}$$

  Donde "b" es el ancho del nudo en la dirección que se está analizando. El espaciamiento "s" no deberá exceder de 15 cm.



* Longitud en la zona de confinamiento (*lo*)

$$\begin{cases} h/6 \\ máx(b,t) \\ 45\ cm \end{cases} \quad \text{Escoger el menor}$$

* Espaciamiento dentro de *lo* (*s*)

$$s = \begin{cases} \min(t/2 \text{ ó } b/2) \\ 10\ cm. \end{cases} \quad \text{El menor}$$

* Espaciamiento fuera de lo (*s'*)

$$s' = \begin{cases} 16\phi_L \\ \min(b,t) \\ 48\ \phi_{estri} \end{cases} \quad \text{El menor}$$

* Espaciamiento dentro del nudo (*s''*)

$$s'' = 15\ cm.$$

7.6.6. Ejemplos de aplicación

Ejemplo 01: Diseñar las columnas de sección rectangular capaces de resistir las siguientes combinaciones de carga:

A) *Pu* = 180 tn B) *Pu* = 320 Tn
Mu = 36 T-m *Mu* = 10 T-m

Usar : *f´c* = 210 Kg/cm2, *fy* = 4200 Kg/cm2

Solución

Tema A: P_U = 180 Tn, M_U = 36T-m

Para el predimensionamiento asumirá una cuantía de 2%, entonces:

$$Ag \Rightarrow \frac{Pu}{0.45(f´c + \rho\ fy.)} = \frac{180{,}000}{0.45(210 + .02x4200)} = 1360.54\,cm2$$

$$b\,x\,t = 36.88\,x36.88 \Rightarrow bxt = 40x40\,cm2 \text{ ó } 30x50\,cm.$$

Usemos bxt = 30x50 cm2, ya que en la dirección más peraltada absorberá el momento de Mu = 36 T-m, entonces:

$$k = \frac{Pu}{Ag} = \frac{180{,}000}{30x50} = 120\,Kg/cm2 \Rightarrow K = 120\,Kg/cm2$$

$$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{36}{180} = 0.20 \Rightarrow e/t = .40$$

$$\frac{Mu}{Agt} = \frac{36x105}{30x50x50} = 48\,Kg/cm2 \Rightarrow \frac{Mu}{Agt} = 4.8\,Kg/cm2$$

El refuerzo se distribuirá en las caras más esforzadas de la columna(en caras opuestas) para absorver el momento que es considerable .
Considerando ØL = 1" y estribos Ø3/8" $\Rightarrow$ dc=d'=6.22 cm.

$$\gamma = \frac{t - dc - d'}{t} = \frac{50 - 2x6.22}{50} = .75$$

Entonces se utilizará el diagrama de interacción correspondiente a γ=0 .75.
Se puede ingresar al diagrama de interacción con *K = Pu/Ag* y *Mu/Agt*; *Mu/Agt* y *e/t*, ó K y e/t.
Utilizando el diagrama C3(anexos) se tiene que:

$$\rho_g = 4\% = .04 \Rightarrow Ast = \rho_g Ag = .04x30x50 = 60cm2$$

$$Ast = 60cm2 \Rightarrow 12Ø1"(61.20cm2)$$

Lo cual implica colocar 6Ø 1" en cada cara, pero no cumple con los límites de espaciamiento y recubrimiento;por lo tanto la sección la incrementamos en bxt= 40x60 cm2, entonces:

$$K = \frac{Pu}{Ag}\ \frac{180,000}{40x60} = 75Kg/cm2 \Rightarrow K = 75Kg/cm2$$

$$\frac{e}{t} = \frac{0.20}{.60} = 0.33 \Rightarrow e/t = 0.33$$

$$\frac{Mu}{Agt} = \frac{36x10^5}{40x60x60} = 25.00Kg/cm2 \Rightarrow \frac{Mu}{Agt} = 25.0Kg/cm2$$

$$\gamma = \frac{60 - 2x6.22}{60} = .0.79 \Rightarrow (\text{interpolar para } \gamma = .75\, y, \quad \gamma = .90)$$

De los monogramas C3 Y C4 (anexos) tenemos:

$Para: \gamma = .75$ ------ 0.011

$\gamma = .90$ ------ 0.01

0.15 ________ -0.001

0.04 ________ X

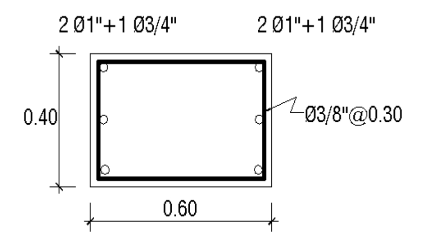
X = -0.0003

$\rho_g = 0.011 + (-0.0003)$

$\rho_g = 0.011$

$$A_{ST} = \rho_g x A_g = 0.011x40x60 = 26.40cm^2$$

$$A_{ST} = 26.40cm^2 \quad \triangleleft\triangleright \quad 4Ø1" + 2Ø3/4"(26.08\ cm^2)$$



S = 16¢L = 16 x 1.91 = 30.56 cm.
= 48Ø □ = 48 x .95 = 45.6 cm
= 40 cm.

Usar estribos= Ø3/8"@.30

TEMA B: *Pu* = 320 Tm , *Mu* = 10.0 T-m

Asumiendo una cuantía de 2% para el predimensionamiento.

$$Ag = \frac{Pu}{.45(f\acute{}c + \rho_g\, fy)} = \frac{320{,}000}{.45(210 + .02\,x\,4200)} = 2418.74\ cm^2$$

$$A_g = 2419cm^2 = b\,x\,t = 49.18\,x\,49.18 \Rightarrow b\,x\,t = 50x50\ cm^2$$

Se considera una sección cuadrada ya que el elemento está prácticamente sometido a comprensión pura.

Entonces:

$$K = \frac{Pu}{Ag} = \frac{320{,}000}{50\,x50} = 128Kg/cm2 \Rightarrow K = 128\,Kg/cm^2$$

$$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{10.0}{320} = 3.12 \Rightarrow e/t = .\frac{3.12}{50} = 0.06$$

$$\frac{Mu}{Agt} = \frac{10\,x10^5}{50x50x50} = 8.0 \Rightarrow \frac{Mu}{Agt} = 8.0\,Kg/cm^2$$

El refuerzo se distribuirá en las cuatro caras debido a que" Pu" es más importante que el "Mu".

$$\gamma = \frac{50 - 2\ x6.22}{50} = .75$$

Del diagrama de interacción C15(anexos) tenemos : $\rho_g = 1\%$

$$\Rightarrow A_{ST} = \rho_g Ag = .01x50x50 = 25cm2$$

$$A_{ST} = 25cm2 \lhd\rhd 8\O 3/4" + 2\phi 5/8" (26.72\ cm2)$$

4Ø3/4" 2Ø5/8" 4 Ø3/4"

0.50

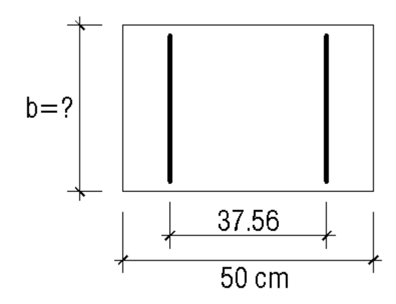
Ø3/8"@0.25

0.50

S = 16ØL = 16 x 1.59 = 25.44
= 48 x .95 = 45.6
b = 50 cm

Usar : Ø3/8" @0.25

Ejemplo N° 02: Determinar la dimensión que falta en la sección de la columna mostrada en la figura de modo que la cuantía de refuerzo requerida sea 1.50%. El elemento está sometido a una carga axial amplificada de 200 Tm y un momento flector de 20 T-m, usar *f´c* = 280 Kg/cm2, *fy* = 4200 Kg/cm2



(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

Solución

$$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{20}{200} = 0.10 \Rightarrow e/t = \frac{.10}{50} = 0.20$$

t 40

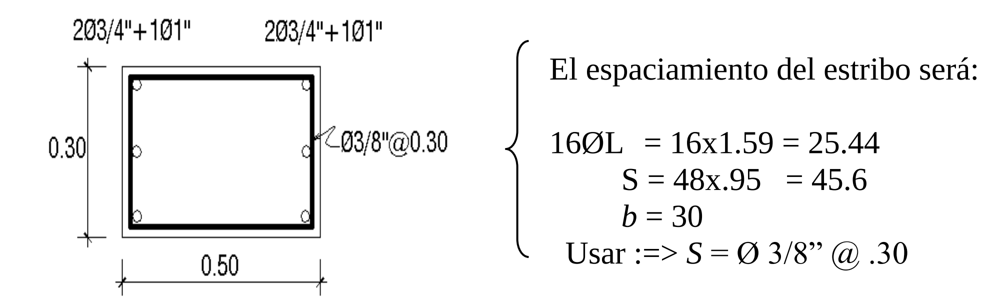
Entonces, entramos al diagrama de interacción con C7(anexos)con e/t y $\rho_g = 1.5\%$ y tenemos:

$$K = 132 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow K = \frac{Pu}{Ag} = \frac{200{,}000}{50xb} = 132.060$$

$b = 30.30 \Rightarrow b = 30.0cm$

El área de acero requerido será: $A_{ST} = \rho_g bt$ = .015 x 30 x 50 = 22.50 cm2

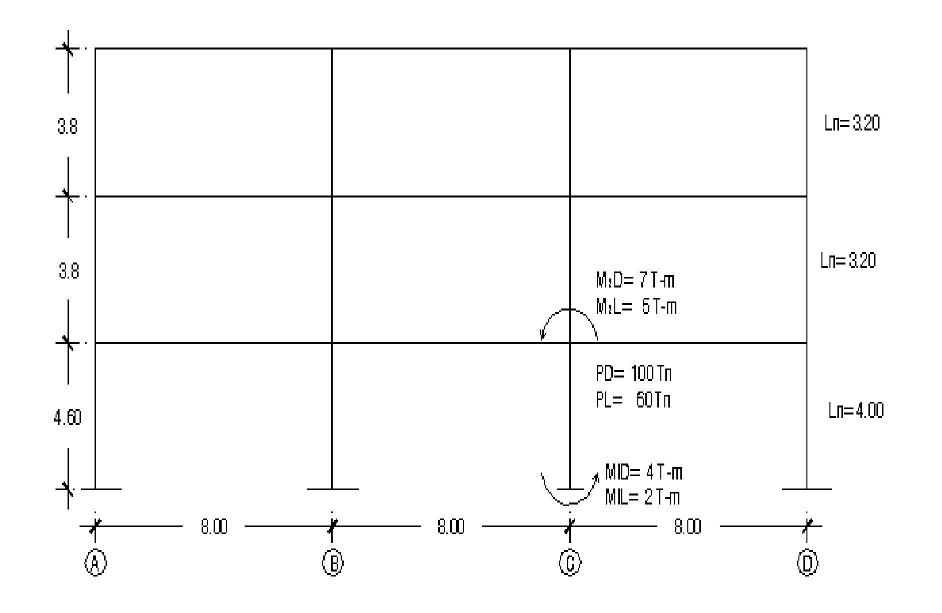
$A_{ST} = 22.50 \text{ cm}^2$ <> 4Ø 3/4" + 2Ø1" (21.56 cm2)



El espaciamiento del estribo será:

16ØL = 16x1.59 = 25.44
S = 48x.95 = 45.6
b = 30
Usar :=> S = Ø 3/8" @ .30

Ejemplo N° 03 La figura, presenta una vista idealizada en elevación del pórtico de un edificio de 03 pisos, con vigas de b x h = 35 x 60 cm, columnas = 35 x 60 cm, el pórtico no esta arriostrado contra desplazamiento lateral. Diseñar la columna del eje (c) del primer piso



$fc'col = 210\ Kg/cm^2$

$fc'viga = 210\ Kg/cm^2$

$fy = 4200\ Kg/cm^2$

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

Solución

1. Resistencia de columna

$$Pu = 1.4P_D + 1.7P_L \quad = \; 1.4\ x\ 100 + 1.7\ x\ 60 \quad = 242.0\ Tn$$

$$M_U = 1.4M_{2D} + 1.7M_{2L} \quad = \; 1.4\ x\ 7.0 + 1.7\ x\ 5.0 \quad = 18.3\ T-m$$

2. Determinación de *luc*, *luc = klu*

$$\Psi_A = \frac{EI/L + 0}{\infty} = 0 \Rightarrow \psi A = 0$$

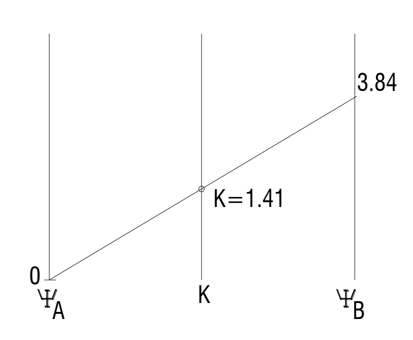
$$\Psi_B = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)1^{er}\ piso + \left(\frac{EI}{L}\right)2^{do}\ piso}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{izq} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{dere}}. \; ; \qquad Debe\ considerarse\ que: \; I = .35Ig\ (vigas) \; I = .70Ig\ (columnas)$$

$$Ig\,col = Igviga = \frac{35\ x\ 60^3}{12} = 630{,}000\ cm4 \Rightarrow I_{viga} = .35\,x\,630{,}000 = 220{,}500cm4$$

$$I_{col} = .70\,x\,630{,}000 = 441{,}000cm4$$

$$\psi_B = \frac{\frac{441{,}000}{460} + \frac{441{,}000}{380}}{\frac{220{,}500}{800} + \frac{220{,}500}{810}} = 3.844 \Rightarrow \psi_B = 3.84$$

$Con\ \psi_A = 0\ y\ \psi_B = 3.84,$ entramos al ABACO de Jackson y Moreland, para pórticos no arriostrados.



$$\Rightarrow\ luc = Klu = 1.41\ x\ 400 = 564cm$$

luc=564 cm.

3. Indice de esbeltez (no arriostrados)

$$\frac{Klu}{r} = \frac{564}{.30\,x\,60} = 31.33cm \rangle\ 22 \Rightarrow \delta_{ns} \rangle\ 1$$

4. Cálculo de δ *ns*

$$\delta ns = \frac{cm}{1 - \frac{Pu}{0.75Pc}}; \quad donde\,cm = 1.0\ \text{(columnna no arriostrada)}\ Pu = 242Tn.$$

$$Pc = \frac{\pi^2 EI}{(Klu)^2} \;;\; EI = \frac{EcIg}{2.5(1+\beta d)} \quad \begin{cases} Ec = 15000\sqrt{210}\ Kg/cm2 \\ Ig = \frac{bh^3}{12} = \frac{35\ x\ 60^3}{12} \end{cases}$$

$$\beta d = \frac{1.4\ P_{2D}}{1.4P_{2D} + 1.7\ P_{2L}} = \frac{1.4\ x\ 100}{1.4\ x\ 100 + 1.7\ x\ 60} = .58$$

$$EI = \frac{.4\ x\ 15000\sqrt{210}\ x\ .35\ x\ 60^3}{12(1+.58)} = 3.4669243\ x\ 10^{10}$$

$$Pc = \frac{\pi^2\ x\ 3.4669243\ x\ 10^{10}}{(564)^2} = 1075.69\ Tn$$

$$\delta ns = \frac{Cm}{1-\frac{Pu}{.75Pc}} = \frac{1.0}{1-\frac{242}{.75\ x\ 1075.69}} = 1.43 \Rightarrow \delta ns = 1.43$$

$$Muc = \delta ns\ Mu = 1.43\ x\ 18.3 = 26.17\,t-m \qquad Muc = 26.17\,T-m$$

$$Solicitaciones\ Finales: \begin{cases} Muc = 26.17Tm \\ Pu = 242.0Tn \end{cases}$$

$$Mu_2\min = Pu\,(1.5+.03h) = 242\,(1.5+.03\ x\ 60) = 7.99\ t-m < Muc$$

Diseño:

$$\circ)\ e = \frac{Muc}{Pu} = \frac{26.17}{242} = 10.81cm \Rightarrow e/t = \frac{10.81}{60} = .1802 \Rightarrow e/t = .18$$

$$\circ)\ K = \frac{Pu}{Ag} = \frac{242{,}000}{35\,x\,60} = 115.24\ Kg/cm^2 \Rightarrow K = 115.24Kg/cm^2$$

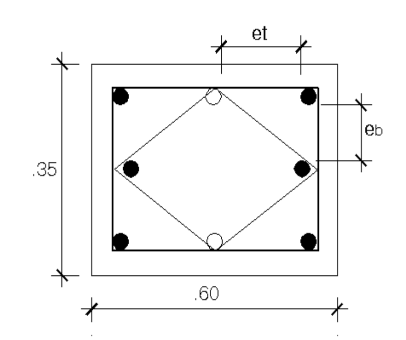
Suponemos Ø1" y estribos Ø3/8", reforzado en las 4 caras ⇒

$dc = 4 + 0.95 + 1.27 = 6.22cm \Rightarrow \gamma = \frac{60-2\ x6.22}{60} = .793 \Rightarrow \gamma = .79$;interpolar para $\gamma = .75 y \gamma = .90$

ρg	.018
ρg	.016
.15	$-.002$
.01	x

$$x = -.005 \Rightarrow \rho g = .018 + (-.0005) = .0175$$

$$\rho_g \Rightarrow A_{ST} = \rho_g\ Ag = .0175\ x\ 35\ x\ 60 = 36.75\ cm^2 <> 6Ø1 + 2Ø3/4"\ (36.28cm2)$$

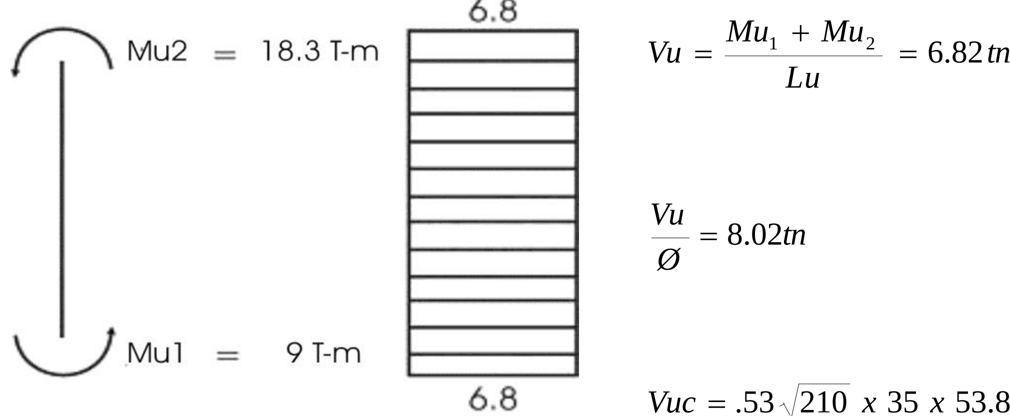


$e_b = 8.74$ > 4 cm.
> 1.5 $Ø_L$
> 1.33 t.m.a.g.

e_t = 21.54 >> 4 cm , 1.5 $Ø_L$, 1.33 t.m.a.g.

$$\left.\begin{aligned} Por\ confinamiento: S &= 16x1.91 = 30.56 \\ &= 48\ x\ .95 = 45.6 \\ &= 35 \end{aligned}\right\} \quad \underline{S = 30cm}$$

.) Diseño por corte:



$$Vu = \frac{Mu_1 + Mu_2}{Lu} = 6.82tn$$

$$\frac{Vu}{Ø} = 8.02tn$$

$$Vuc = .53\sqrt{210}\ x\ 35\ x\ 53.85 = 14.5Tn$$

$$\Rightarrow Vuc = 14.5Tn > \frac{Vu}{Ø} = 8.02tn\ (no\ necesitamos\ estribo\ por\ corte)$$

$$Si\ Vuc < \frac{Vu}{Ø} \Rightarrow \text{Si necesitamos estribos por corte, por lo tanto:}$$

$$Vu' = \frac{Vu}{Ø} - Vuc \Rightarrow S = \frac{Avfyd}{Vu'}$$

Nota: Si en el cálculo no sale refuerzo por corte, es recomendable colocar estribos: 1@.05, 4@.10 (mínimo), 3@15 y el resto el que sale por confinamiento.

Ejemplo N° 04 Las solicitaciones finales de diseño de una columna circular zunchada son las siguientes. Diseñar dicha columna.

$$Pu = 250Tn \qquad f'c = 280Kg/cm^2$$

$$Muc = 15t - m \qquad fy = 4200Kg/cm^2$$

$$D = 45cm$$

Solución

$$e = \frac{Muc}{Pu} = \frac{15}{250} = 6.0cm \quad , \quad M2\min = 250\ (1.5 + .03\ x45) = 7.12\ \text{t} - \text{m}$$

$$M2\min = 7.12t - m < Muc$$

$$e/D = \frac{6}{45} = .13 = e/D = .13$$

$$K = \frac{Pu}{Ag} = \frac{250{,}000}{\pi\ x\ \frac{45^2}{4}} = 157.19Kg/cm2 \qquad K = 157.19\ Kg/cm^2$$

Considerando Ø 1" y zuncho Ø3/8"=> dc = 6.22

$$\gamma = \frac{45 - 2\ x\ 6.22}{45} = .72$$

ρ_g .60 ________ .021

ρ_g .75 ________ .018

0.15 ________ .003

0.12 ________ $.X = -0.0024$

$$\rho_g = .021 + (-.0024) \Rightarrow \rho_g = .019$$

$$A_{ST} = \rho_g \ Ag = .019 \ x \ \frac{\pi \, x \, 45^2}{4} = 30.22 \ cm^2 \Rightarrow A_{ST} = 30.22 \ cm^2 <> 10\text{Ø}3/4" \ \text{ó} \ 6\text{Ø}1"$$

D = 45 cm.
Zuncho = Ø 3/8”
Ast = 6 Ø 1”

$$D_S = 45 - (4 \ x \ 2 + 2 \ x \ .95 + 2.54)$$
$$D_S = 32.56 cm$$
$$e_b = \frac{\pi D_S - 6\text{Ø}_L}{6} = \frac{\pi \ x \ 32.56 - 6 \ x \ 2.54}{6}$$
$$e_b = 14.51 \ cm \ > 4cm$$
$$> 1.5\text{Ø}_L$$
$$> 1.33 t.m \ a.g..$$

<u>Ejemplo N° 05</u> Se tiene una columna de 40 x 40 cm perteneciente a un pórtico no arriostrado. El elemento está sujeto a las siguientes cargas:

$P_D = 20Tn$	$M_2D = 4.8T - m$	$M_1D = 2.4T - m$	$M_2S = 5.5T - m$
$P_L = 15Tn$	$M_2L = 3.8T - m$	$M_1L = 1.9T - m$	$M_1S = 5.5T - m$
$P_S = 8.0Tn$			

La luz libre de la columna es 4.20m. La distancia entre ejes de columnas es 6.0m. El entrepiso está conformado por 12 columnas y se puede asumir que ΣPu = 10 veces la carga *Pu* de la columna analizada. El elemento esta empotrado en su base hzap=60 cm. y en la parte superior es solidario con dos vigas, una a cada lado, de dimensiones de 40 x 60 cm. Usar *f'c* = 280 Kg/cm2 y *fy* = 4200 Kg/cm2.
Diseñar la sección de la columna y el refuerzo necesario para las siguientes condiciones:

a) Considerando solo cargas de gravedad (desplazamiento lateral se desprecia)
b) Considerando el desplazamiento lateral producido por:
$$U = .75 \, (1.4D + 1.7L + 1.87E)$$
$$U = .9D + 1.43E$$

<u>Solución</u>

A) Considerando solo cargas de gravedad

1. Resistencia a la columna
$$Pu = 1.4D + 1.7L \quad = \ 1.4 \ x \ 20 + 1.7 \ x \ 15 \quad = 53.5 \ Tn$$
$$Mn = 1.4M_{2D} + 1.7M_{2L} \ = \ 1.4 \ x \ 4.8 + 1.7 \ x \ 3.8 \ = 13.18 \ T - m$$

2. Determinación de luc
$$luc = Klu \ \Rightarrow K = f \ (\Psi)$$
$$\Psi_A = \frac{\sum \left(EI/L \right)}{\sum \left(EI/L \right)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Psi_A = 0$$
$$Icol = .70Ig \ = .70 \ x \ \frac{40^4}{12} \ = 149{,}333 cm4$$
$$Iviga = .35Ig = .35 \ x \ \frac{40 \ x \ 60^3}{12} = 252{,}000 cm4$$

- Para una columna interior, asumiendo que está empotrado en su extremo inferior y al superior llegan dos vigas y la columna del siguiente entrepiso.
  Extremo inferior: $\Psi_A = 0$

  Extremo superior: $\Psi_B = \dfrac{\dfrac{E\ x\ 149{,}333}{(480)}x\ 2}{\dfrac{E\ x\ 252{,}000}{(600)}x2} = .74 \Rightarrow \Psi_B = .74$

  Del nomograma de Jackson y Moreland: $K = 1.10 \Rightarrow$
  $luc = Klu = 1.10\ x\ 4.20 \Rightarrow luc = 462cm$

- Para una columna exterior
  Extremo inferior: $\Psi_A = 0$

  Extremo superior: $\Psi_B = \dfrac{\dfrac{E\ x\ 149{,}333}{(480)}x\ 2}{\dfrac{E\ x\ 252{,}000}{(600)}} \Rightarrow \Psi_B = 1.48$

  $Del\ nomograma: K = 1.20 \Rightarrow luc = 1.20\ x\ 4.20 \Rightarrow luc = 504cm$

3) Indice de Esbeltez

$$\frac{Klu}{\gamma} = \frac{462}{.3\ x\ 40} = 38.50 > 22 \Rightarrow \delta ns > 1$$

$$\delta ns = \frac{cm}{1 - \dfrac{Pu}{.75Pc}},\ cm = 1.0\ ,\ Pu = 53.5Tn.$$

$$EI = \frac{.4\ E_C\ Ig}{(1+\beta d)} = \frac{.4\ x\ 15000\sqrt{280}\ x\ 40^4}{12(1+.52)} = 1.4091116\ x\ 10^{10}$$

$$\beta d = \frac{1.4\ x\ 20}{1.4\ x\ 20 + 1.7\ x\ 15} = .52\quad ,\ Pc = \frac{\pi^2\ x\ 1.4091116\ x\ 10^{10}}{(462)^2}$$

$$Pc = 651.6Tn$$

$$\delta ns = \frac{1}{1 - \dfrac{53.5}{.75\ x\ 651.6}} = 1.12 \Rightarrow \delta ns = 1.12 \Rightarrow Muc = 1.12\ x\ 13.18$$

$$\boxed{Muc = 14.76t - m}$$

Diseño: $e = \dfrac{14.76}{53.5} = 27.59cm.\quad (Diseño\ en\ caras\ opuestas)$

∘) $\dfrac{e}{t} = \dfrac{27.59}{40} = .69 \Rightarrow e/t = .69$

∘) $K = \dfrac{Pu}{Ag} = \dfrac{53{,}500}{40\ x\ 40} = 33.44 \Rightarrow K = 33.44Kg/cm^2$

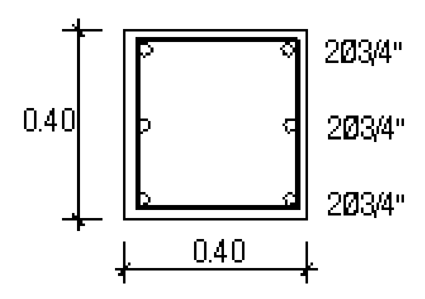
$\gamma = \frac{40 - 2\ x\ 6.22}{40} = .69 \quad \Rightarrow \quad \gamma = .69 \quad fc' = 280\,kg/cm^2$

ρg ________ .012 $\quad \Rightarrow \quad \rho g = .012$

ρg ________ .011

.15 ________ $-.001 \quad As = \rho g Ag = .011\,x\,40\,x\,40 = 17.60\,cm2$

.09 ________ $x = -.0006 \quad A_{ST} = 17.60\,cm^2 \;<>\; 6Ø3/4"\ (17.04\,cm^2)$



Considerando desplazamiento lateral

- **Combinación 1:** $.75\,(1.4D + 1.7L + 1.87E)$

$Pu = .75\,(1.4\,x\,20 + 1.7\ x\ 15 + 1.87\ x\ 8) = 51.35Tn$

$M_1ns = .75\,(1.4\ x\ 2.4 + 1.7\ x\ 1.9) = 4.94t - m.$

$M_2ns = .75\,(1.4\ x\ 4.8 + 1.7\ x\ 3.8) = 9.88t - m.$

$M_1S = .75\,(1.87\ x\ 5.5) = 7.71t - m.$

$M_2S = .75\,(1.87\ x\ 5.5) = 7.71t - m.$

- **Combinación 2:** $0.9D + 1.43E$

$Pu = .90\ x\ 20 + 1.43\ x\ 8 = 29.44\ tn$

$M_1ns = 0.90\ x\ 2.4 = 2.16t - m.$

$M_2ns = 0.90\ x\ 4.8 = 4.32t - m.$

$M_1S = 1.43\ x\ 5.5 = 7.87t - m.$

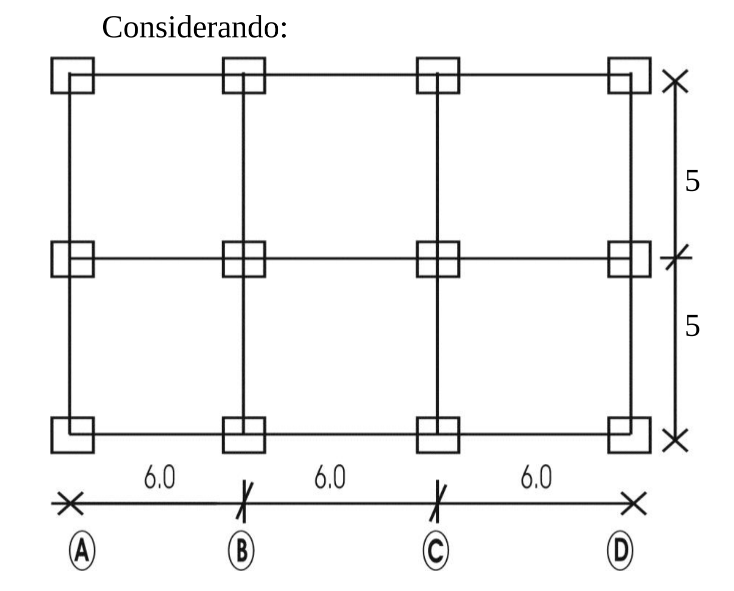
$M_2S = 1.43\ x\ 5.5 = 7.87t - m.$

$\therefore$ La primera combinación de carga es la más crítica y domina el diseño, entonces:

$\delta s = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma Pu}{.75\Sigma Pc}} \quad \Rightarrow \quad \Sigma Pu = 10\,x\,51.35 = 513.5Tn$

$\Sigma Pc = 12\,x\,Pc$

Considerando:



$\beta d = 0 \ (por\ sismo)$

∘) Columnas intermedias:

$$EI = \frac{.40\ x\ 15000\ \sqrt{280}\ x\ 40^4}{12\ (1+0)}$$

$$EI = 2.1418496\ x\ 10^{10}$$

$$Pc = \frac{\pi^2\ x\,2.1418496\ x10^{10}}{(462)^2}$$

$$Pc = 990.40\,Tn$$

- Columnas Ejes (A) y (D)

$$EI = 2.1418496\,x10^{10}$$

$$Pc = \frac{\pi^2\ x\ 2.1418496\ x10^{10}}{(504)^2} \Rightarrow Pc = 832.2Tn$$

$$\Sigma Pc = 6\,x990.4 + 6\ x\ 832.2 = 10{,}935.6\ Tn$$

$$\Rightarrow \delta s = \frac{1}{1 - \frac{513.5}{.75\ x\ 10{,}935.6}} = 1.07 \ \Rightarrow Ms = 1.07\ x\ 7.71 = 8.25t - m$$

$$\underline{Ms = 8.25t - m.}$$

$$\therefore M_C = 9.88 + 8.25 = 18.13 \ \Rightarrow \underline{Mc = 18.13\ t - m.}$$

Diseño: (refuerzo en caras opuestas)

$$\circ)\ e = \frac{18.13}{51.35} = 35.31 \Rightarrow e/t = \frac{35.31}{40} = .88$$

$$e/t = .89 \quad , \quad \gamma = .69, \quad K = \frac{51{,}350}{40x40} = 32.09Kg/cm^2$$

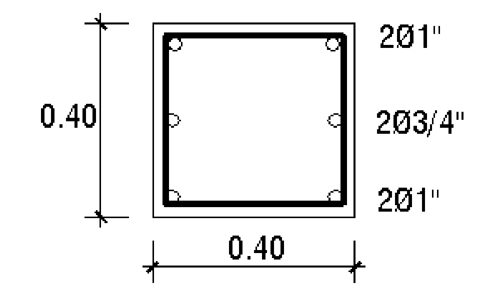
$fc' = 280Kg/cm2$, $fy = 4200\,Kg/cm^2$, int*erpolando para* $\gamma = .60\ y\ \gamma = .75$

ρg ___________ .017

ρg ___________ .015

.15 __________ $-.002$

.09 _______ $X = -.0012$

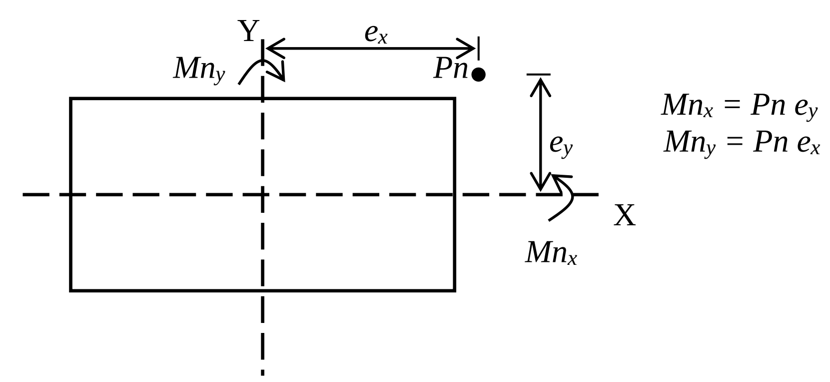


$$\rho_g = .017 + (-.0012) = .0158$$

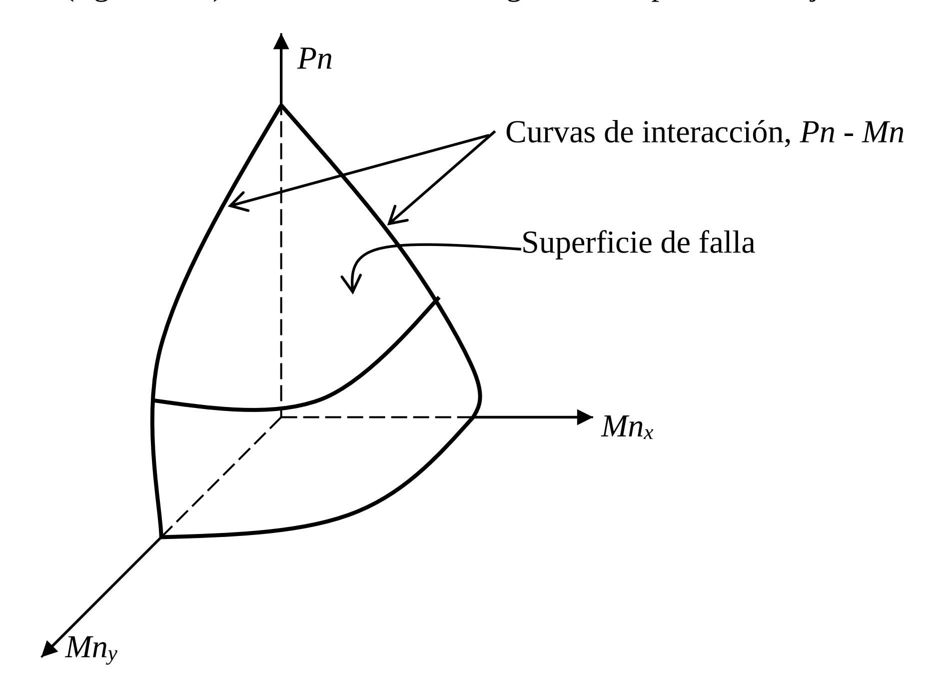
$As = \rho_g A_g = .0158\ x\,40\,x\,40 = 25.28\ cm^2 \quad <> 4\,Ø\,1" + 2\,Ø\,3/4" (26.08\,cm^2)$

7.7. FLEXO COMPRESIÓN BIAXIAL[58].

Las columnas sometidas a flexo compresión biaxial se ubican generalmente en las esquinas de las edificaciones. Su carga axial tiene excentricidad respecto al eje X y al eje Y, como se muestra en la (fig. VII-12). La falla de estos elementos es función de tres variables: Carga axial, momento en la dirección X, y momento en la dirección Y, por lo que el diagrama de interacción deja de ser una curva para transformarse en una superficie como la mostrada en la (fig. VII-13). La interacción de dicha superficie con el plano Pn - Mn_x corresponde al diagrama de interacción de una columna sometida a flexión uniaxial en la dirección X y la intersección con el plano $Pn – Mn_y$ .corresponde al diagrama de interacción con flexión solo alrededor de Y.



(fig. VII-12): Extremidad de la carga axial respecto a los ejes X e Y



(Fig. VII-13): Superficie de interacción de una columna sometida a flexión biaxial.

Es difícil realizar el análisis y diseño de secciones de columnas con flexión biaxial, debido a que se necesita un procedimiento de pruebas y ajustes para encontrar la inclinación y profundidad del eje neutro que satisfaga las ecuaciones del equilibrio. Por lo general, el eje neutro no es perpendicular a la excentricidad resultante.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

ºEs posible determinar una serie de puntos y establecer la superficie de interacción. Para ello se asume un eje neutro con una inclinación a respecto al eje centroidal y una distribución de deformaciones en la sección como se muestra en la (fig. VII-14). Con las deformaciones asumidas, se calculan los esfuerzos en el concreto y el acero, las fuerzas en ellos y finalmente por equilibrio se determinan la carga axial y el momento resistente, en X y en Y, de la sección. Este procedimiento se repite considerando otra distribución de deformaciones y otra inclinación del eje neutro respecto al eje centroidal. Como se puede apreciar, este proceso es laborioso y no es práctico

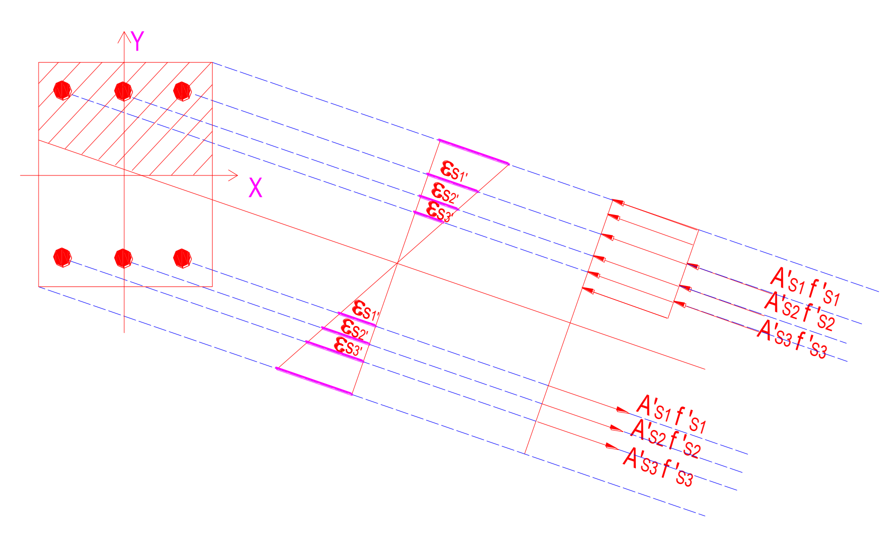


Fig (VII-14): Esfuerzos y deformaciones en una sección de un columna sometida a flexión biaxial.

Para simplificar el diseño se han propuesto métodos a través de los cuales se puede estimar la capacidad resistente de una sección determinada sometida a flexión biaxial sin necesidad de conocer la superficie de interacción de la columna. El primero se denomina método de la carga recíproca o de Bresler, en honor a quien lo propuso: Boris Bresler y el segundo es el método del contorno de carga, desarrollado por Parme, Nieves y Gouwens. En este libro sólo nos limitaremos al primer método.

Método de Bresler o de la carga recíproca.

Es un método de diseño simple y aproximada, desarrollado por Bresler, se verifico satisfactoriamente mediante comparaciones con resultados de gran cantidad de ensayos de cálculos precisos.

La ecuación de la carga inversa de Bresler es la siguiente:

$$\frac{1}{Pi} = \frac{1}{Pnx} + \frac{1}{Pny} - \frac{1}{Po}$$

Donde: Pi = Carga axial nominal aproximada bajo excentricidad e_x y e_y.
Pnx = Carga axial nominal bajo excentricidad e_y en una sola dirección.
Pny = Carga axial nominal bajo excentricidad e_x en una sola dirección.
Po = Carga axial nominal bajo excentricidad nula.

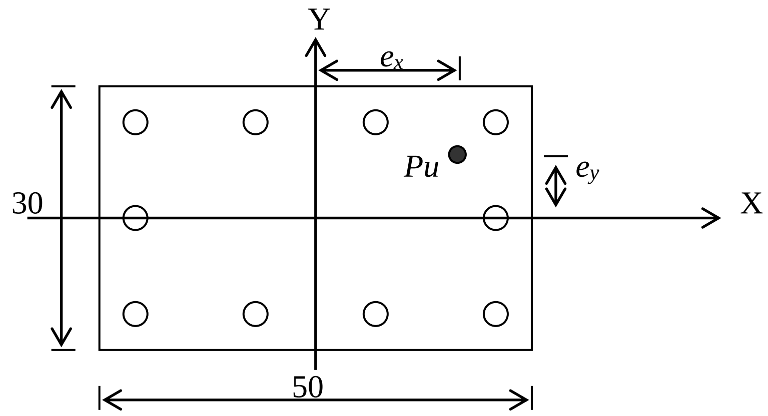
La expresión anterior permite estimar con precisión suficiente la resistencia de la columna sometida a flexo compresión biaxial. Esta relación se puede transformar, para cargas últimas, en:

$$\frac{1}{\Phi Pi} = \frac{1}{\Phi Pnx} + \frac{1}{\Phi Pny} - \frac{1}{\Phi Po}$$

Para el diseño, *Pnx* y *Pny* se determinan de los diagramas de interacción para flexión en un sentido y Po se determina a través de la expresión:

$Po = 0.85\,(0.85\,f'c\,Ag + As_T\,fy)$ Columna zunchada.
$Po = 0.80\,(0.85\,f'c\,Ag + As_T\,fy)$ Columna estribada.

Ejemplo N° 01.- La columna de 30 x 50 cm., que aparece en la figura adjunta está reforzada con 10 Ø 1" distribuidos alrededor del perímetro de la columna. Se va aplicar una carga mayorada Pu = 115 Tn., con excentricidad *ey* = 7.5 cm., *ex* = 15 cm., como se ilustra. La resistencia de los materiales son *f'c* = 280 Kg./cm². y *fy* = 4200 Kg./cm². ¿Verifique si el diseño tentativo es el adecuado? (*dc = d' = ds* = 6.22)



Solución

- En la dirección X-X:

$$\gamma = \frac{50 - 2\times 6.22}{50} = 0.75 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 0.75 \;\; ; \;\; \frac{e_x}{h} = \frac{15}{50} = 0.30 \quad , \quad \rho_g = \frac{51.0}{30\times 50} = 0.034$$

Entramos al nomograma con: $\rho_g = 0.034$, $e_x/h = 0.30$, para $\gamma = 0.75$ y $f'c = 280$ Kg./cm².

$\Rightarrow$ $K = Pu_x/A_g = 125$. $\Rightarrow$ $Pu_x = 125 \times 30 \times 50 = 187.5$ Tn.

$Pu_x = 187.5$ Tn.

- En la dirección Y-Y:

$$\gamma = \frac{30 - 2\times 6.22}{30} = 0.58 \quad , \quad tomar \;\; \gamma = 0.60 \;\; , \;\; \frac{e}{b} = \frac{7.5}{30} = 0.25 \quad , \quad \rho_g = 0.034$$

$\Rightarrow$ K = $Pu_y/A_g = 130$. $\Rightarrow$ $Pu_y = 130 \times 30 \times 50 = 195.0$ Tn.

$Pu_y = 195.00$ Tn.

- La resistencia a la compresión pura es:

$Po = 0.80\,(0.85\,f'c\,Ag + As_T\,fy) = 0.80\,(0.85 \times 280 \times 1500 + 51 \times 4200)$

$Po = 456.96$ Tn.

(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{Pi} = \frac{1}{187.5} + \frac{1}{195.0} - \frac{1}{456.96}$$

$Pi = 120.87$ Tn. $>$ $Pu = 115$ Tn.

Por lo tanto el área de acero tentativo es el correcto.

Nota: Si $Pi \geq Pu$, significa que el área de acero es el correcto.
$Pi < Pu$, se debe probar con una nueva área de acero.

Se recomienda un error: hasta 500 Tn. -----------> error = 15 %
500 – 1000 Tn. -----------> error = 10 %
> 1000 Tn. -----------> error = 5 %

Ejemplo N° 02.- Diseñar una columna de sección rectangular sometida a las siguiente cargas:

$Pu = 120$ Tn — $b \times t = 35 \times 45$ cm.
$Mu_x = 22.5$ t-m. — $f'c = 280$ Kg./cm^2.
$Mu_y = 15.5$ t-m. — $fy = 4200$ Kg./cm^2.

Solución

1) Suponemos As = 6 Ø 1" + 2 Ø ¾" y estribos Ø 3/8" $\Rightarrow$ dc=6.22, $As = 36.28$ cm^2. que pueden distribuirse así:

$$\rho_g = \frac{As}{Ag} = \frac{36.28}{35 \times 45} = 0.023$$

2) Cálculo de los Pu_x , Pu_y y Po

- En la dirección X-X:

$$\gamma = \frac{45 - 2 \times 6.22}{45} = 0.72 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 0.72$$

$$\frac{Mu_x}{A_g h} = \frac{22.5}{35 \times 45 \times 45} = 31.75$$

Entramos al nomograma con $\rho_g = 0.023$, $Mu_x/A_g h = 31.75$, e interpolando para $\gamma = 0.60$ y $\gamma = 0.75$

$Kx_{0.60}$ ------------ 100 — x = 16 $\Rightarrow$ $Kx = 100 + 16 = 116$
$Kx_{0.75}$ ------------ 120 — $Kx = 116$
0.15 ------------ 20
0.12 ------------ x — $Pu_x/A_g = Kx \Rightarrow Pu_x = Kx\, A_g$.

$Pu_x = 116 \times 35 \times 45 \quad \Rightarrow \quad Pu_x = 182.7$ Tn.

- En la dirección Y-Y :

$$\gamma = \frac{35 - 2\times 6.22}{35} = 0.64 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 0.64$$

$$\frac{Mu_y}{A_g h} = \frac{15.5}{35\times 45\times 35} = 28.12$$

Interpolando tenemos:

$Ky_{0.60}$ ------------ 130 x = 2.67 $\Rightarrow$ Ky = 130 + 2.67 = 132.67
$Ky_{0.75}$ ------------ 140 Ky = 132.67 Kg./cm^2.
0.15 ------------ 10
0.12 ------------ x $Pu_y/A_g = Ky \Rightarrow Pu_y = Ky\, A_g$.

Pu_y = 132.67 x 35 x 45 $\Rightarrow$ Pu_y = 208.96 Tn.

- La resistencia a la compresión pura es:

$Po = 0.80\ (0.85\, f'c\, Ag + As_T\, fy)$ = 0.80 (0.85 x 280 x35 x 45 + 36.28 x 4200)

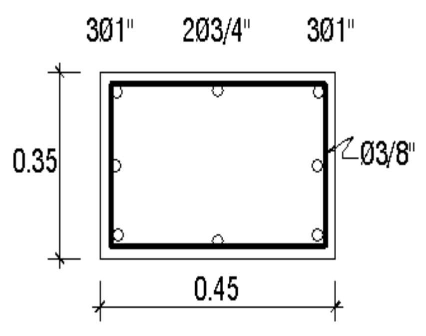
Po = 421.78 *Tn.*

3) Aplicando la ecuación de Bresler tenemos:

$$\frac{1}{Pi} = \frac{1}{Pu_x} + \frac{1}{Pu_y} - \frac{1}{Po} = \frac{1}{182.7} + \frac{1}{208.96} - \frac{1}{421.78}$$

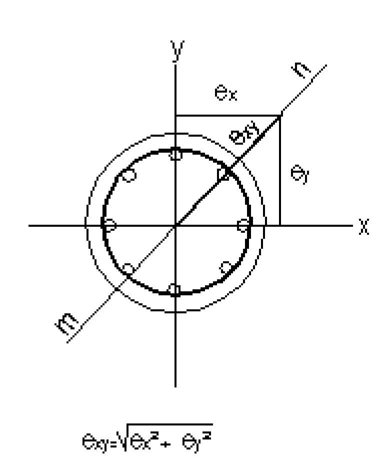
Pi = 126.77 Tn. > *Pu* = 120 Tn.

Por lo tanto, según el método de Bresler, la columna es capaz de resistir las cargas aplicadas.



CASO DE COLUMNAS CIRCULARES:

El comportamiento de la sección circular y con refuerzo en corona circular, la ubicación del plano de la flexo-compresión puede ser cualquiera, el comportamiento del refuerzo es el mismo,lo que no ocurre con la sección rectangular o cuadrada.
Este caso es el más sensillo,y se calcula como si fuera flexo-compresión plana, con una excentricidad e_{xy}.



(57) BLANCO B.Antonio.Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado.pág.238 y 243.

(52) HARMSEN ,Teodoro E.Diseño de estructuras de concreto armado.pág.245 y 250.

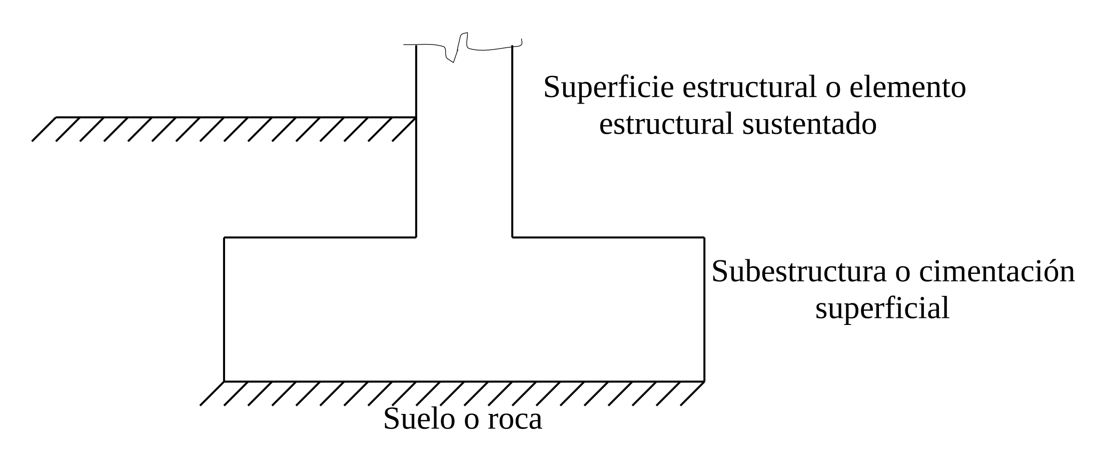
VIII. Cimentaciones

8.1. INTRODUCCIÓN.

Se llama cimentación al elemento estructural que trasmite las cargas de las columnas y muros al terreno. La resistencia del suelo es menor que la resistencia del concreto, por ello, la cimentación tiene mayor área que su respectiva columna o muro para así reducir los esfuerzos que se trasmiten al terreno.

Las cimentaciones son la base de una estructura y están comprendidas entre la parte superior o súper-estructura y el suelo o roca que le sirve de base de apoyo. El terreno debe trabajar bajo una carga tal que no se altere su estado de equilibrio, o sea, que no se produzcan deformaciones o asentamientos perceptibles que repercutan en los diferentes elementos de la estructura. Si una columna se asienta más o menos que otra adyacente, la diferencia genera esfuerzos que pueden ocasionar daños en los elementos estructurales y no estructurales.

Para limitar los asentamientos, es necesario (1) Trasmitir la carga de la estructura hasta un estrato de suelo que tenga la resistencia suficiente, y (2) Distribuir la carga sobre un área suficientemente grande de este estrato para minimizar las presiones de contacto. Si no se encuentran suelos adecuados justo debajo de la estructura, es necesario recurrir a cimentaciones profundas como pilotes o pilas para trasmitir la carga hasta estratos más profundos y de mayor firmeza. Si existe un suelo satisfactorio inmediatamente debajo de la estructura, es suficiente distribuir la carga mediante zapatas u otros medios. Estas subestructuras se conocen como cimentaciones superficiales y es precisamente este tipo de cimentaciones el que se analizará en este capitulo(59).



La carga de trabajo del terreno debe determinarse por medio de experiencias y sondajes a cargo de un especialista en mecánica de suelos. En la tabla (VIII-1) se presentan algunos valores aproximados de la carga de trabajo para diferentes tipos de terreno. Estos se utilizan solo para diseños preliminares(60).

TIPO DE SUELO	σ_{at} (Kg./cm^2.)
1. Rocas macizas: Granito, diorita, gneis.	100
2. Rocas laminares: Esquistos, pizarra.	40
3. Rocas sedimentarias: Caliza arenisca.	15
4. Cascajo, gravas o gravas arenosas (GW ó GP)	

- compactas.	5.00
- mediamente compactas (Lima).	4.00
- Sueltas.	3.00
5. Arenas o arenas con grava bien graduadas (SW).	
- Compactas.	3.75
- Mediamente compactas.	3.00
- Sueltas.	2.25
6. Arenas o arenas con grava mal graduadas (SP).	
- compactas.	3.00
- mediamente compactas.	2.50
- Sueltas.	1.75
7. Gravas sienosas o gravas –areno-sieno (GM).	
- compactas.	2.50
- mediamente compactas.	2.00
- Sueltas.	1.50
8. Arenas sienosas o areno sieno (SM).	2.00
9. Gravas arcillosas o arenas arcillosas (GC-SC).	2.00
10. Suelos inorgánicos, sienos, arenas finas (ML-CL)	1.00
11. Arcillas inorgánicas plásticas, arenas diatomiceas, sienos elásticos (CH-MH).	1.00

Tabla VIII-1.- Cargas de trabajo para diversos tipos de suelo.

8.1.1. Tipos de Cimentaciones([61]).

Las cimentaciones superficiales pueden clasificarse como cimentaciones para muros y cimentaciones para columnas. Los esquemas en planta de los tipos más comunes se presentan en la figura (VIII-1).
Una cimentación para muro consiste en una franja de concreto reforzado más ancha que el muro y que distribuye su presión.

Las zapatas para columnas individuales son por lo general cuadradas, algunas veces rectangulares y representan el tipo de cimentación más sencillo y económico. Su utilización para columnas exteriores tiene algunas dificultades si los derechos de propiedad impiden la utilización de zapatas que se extiendan más alla de los muros exteriores. En este caso, se utilizan zapatas combinadas o zapatas conectadas para permitir el diseño de una zapata que no se extienda más alla del muro o columna.
Las zapatas combinadas para dos o más columnas se utilizan también para columnas interiores con cargas considerables y poco espaciadas entre si, donde las zapatas individuales, si se hicieran, quedarían casi totalmente traslapadas.

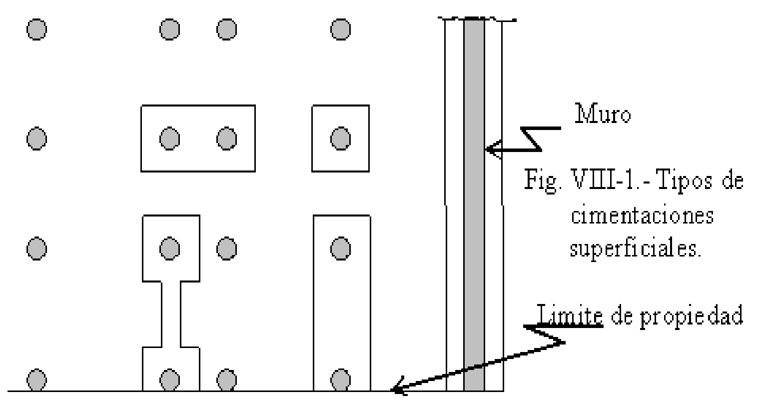


Fig. VIII-1.- Tipos de cimentaciones superficiales.

Las zapatas individuales y las zapatas combinadas para columnas son los tipos de cimentaciones superficiales más utilizados en suelos con capacidad razonable de carga. Si el suelo es blando o las cargas de las columnas son grandes, las áreas requeridas para las zapatas son tan grandes que se convierten en antieconómicas; en este caso, a menos que las condiciones del suelo exijan una cimentación profunda, se adopta una solución consistente en una losa de cimentación o en una cimentación flotante. Este tipo de cimentación consta de una losa maciza de concreto reforzado que se extiende bajo todo el edificio y que, en consecuencia, distribuye la carga de la estructura sobre la máxima área disponible. Esta cimentación, gracias a su propia rigidez también minimiza los asentamientos diferenciales. En su forma más sencilla, consta de una losa de concreto reforzado en las dos direcciones. Una forma que proporciona mayor rigidez consiste en una losa de entrepiso invertida y conformada por vigas secundarias y principales.

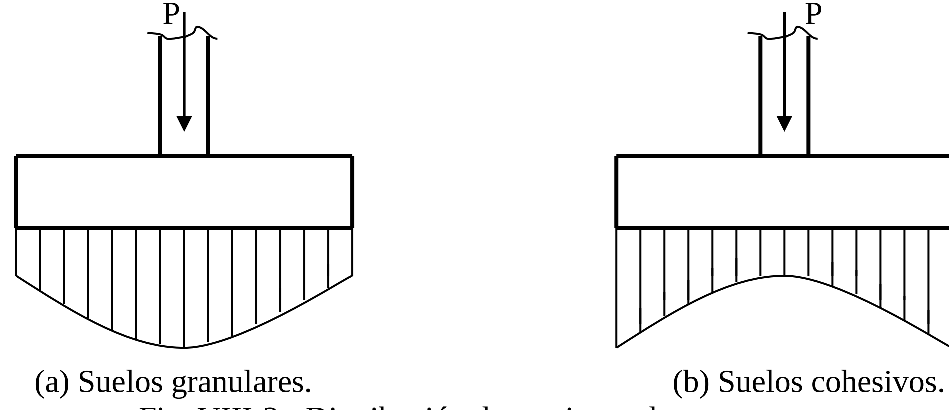
Generalmente cuando el área de cimentación es mayor al 50% del área disponible, se emplea losa de cimentación y si es menor al 50% del área disponible, se emplean cimentaciones profundas.

En conclusión diríamos que el tipo de cimentación apropiado para cada situación depende de varios factores, entre los cuales se tiene:

1. La resistencia y compresibilidad de los estratos del suelo.
2. La magnitud de las cargas de las columnas.
3. La ubicación de la napa freática.
4. La profundidad de cimentación de las edificaciones vecinas.

8.1.2. Presión del suelo.

Cada tipo de terreno tiene sus característica propias y reacción ante cargas externas de distintos modos. Algunos de los factores que influyen en la distribución de la reacción del terreno son: La flexibilidad de cimiento al suelo, el nivel de cimentación y el tipo de terreno. Por ejemplo en la fig. VIII-2, se presenta la distribución de la presión para dos tipos de suelos: Granular y cohesivo.



(a) Suelos granulares. (b) Suelos cohesivos.

Fig. VIII-2.- Distribución de presiones de contacto

En el terreno granular se aprecia que la presión en los bordes de la cimentación es menor que en la zona central debido a la presión ejercida por las cargas aplicadas tiende a desplazar el suelo en los extremos lo cual disminuye la reacción. Este desplazamiento depende de la profundidad de cimentación. Si

esta es elevada, la fuerza ejercida por el peso propio del terreno impedirá que el suelo se desplace. En el suelo cohesivo por el contrario, la presión en los bordes de la cimentación es mayor que en la sección central. El suelo que circunda el área cargada ejerce una fuerza de soporte sobre ella por efecto de la cohesión y por ello la reacción se incrementa.

En el diseño, no es practico considerar la distribución real de la reacción del suelo, por lo que se asume dos hipótesis básicas:
1. La cimentación es rígida.
2. El suelo es homogéneo, elástico y aislado del suelo circundante.

Estas suposiciones conllevan a que la distribución de la reacción del suelo, frente a las cargas transmitidas por la columna sea lineal, consideraciones que ha demostrado dar resultados conservadores, excepto en terrenos cohesivos como limos o arcillas plásticas.

8.2. CIMIENTOS CORRIDOS.

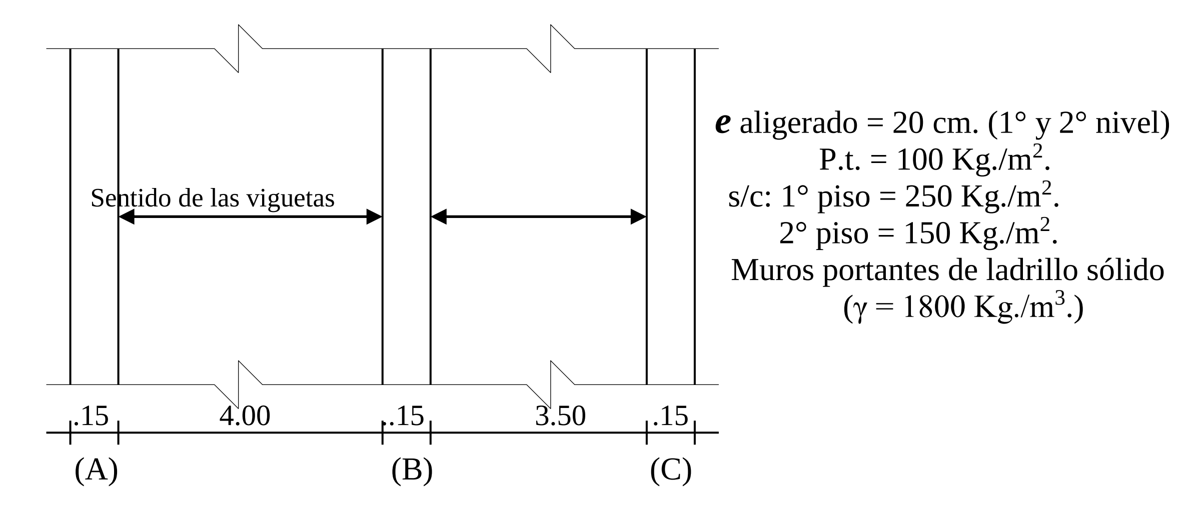
Las zapatas de muros pueden ser de concreto simple o de concreto armado, dependiendo de la magnitud de los esfuerzos a los que se encuentran sometidos. Por lo general, los muros de albañilería no portante tienen cimentación de concreto simple, mientras que los muros portantes, de concreto o albañilería, utilizan zapatas de concreto armado, sobre todo en terrenos de mala calidad.

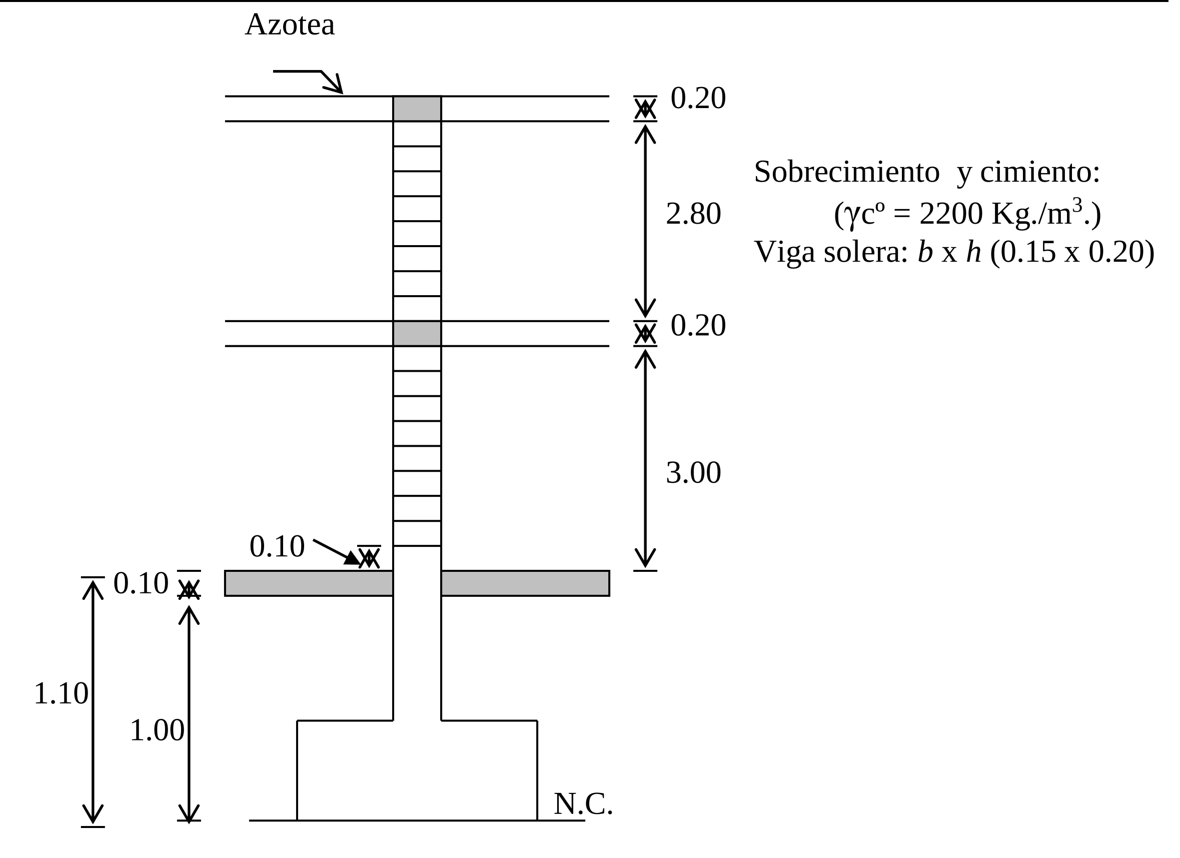
Los cimientos de muros son elementos que trabajan básicamente en una dirección, presentándose los esfuerzos, principales perpendiculares al muro. En este tipo de cimentación, sólo se analiza la flexión y corte en esta dirección y no se chequea corte por punzonamiento.

Dado que el terreno de fundación generalmente se encuentra a una profundidad de 1.00 m., es usual considerar cimientos de 50 a 60 cm. de altura y sobrecimientos de 40 ó 50 cm., ubicados por encima del cimiento. Si el muro es de ladrillo, es recomendable que los sobrecimientos se continúen 10 ó 20 cm. sobre el nivel del piso terminado, con el fin de proteger al ladrillo del muro del contacto directo con el terreno.

8.2.1. Diseño de cimiento corrido de concreto simple.

Diseñar el cimiento corrido para el eje (B), sabiendo que el nivel para cimentar se encuentra a 1.00 m. bajo el nivel del terreno natural, donde σ_t =1.0 Kg./cm^2.



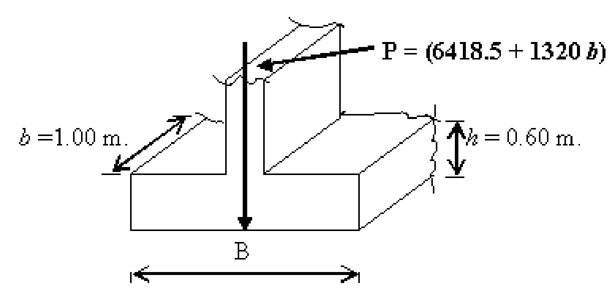


Solución.

1. Peso propio de la losa aligerada:
   1° Piso = 300 x 3.75 x 1.00 = 1125 Kg.
   2° Piso = 300 x 3.75 x 1.00 = 1125 Kg. P_{D1} = 2250 kg.
2. Peso por piso terminado:
   1° Piso = 100 x 3.75 x 1.00 = 375 Kg.
   2° Piso = 100 x 3.90 x 1.00 = 390 Kg. P_{D2} = 765 kg.
3. Peso viga solera:
   1° Piso = 0.15 x 0.20 x 2.40 = 72 Kg.
   2° Piso = 0.15 x 0.20 x 2.40 = 72 Kg. P_{D3} = 144 kg.

4. Peso de los muros (p.e. = 1800 Kg./m^3.)
   1° Piso = 0.15 x 2.90 x 1800 x 1.00 = 783 Kg.
   2° Piso = 0.15 x 2.80 x 1800 x 1.00 = 756 Kg. P_{D4} = 1539 kg.
5. Sobrecarga:
   1° Piso = 250 x 3.75 x 1.00 = 937.5 Kg.
   2° Piso = 150 x 3.90 x 1.00 = 585.0 Kg. P_{L1} = 1522.5 kg.
6. Sobrecimiento:
   Considerando h_{cimiento} = 50 cm. $\Rightarrow$ $h_{s/c}$ = 0.60 m., p.e.c° = 2200 Kg./m^3.
   peso s/c = (0.15 x 0.60) 2200 x 1.00 = 198 Kg. P_{D5} = 198 Kg.
7. Cimiento:
   Peso = (0.60 x *b*) 2200 x 1.00 = 1320 *b* Kg. P_{D6} = 1320 *b* Kg.
   $\therefore$ P_D = 2250 + 765 + 144 + 1539 + 198 + 1320 *b* = (4896 + 1320 *b*) Kg.

   P_D = (4896 + 1320 *b*) Kg.
   P_L = 1522.5 kg.



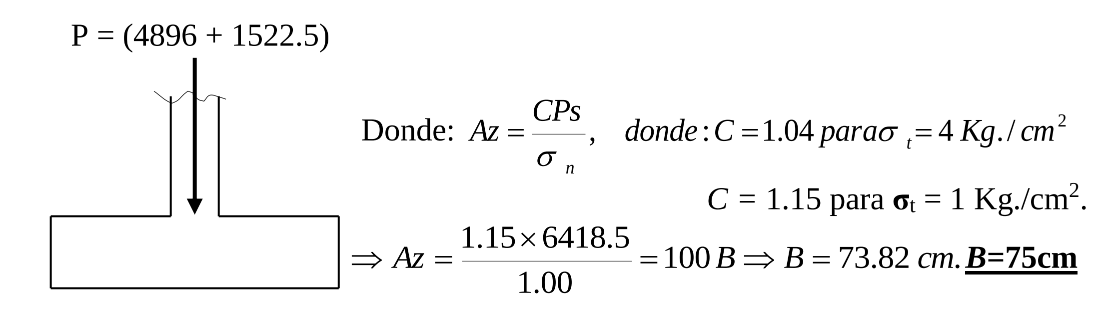
* Dimensionamiento de B:

$$\sigma_t = \frac{P}{Az} = 1.0\ Kg./cm^2 = \frac{6418.50 + 1320b}{B \times 100} \Rightarrow 6418.50 + 1320b = 100B$$

6418.50 + 1320 B = 100 B x 10^2 $\Rightarrow$ B = 0.739 $\Rightarrow$ B = 75 cm.

O también, si no se hubiese considerado el peralte del cimiento, podríamos estimar el peso de la zapata de la siguiente manera:

P = (4896 + 1522.5)



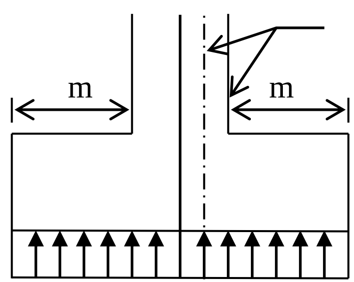
Donde: $Az = \frac{CPs}{\sigma_n}$, $donde: C = 1.04\ para\ \sigma_t = 4\ Kg./cm^2$

C = 1.15 para $\boldsymbol{\sigma}_t$ = 1 Kg./cm^2.

$$\Rightarrow Az = \frac{1.15 \times 6418.5}{1.00} = 100B \Rightarrow B = 73.82\ cm.\ \mathbf{B=75cm}$$

* **Chequeo del peralte.**

1. **Por flexión**.- La sección crítica por flexión se ubica en la cara del muro (elemento sustentado) si dicho muro es de C°. Armado y en la sección que pasa por el punto medio situado entre la cara del muro y el eje del muro si es de mampostería o de C°. Simple.



Secciones críticas

σ_{nu} = Reacción neta de rotura del terreno actua de abajo hacia arriba.

σ_{nu} $\sigma_{nu} = \frac{Pu}{bB}$ (Kg./cm^2.)

Nota : Para calcular σ_{nu} , no se considera el peso propio de la cimentación, pues esto no afecta el diseño por cortante, punzonamiento y flexión.

$$\therefore \quad \sigma_{nu} = \frac{1.4 \times 4896 + 1.7 \times 1522.5}{75 \times 100} = 1.26\ Kg./cm^2 \Rightarrow \sigma_{nu} = 1.26\ Kg./cm^2$$

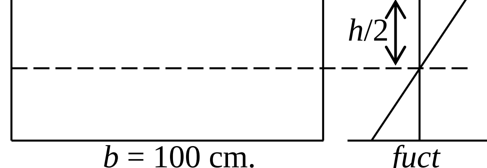
$$Mu = \frac{Wum^2}{2} \text{ (Cuando el muro es de C° Armado)}$$

$$Mu = \frac{Wu(m + e/4)^2}{2} \text{ (Cuando el muro es de mampostería)}$$

$Wu = \sigma_{nu}$ x 100 = 1.26 x 100 = 126 Kg./cm.

$e/4$ =15/4 = 3.75 $\Rightarrow \quad m = \frac{75-15}{2} = 30 \quad \Rightarrow \quad m = 30\ cm.$

$$Mu = \frac{Wu(m+e/4)^2}{2} = \frac{126(30+3.05)^2}{2} = 71{,}760.94 \text{ Kg.-cm}$$



fuct = Esfuerzo último a tracción del c°

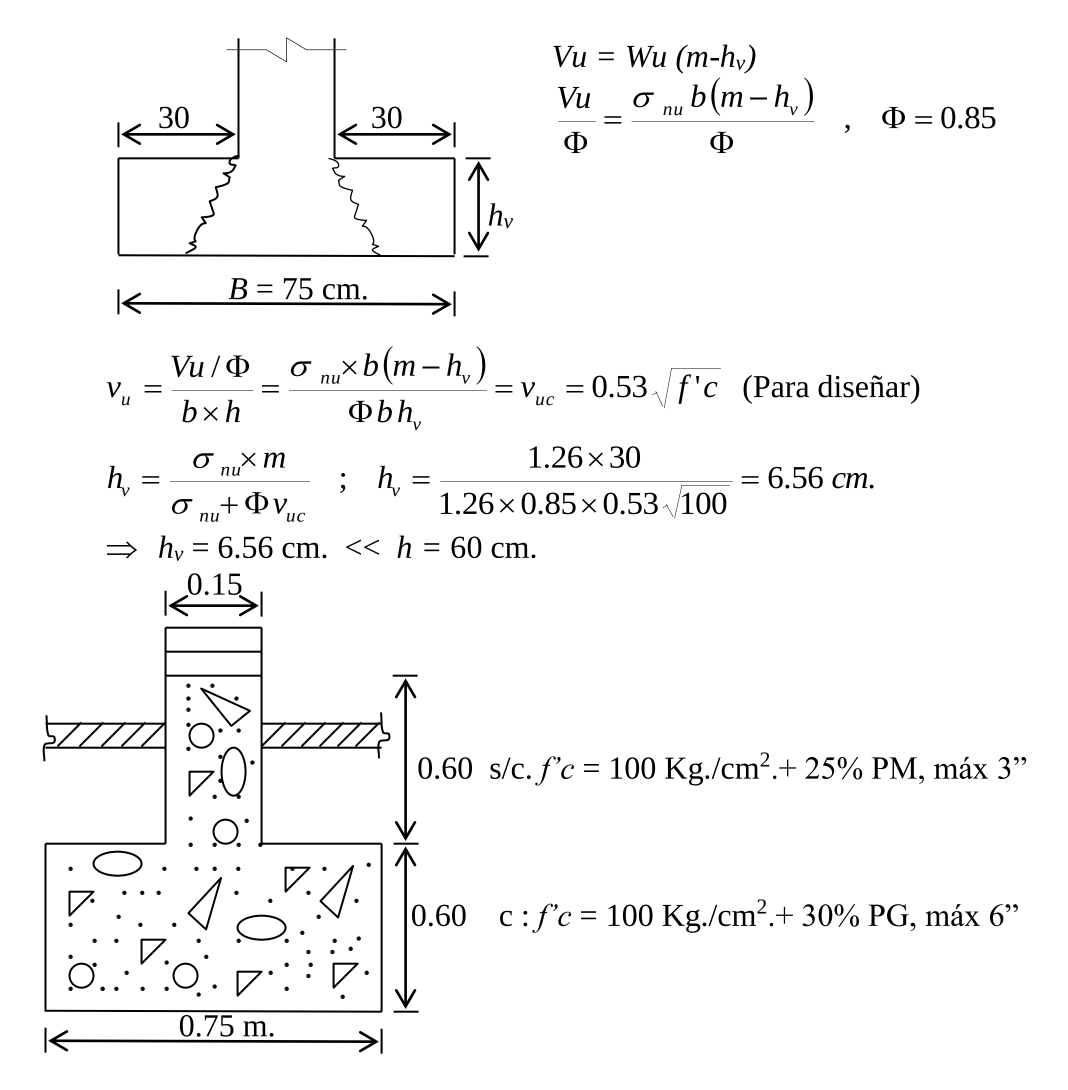
fuct = 1.3 $\sqrt{f'c}$ Kg./cm^2.

$$\sigma = \frac{MY}{I} = fuct = \frac{Mu/\Phi \times h/2}{\frac{bh^3}{12}} = \frac{6\ Mu/\Phi}{bh^2} \quad , \quad \Phi = 0.65$$

$$h = \sqrt{\frac{6\ Mu/\Phi}{bfuct}} = \sqrt{\frac{6 \times 71{,}760.94}{0.65 \times 100 \times 1.3\sqrt{100}}} = 22.57 \quad \approx \quad 25\ cm.$$

h = 25 cm. < h = 60 cm. ----------- OK.

2. **Por Corte**.- La sección critica por cortante se encuentra ubicado a la distancia "*h*" o "*d*" de la cara del elemento sustentado, según se trate de cimentación de C° simple o de C° Armado respectivamente.



$Vu = Wu\ (m-h_v)$

$$\frac{Vu}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu}\, b(m-h_v)}{\Phi} \quad , \quad \Phi = 0.85$$

$$v_u = \frac{Vu/\Phi}{b \times h} = \frac{\sigma_{nu} \times b(m-h_v)}{\Phi\, b\, h_v} = v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c} \quad \text{(Para diseñar)}$$

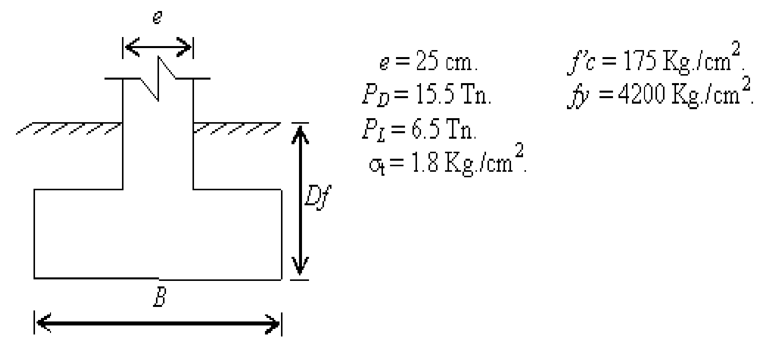
$$h_v = \frac{\sigma_{nu} \times m}{\sigma_{nu} + \Phi v_{uc}} \quad ; \quad h_v = \frac{1.26 \times 30}{1.26 \times 0.85 \times 0.53\sqrt{100}} = 6.56\ cm.$$

$\Rightarrow$ h_v = 6.56 cm. << h = 60 cm.

8.2.2. Diseño de cimientos corridos de concreto armado.

Son similares a los anteriores con la diferencia que se le adiciona refuerzo debido a que el ancho es considerable y por consiguiente sus volados son importantes. En estos casos es usual considerar un refuerzo longitudinal de temperatura que sin embargo a opinión del autor no es estrictamente necesario, dado que el cimiento al estar enterrado no tiene mayores problemas en relación a cambios de temperatura.

Ejemplo.- Diseñar el cimiento corrido de concreto armado, teniendo la siguiente información; el muro es de concreto armado.



Solución

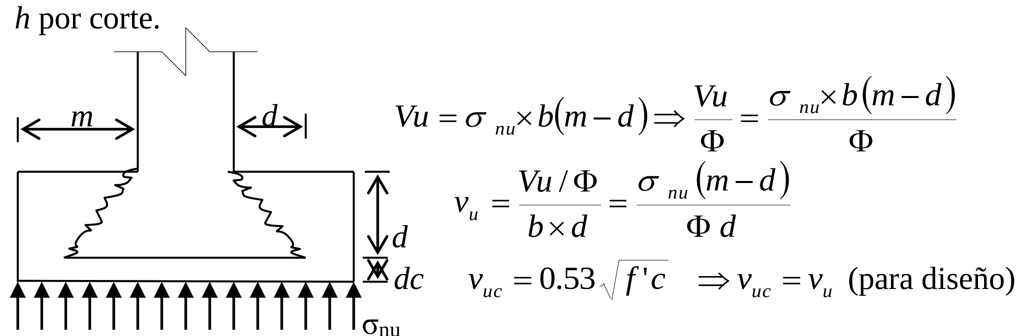
* Dimensionamiento de B $\qquad C = 1.12$

$$\sigma t = \frac{CP}{Az} \Rightarrow Az = B \times 100 = \frac{1.12 \times (15.5 + 6.5)}{1.8} = 136.89\ cm. \Rightarrow \underline{B = 1.40\ m.}$$

* Dimensionamiento de h

$$\sigma_{nu} = \frac{Pu}{Az} = \frac{1.4 \times 15.5 + 1.7 \times 6.5}{100 \times 140} = 2.34\ Kg./cm^2 \Rightarrow \underline{\sigma_{nu} = 2.34\ Kg./cm^2}$$

* h por corte.



$$Vu = \sigma_{nu} \times b(m-d) \Rightarrow \frac{Vu}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} \times b(m-d)}{\Phi}$$

$$v_u = \frac{Vu/\Phi}{b \times d} = \frac{\sigma_{nu}(m-d)}{\Phi\ d}$$

$$v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c} \Rightarrow v_{uc} = v_u \text{ (para diseño)}$$

$$\frac{\sigma_{nu}(m-d)}{\Phi\ d} = v_{uc} \Rightarrow d = \frac{\sigma_{nu} m}{\sigma_{nu} + \Phi v_{uc}} \quad ; \quad m = \frac{B-e}{2} = 57.50\ cm.$$

$$\Rightarrow d = \frac{2.34 \times 57.50}{2.34 + 0.85 \times 0.53\sqrt{175}} = 16.21\ cm.$$

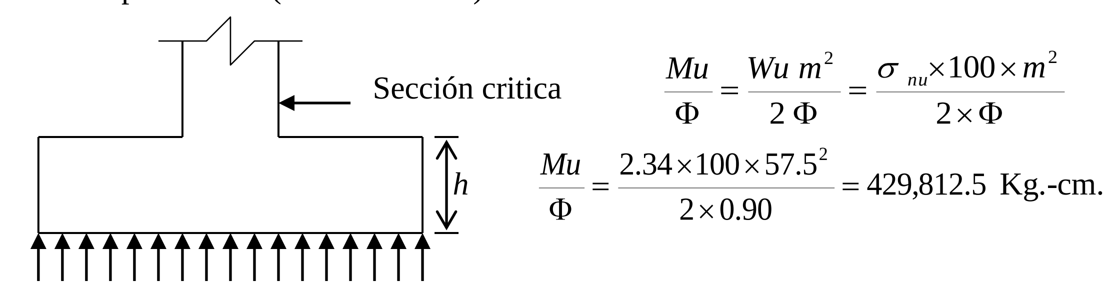
$$dc = r.e. + \frac{\phi_b}{2} \Rightarrow dc = 7.5 + \frac{1.91}{2} = 8.5\ cm.$$

d
r.e. = 7.5 cm.
dc

$h = d + dc = 16.21 + 8.5 = 24.71$ cm.

$\Rightarrow$ <u>h = 25 cm.</u>

* h por flexión (muro de C° A°)



$$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{Wu\ m^2}{2\ \Phi} = \frac{\sigma_{nu} \times 100 \times m^2}{2 \times \Phi}$$

$$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{2.34 \times 100 \times 57.5^2}{2 \times 0.90} = 429{,}812.5 \text{ Kg.-cm.}$$

$$Mn\,\rho_{max} = kbd^2 = \frac{Mu}{\Phi} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{Mu/\Phi}{k\ b}} = \sqrt{\frac{429{,}812.5}{45.29 \times 100}} = 9.74\ cm.$$

$$\therefore \quad h = 9.74 + 8.5 = 18.24 \quad \Rightarrow \quad \underline{h = 20\ cm.}$$

$$\therefore \quad \underline{h = 25.0\ cm.} \quad \Rightarrow \quad \underline{d = 16.50\ cm.}$$

* Diseño del *As*.

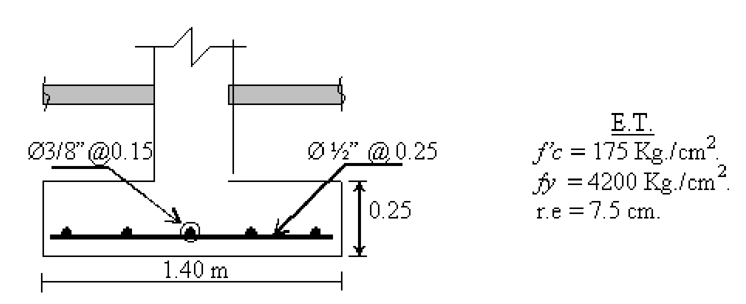
$$As = \frac{Mu/\Phi}{fy\left(d - \frac{a}{2}\right)} \quad , \quad a = \frac{As\ fy}{0.85\ f'c\,b} = 0.2824\,As$$

$$As = \frac{429{,}812.5}{4200\left(16.5 - \frac{a}{2}\right)} \quad \Rightarrow \quad a = 1.86 \qquad \underline{As = 6.57\ cm^2} \qquad a = 1.86$$

<u>*As* = 6.57 cm^2.</u> , $S = \dfrac{100\,Ab}{As}$ $\Rightarrow$ <u>usar Ø ½” @ 0.20</u>

Acero por temperatura:

Asr.c.t = 0.0018 x 100 x *h* = 0.0018 x 100 x 25 = 4.5 cm^2. $\Rightarrow$ <u>usar Ø3/8”@ 0.15</u>



8.3. ZAPATAS AISLADAS.

Las zapatas aisladas son losas rectangulares o cuadradas que sirven de apoyo a las columnas. La losa es constante o variable, disminuyendo hacia los bordes. También pueden ser escalonadas como la presentada en la (fig. VIII-3). En este caso, el elemento debe vaciarse monolíticamente y no por escalones. El peralte mínimo en el borde de una zapata de sección variable es 15 cm.

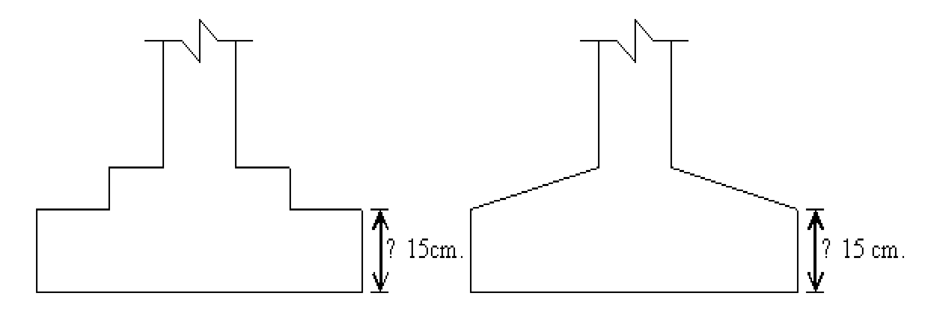


Fig. VIII-3 : Zapatas aisladas de peralte variable.

Las zapatas aisladas son el tipo más usual de cimentación pues son las más económicas. La columna puede ser centrada o excéntrica, aunque el primer caso es más común.
Las zapatas aisladas pueden ser de concreto simple o de concreto armado. Sin embargo, las primeras no se pueden usar ni sobre pilotes ni en zonas sísmicas.

8.3.1. Zapatas aisladas de concreto simple.

Se usan para cimentar columnas de mampostería, de concreto armado, pedestales, etc. Este tipo de estructuras no podrán ser empleadas cuando se apoyan sobre pilotes y su altura mínima será 20 cm.

Para el diseño, por flexión, la sección crítica se ubicará :

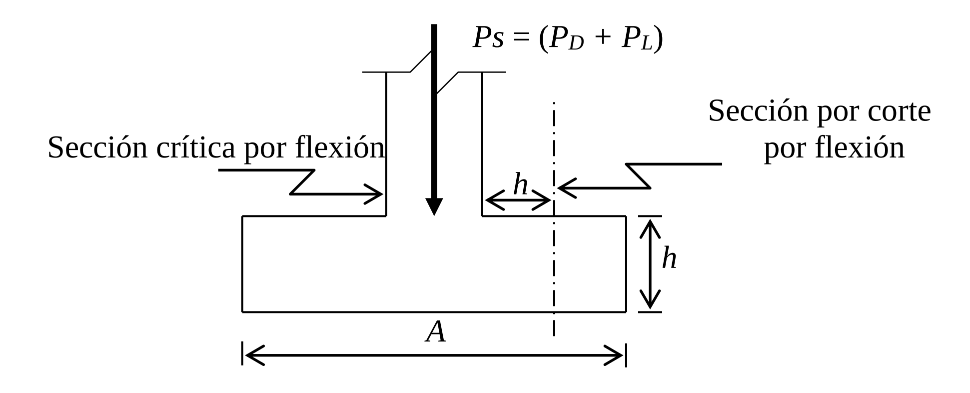
* Para zapatas que sostienen columnas de mampostería o de concreto armado, en la cara del elemento sustentado.
* Para zapatas que sostienen columnas con planchas de base, la sección crítica esta ubicada al centro entre el borde de la plancha de base y la cara de la columna.

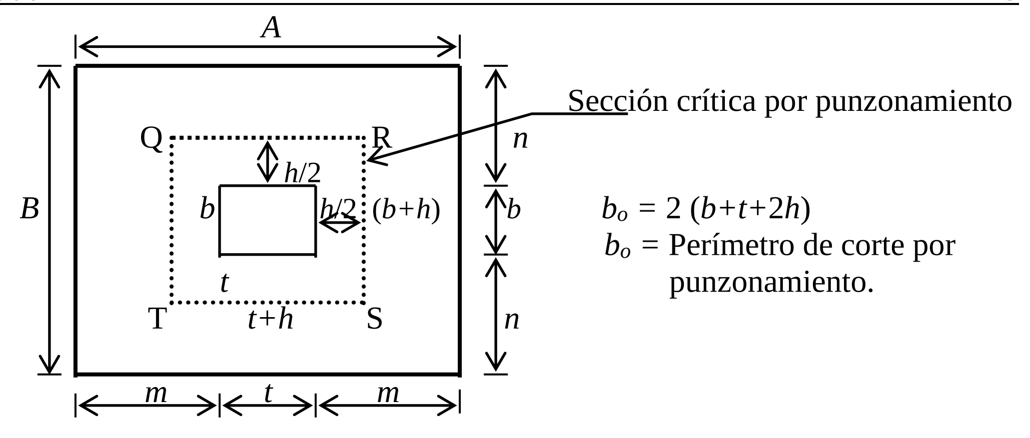
La resistencia al corte en zapatas de concreto simple se verificará.

* Corte por flexión, la sección crítica se ubica a la distancia *h* de la cara de la columna.

* Corte por punzonamiento, la sección crítica se ubica a *h*/2 de la cara de la columna.

La columna o pedestal de sección circular o poligonal podrán ser considerados como elementos de sección cuadrada para ubicar con mayor facilidad las secciones críticas para el diseño de zapatas por corte y flexión.

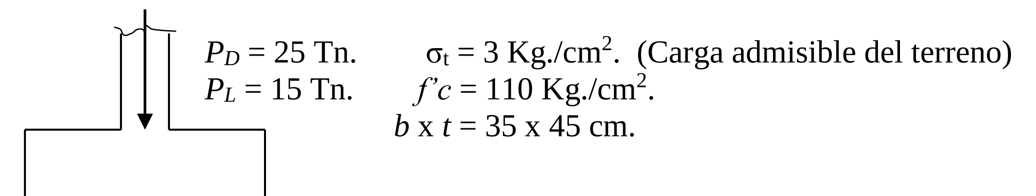




b_o = 2 (*b*+*t*+2*h*)

b_o = Perímetro de corte por punzonamiento.

Ejemplo: Diseñar la zapata aislada de concreto simple.



P_D = 25 Tn. σ_t = 3 Kg./cm^2. (Carga admisible del terreno)

P_L = 15 Tn. *f'c* = 110 Kg./cm^2.

b x *t* = 35 x 45 cm.

<u>Solución</u>

1) Dimensionamiento en planta.

$$Az = \frac{c\,Ps}{\sigma_t}\ ,$$

1 Kg./cm^2.-------- 1.15 X = -0.07 $\Rightarrow$ <u>*c* = 1.08</u>

<u>4 Kg./cm^2. ------- 1.04</u>

3 -------- 0.11

2 --------- X

$$\Rightarrow \quad Az = \frac{1.08\,(25+15)}{3} = 14{,}400 \ \text{cm}^2.$$

$$A = \sqrt{Az} + \frac{1}{2}(t-b) = \sqrt{14{,}400} + \frac{1}{2}(45-35) = 125$$

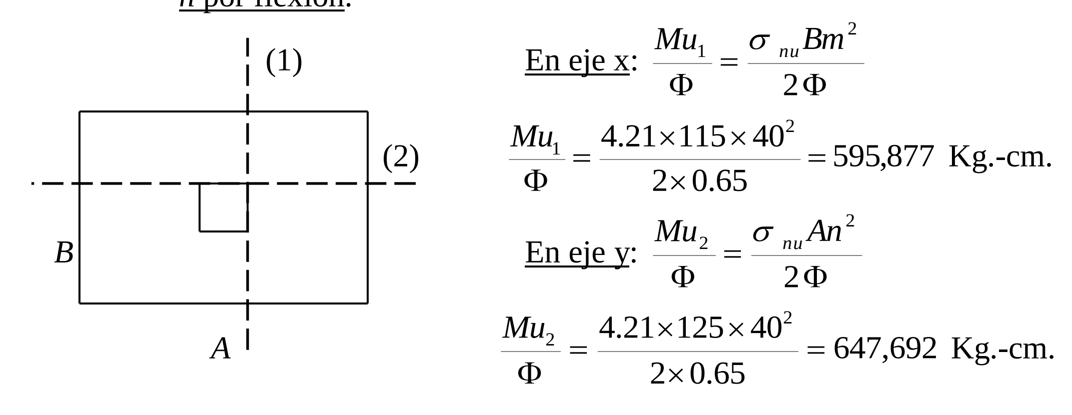
$$B = \sqrt{Az} - \frac{1}{2}(t-b) = \sqrt{14{,}400} - \frac{1}{2}(45-35) = 115$$

A = 1.25 m. **B = 1.15 m.** $m = n = \dfrac{1.25-0.45}{2} = 0.40\ m$, <u>$m = n = 40\ cm.$</u>

2) Diseño del peralte.

$$\sigma_{nu} = \frac{Pu}{Az} = \frac{1.4\times 25 + 1.7\times 15}{125\times 115} = 4.21 \ \text{Kg./cm}^2.$$

* <u>*h* por flexión</u>.



<u>En eje x</u>: $\dfrac{Mu_1}{\Phi} = \dfrac{\sigma_{nu} B m^2}{2\Phi}$

$$\frac{Mu_1}{\Phi} = \frac{4.21\times 115\times 40^2}{2\times 0.65} = 595{,}877 \ \text{Kg.-cm.}$$

<u>En eje y</u>: $\dfrac{Mu_2}{\Phi} = \dfrac{\sigma_{nu} A n^2}{2\Phi}$

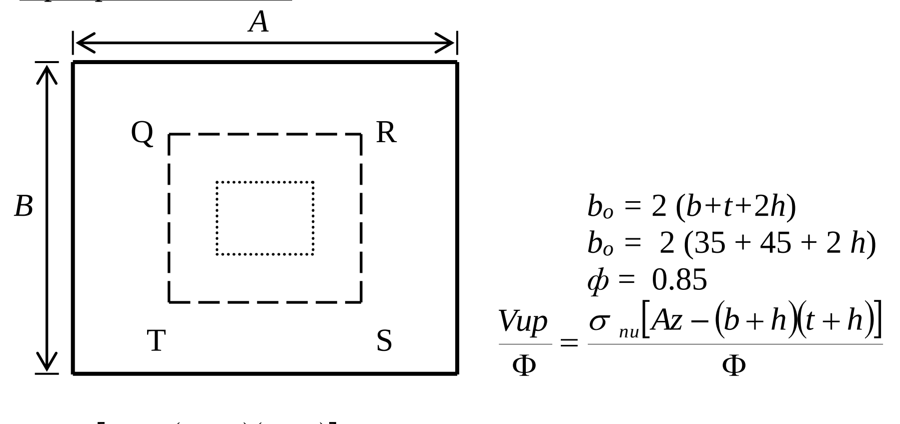
$$\frac{Mu_2}{\Phi} = \frac{4.21\times 125\times 40^2}{2\times 0.65} = 647{,}692 \ \text{Kg.-cm.}$$

Sabemos que: $\sigma = \dfrac{MY}{I} = fuct = \dfrac{Mu/\Phi \times h/2}{bh^3/12} \Rightarrow h = \sqrt{\dfrac{6\,Mu/\Phi}{(B\,ó\,A)\,fuct}}$

En eje X: $h_1 = \sqrt{\dfrac{6\times 595{,}877}{115\times 1.3\sqrt{110}}} = 47.75$, En eje Y: $h_2 = \sqrt{\dfrac{6\times 595{,}877}{125\times 1.3\sqrt{110}}} = 47.75$

$\Rightarrow$ <u>h = 50 cm.</u>

* <u>h por punzonamiento</u>.



$b_o = 2\,(b+t+2h)$

$b_o = 2\,(35 + 45 + 2\,h)$

$\phi = 0.85$

$$\frac{Vup}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu}\left[Az-(b+h)(t+h)\right]}{\Phi}$$

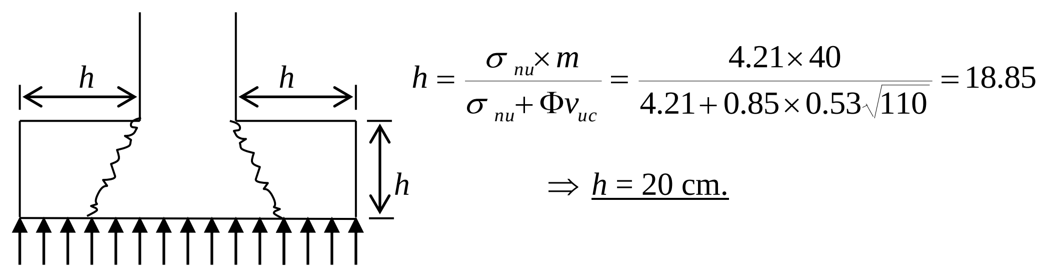
$$v_{up} = \frac{Vup/\Phi}{b_o h} = \frac{\sigma_{nu}\left[Az-(b+h)(t+h)\right]}{\Phi\, b_o h}\ ,$$

$v_{uc} = 1.06\sqrt{f'c}$ Kg./cm^2.(por punzonamiento, según el ACI.) ≈ $1.10\sqrt{f'c}$ Kg./cm^2.

$\Rightarrow v_{uc} = v_u \quad , \qquad \dfrac{4.21\left[125\times 115-(35+h)(45+h)\right]}{0.85\times 2(35+45+2h)h} = 1.1\sqrt{110}$

Resolviendo la ecuación tenemos: <u>h = 20 cm.</u>

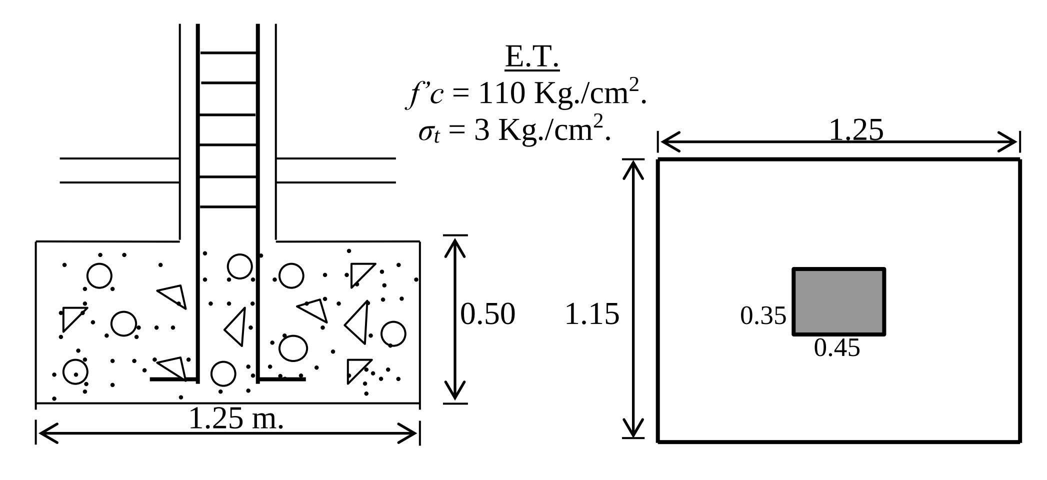
* <u>h por corte (unidireccional)</u>.



$$h = \frac{\sigma_{nu}\times m}{\sigma_{nu}+\Phi v_{uc}} = \frac{4.21\times 40}{4.21+0.85\times 0.53\sqrt{110}} = 18.85$$

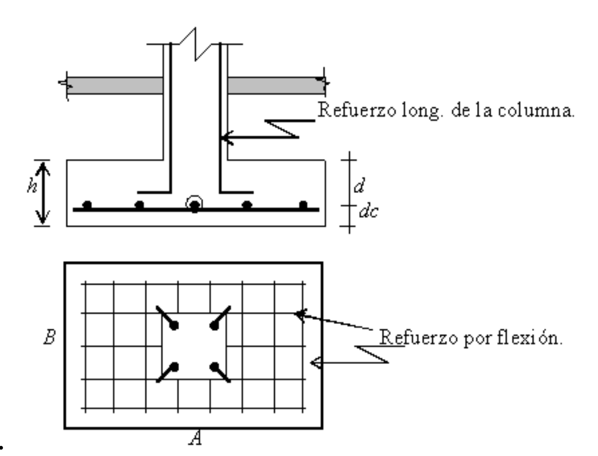
$\Rightarrow$ <u>h = 20 cm.</u>

∴ De los tres "h" tomamos el mayor: <u>h = 50 cm.</u>



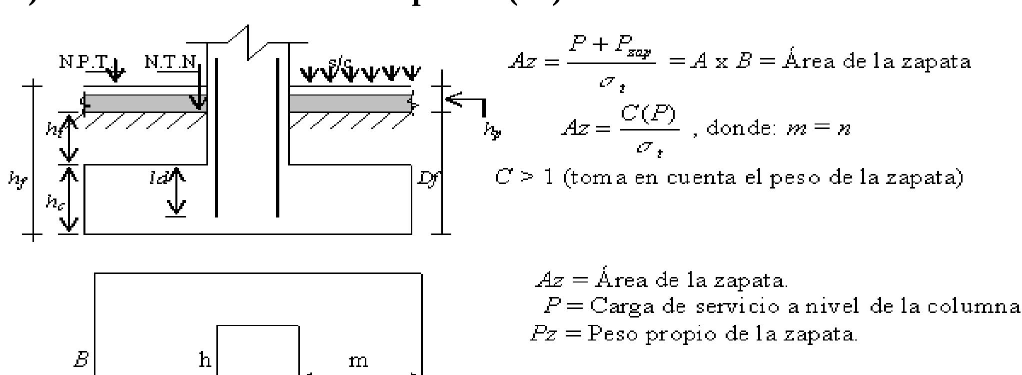
8.3.2. Zapatas aisladas centradas de concreto armado.

El diseño en concreto armado de una cimentación se hace en igual forma que cualquier otro elemento estructural, es decir, verificándose los requerimientos de los distintos tipos de esfuerzos actuantes: Cortante, flexión, punzonamiento, aplastamiento, adherencia y los anclajes.



Proceso de diseño:

1) Dimensionamiento en planta (*Az*)



El valor del peso de la zapata también se puede estimar así:

$\sigma_t = 3 \sim \leq 4$ Kg./cm^2. $\Rightarrow$ $Pz = 5\% \, P$

$\sigma_t = 2 \sim \leq 3$ Kg./cm^2. $\Rightarrow$ $Pz = 10\% \, P$

$\sigma_t = 1 \sim \leq 2$ Kg./cm^2. $\Rightarrow$ $Pz = 15\% \, P$

$\sigma_t = \; \leq 1$ Kg./cm^2. $\Rightarrow$ $Pz = 20\% \, P$

También podemos estimar *Az*, así: $Az = \dfrac{P}{\sigma_n}$ = área de la cimentación.

$$\boxed{\sigma_n = \sigma_t - \gamma_{promedio} \, h_f - s/c}$$

$$\boxed{\sigma_n = \sigma_t - \gamma_t \, h_t - \gamma_c \, h_c - \gamma_p \, h_p - s/c}$$

σ_n = Capacidad portante neta.

γ_t = Peso especifico del suelo.

γ_c = Peso especifico del concreto

γ_p = Peso especifico del C° del piso

h_p = Altura del piso

s/c = sobrecarga del terreno.

σ_t = Carga admisible del terreno.

h_t = Altura del suelo sobre la Zapata.

h_c = Altura de la cimentación, estimada en función de la "*ld*" del refuerzo de la columna y del r.e.

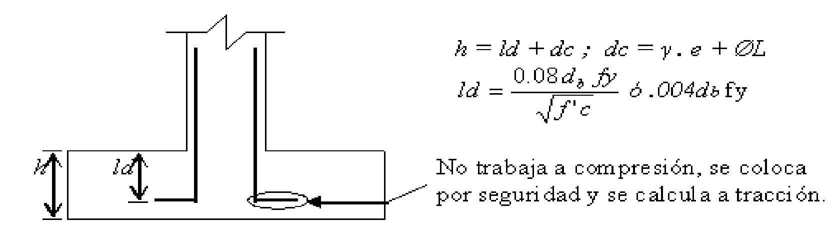
Conocida el área, se define las dimensiones de la cimentación cuadrada, rectangular, circular, etc. y se verifica la presión admisible del suelo no sea sobrepasada. Si los esfuerzos son superiores a la capacidad del suelo, entonces es necesario incrementar las dimensiones del elemento.

Si las cargas externas incluyen efectos de sismo se realiza una segunda comprobación. Bajo este tipo de cargas, que actúan por periodos breves de tiempo, la capacidad portante del suelo se incrementa. Por ello se considera, para esta verificación, que la capacidad neta del suelo es:

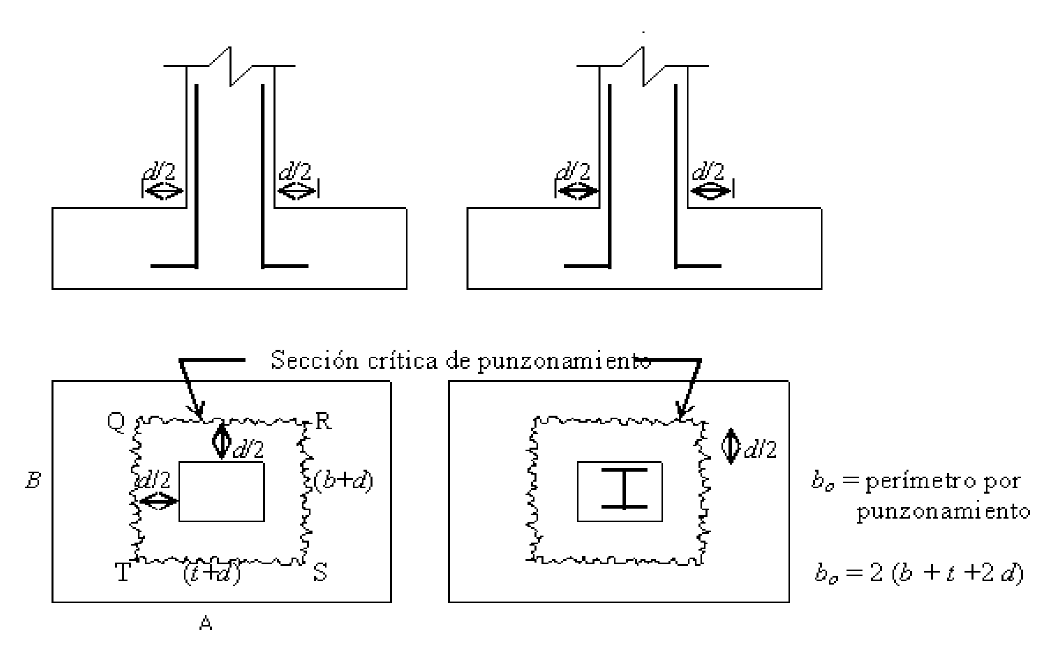
$$\sigma_n = 1.33\, \sigma_t - \gamma_{promedio}\, h_f - s/c$$

2) Dimensionamiento en elevación.

a. Por longitud de anclaje.- El peralte de la zapata en principio debe ser capaz de permitir el desarrollo del refuerzo en compresión de la columna.



b. Por corte bidireccional o punzonamiento.- La sección crítica se encuentra ubicado a "*d*/2" de la cara de la columna. Si existe plancha de base, se ubicará a *d*/2 de la sección central entre la cara de la columna y el borde de la plancha.



Al margen de las solicitaciones de corte, el código recomienda que $d \geq 15$ cm., para zapatas sobre terreno y $d \geq 30$ cm. para zapatas sobre pilotes, lo que es importante en zapatas de sección trapezoidal o escalonada.

La resistencia del concreto al corte por punzonamiento es igual a la menor determinada por las siguientes expresiones:

$$Vc \leq 0.27\left(2+\frac{4}{\beta_c}\right)\sqrt{f'c}\,b_o d \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$Vc \leq 0.27\left(\frac{\alpha_s\, d}{b_o}+2\right)\sqrt{f'c}\,b_o d \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$Vc \leq 1.1\sqrt{f'c}\;b_o d \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Vc = Resistencia del concreto al corte.
βc = Coeficiente de la dimensión mayor de la columna entre la dimensión menor.
b_o = Perímetro de la sección crítica.
α_s = Parámetro igual a 40 para columnas internas, 30, Para columnas externas y 20, para las esquineras.

Nosotros en adelante utilizaremos sólo la ecuación (3), donde el esfuerzo unitario por punzonamiento es $v_c = 1.1\sqrt{f'c}$ (Kg./cm^2.)

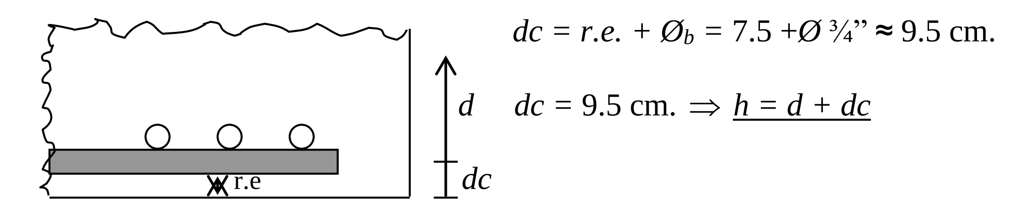
$\Rightarrow$ $Vup = Pu - \sigma_{nu}\,(b + d)\,(t+d)$ ó $Vup = \sigma_{nu}\,(Az - Ap)$

$Vup = \sigma_{nu}\,[A \times B - (b+d)(t+d)]$; $v_{up} = \dfrac{Vup/\Phi}{b_o d} = \dfrac{\sigma_{nu}\left[A\times B-(b+d)(t+d)\right]}{\Phi b_o d}$

Para diseño : $v_{up} = v_{uc}$ $\Rightarrow$

$$\frac{\sigma_{nu}\left[A\times B-(b+d)(t+d)\right]}{\Phi b_o d} = 1.1\sqrt{f'c} \quad ; \quad \sigma_{nu} = \frac{Pu}{A\times B}$$

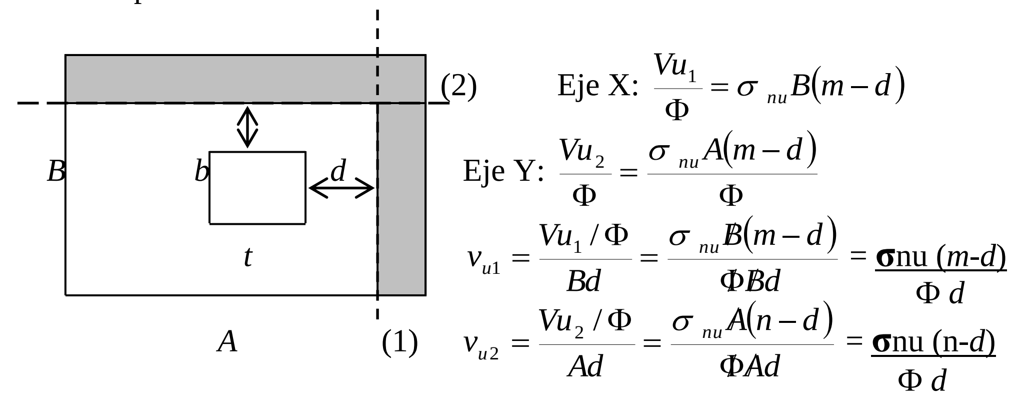
De esta expresión obtenemos el valor de "d" ;



$dc = r.e. + \text{Ø}_b = 7.5 + \text{Ø}\ ¾" \approx 9.5$ cm.

$dc = 9.5$ cm. $\Rightarrow$ $h = d + dc$

c. Corte por flexión.- La sección crítica se encuentra ubicado a la distancia "d" de la cara de la columna o pedestal. Para columnas con planchas de acero en la base se ubica a la distancia "d" de la sección media entre la cara de la columna o pedestal y el borde de la plancha.



Eje X: $\dfrac{Vu_1}{\Phi} = \sigma_{nu} B(m-d)$

Eje Y: $\dfrac{Vu_2}{\Phi} = \dfrac{\sigma_{nu} A(m-d)}{\Phi}$

$v_{u1} = \dfrac{Vu_1/\Phi}{Bd} = \dfrac{\sigma_{nu} B(m-d)}{\Phi Bd} = \dfrac{\sigma nu\,(m-d)}{\Phi\, d}$

$v_{u2} = \dfrac{Vu_2/\Phi}{Ad} = \dfrac{\sigma_{nu} A(n-d)}{\Phi Ad} = \dfrac{\sigma nu\,(n-d)}{\Phi\, d}$

$\Rightarrow$ $v_{u1} = v_{u2}$, Los cortantes unitarios son iguales en las dos direcciones.

$v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c}$. (cortante unitario del concreto); para diseño $v_{uc} = v_u$

$$v_u = \frac{\sigma_{nu}(m-d)}{\Phi d} = v_{uc} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{\sigma_{nu} m}{\sigma_{nu} + \Phi v_{uc}} \quad , \quad \Rightarrow \quad h = d + dc$$

También se puede tomar el "d" calculado por punzonamiento y verificar así:

$$v_u = \frac{\sigma_{nu}(m-d)}{\Phi d} \leq v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c} \Rightarrow$$ ...OK, si sale lo contrario, aumentar "d".

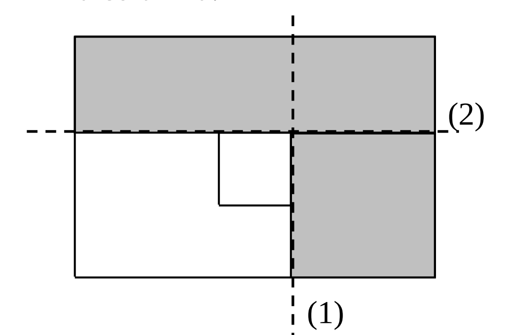
3) Comprobación del peso de la zapata.

$P_{zap} = A \text{ x } B \text{ x } h \text{ x } p.e =$

$Pz_{asumido} = \%\ Ps \quad =$

$\therefore \ Pz_{asumido} \geq P_{zapata_{real}} \quad \Rightarrow$ .... OK.

4) Diseño por flexión, la sección crítica se encuentra ubicado en la cara de la columna.



$$\frac{Mu_1}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} B m^2}{2\Phi} = \text{------------ t-m}$$

$$\frac{Mu_2}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} A n^2}{2\Phi} = \text{------------ t-m}$$

En la expresión $\sigma_{nu} = \dfrac{Pu}{AB}$, no se considera el peso propio de la zapata en el cálculo, pues este no afecta el diseño por cortante, punzonamiento y flexión; dado que si se considera en el valor de la presión última (hacia arriba también debe considerarse como carga uniforme repartida hacia abajo) anulándose.

Eje (1) $\begin{cases} Mn\,\rho_{\max} = KBd^2 = \text{-------------} \rangle\ Mu_1/\Phi \\ Mn\,\rho_{\min} = KBd^2 = \text{-------------} \langle Mu_1/\Phi \end{cases}$

Eje (2) $\begin{cases} Mn\,\rho_{\max} = KAd^2 = \text{-------------} \rangle\ Mu_2/\Phi \\ Mn\,\rho_{\min} = KAd^2 = \text{-------------} \langle Mu_2/\Phi \end{cases}$

Si $Mn\,\rho_{min} > \dfrac{Mu}{\Phi}$ $\Rightarrow$ Colocar $As_{min} = \rho_{min}$ (A ó B) d. ; $\rho_{min} = 0.0018$

Cálculo de la áreas de acero:

Eje (1) $As_1 = \dfrac{Mu_{(1)}/\Phi}{fy(d-a/2)}$, $a = \dfrac{As\ fy}{0.85 f'c\,B}$, en cara B : $As_1 =$

Eje (2) $As_2 = \dfrac{Mu_{(2)}/\Phi}{fy(d-a/2)}$, $a = \dfrac{As\ fy}{0.85 f'c\,A}$, en cara A : $As_2 =$

5) **Verificación por adherencia**.- La sección crítica es la misma que para flexión y se debe verificar que:

$\sum_o nec \leq \sum_o disponible$ $\Rightarrow$ ---------- OK.

$\sum_o nec = \dfrac{Vu/\Phi}{\mu_u jd}$; donde: $\mu_u = \dfrac{6.4\sqrt{f'c}}{db} \leq 56$ Kg./cm^2.

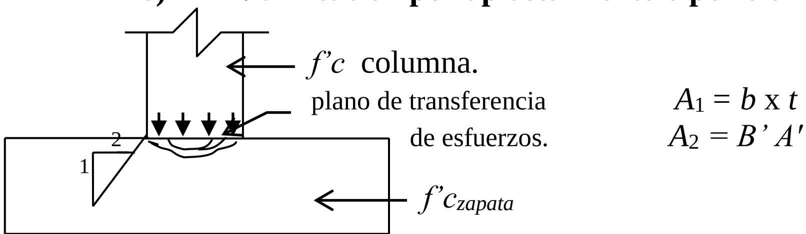
$\Rightarrow \quad \dfrac{Vu_{(1)}}{\Phi} = \dfrac{\sigma_{nu} Bm}{\Phi}; \qquad \dfrac{Vu_{(2)}}{\Phi} = \dfrac{\sigma_{nu} An}{\Phi}$

Eje (1): $\sum_o nec = \dfrac{Vu_{(1)}/\Phi}{\mu_u jd}$ = ------- $\leq$ $\sum_o disponible$ $\Rightarrow$ *conforme*

Eje (2): $\sum_o nec = \dfrac{Vu_{(2)}/\Phi}{\mu_u jd}$ = ------- $\leq$ $\sum_o disponible$ $\Rightarrow$ *conforme*

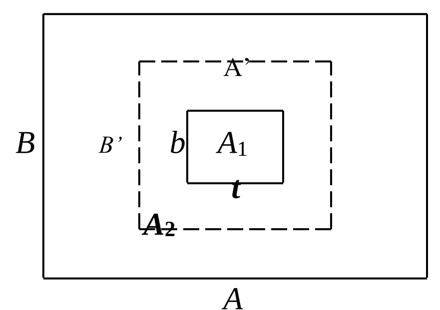
Si $\sum_o nec > \sum_o disponible$ $\Rightarrow$ dicha zapata estará gobernada por el diseño de adherencia.

6) **Verificación por aplastamiento o por transferencia de esfuerzos.**



$A_1 = b \times t$

$A_2 = B' A'$



$fa = \dfrac{Pu}{A_1}$, Esfuerzo de aplastamiento actuante

$fuac = 0.85\Phi f'c\sqrt{A_2/A_1}$, $\Phi = 0.70$ (por aplastamiento)

fuac = Esfuerzo de aplastamiento permisible o esf. máximo permisible en la base de la columna

$\therefore$ $fa \leq fuac$ $\Rightarrow$ Conforme, o sea:

$fuac = 0.85\Phi f'c\sqrt{A_2/A_1}$ = ... $> fa = Pu/A_1$ $\Rightarrow$ OK.

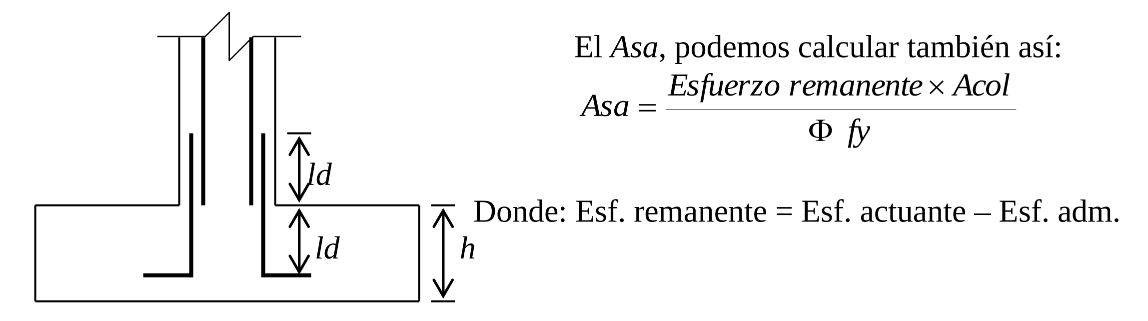
$\sqrt{\dfrac{A_2}{A_1}} \leq 2$; $A_1 = Ag$ (área de la columna)

A_2 = Área máxima en la zapata que es geométricamente igual al área de la columna.

O también: $Puar = 0.85\Phi f'c\sqrt{\dfrac{A_2}{A_1}}\, Ag \rangle Pu$ $\Rightarrow$ conforme.

Si $Pu > Puar$ $\Rightarrow$ $Pu' = Pu - Puar$ $\Rightarrow$ colocar *As* adicional (*Asa*)

$Asa = \dfrac{Pu'}{\Phi fy}$; Si esta de área de acero adicional < que el área de acero de columna, entonces no es necesario adicionar refuerzo. Si es mayor entonces el remanente se coloca en forma de Dowells o bastones.

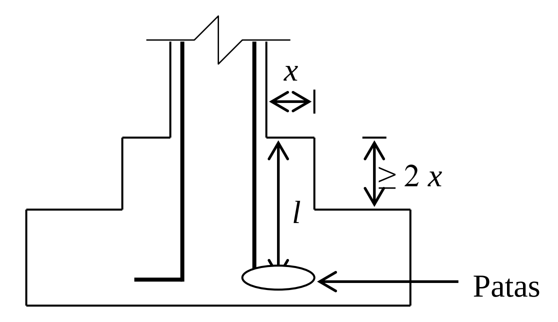


El *Asa*, podemos calcular también así:

$$Asa = \frac{Esfuerzo\ remanente \times Acol}{\Phi\ fy}$$

Donde: Esf. remanente = Esf. actuante – Esf. adm.

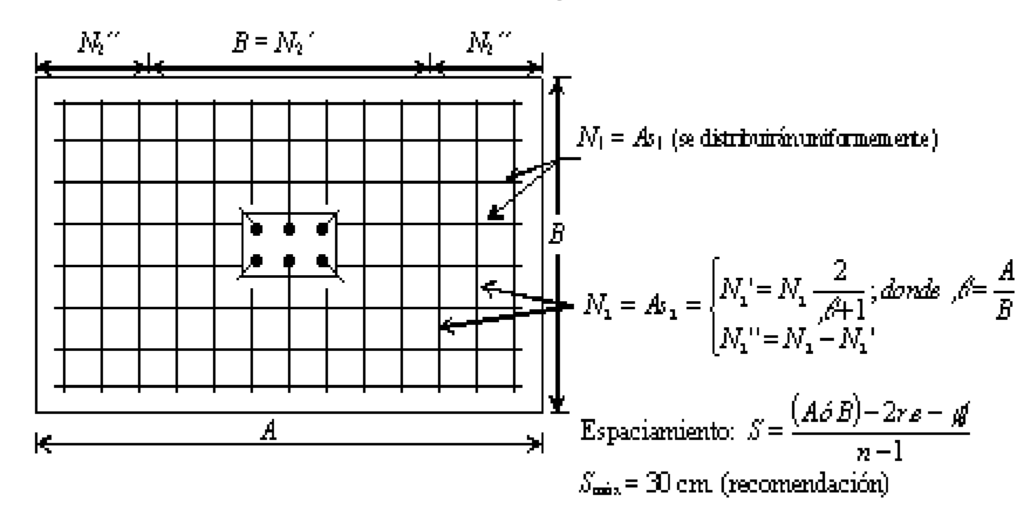
Podría también tomarse la carga o esfuerzo "remanente" por aplastamiento a través de pedestales.



$$Apedestal = \frac{Pu'}{0.475\ f'c}$$

Si $l > ld$, no es necesario colocar las patas

6) **Colocación del acero**.- Cuando el ancho difiere en gran proporción de su largo de las barras N_1 , se distribuirán uniformemente en el ancho *B;* las barras N_2 se distribuirán del modo siguiente:



Ejemplo.- Diseñar la zapata aislada centrada de concreto armado; momentos de carga de gravedad y de sismo despreciables.

P_D = 100 Tn.
P_L = 60 Tn.

Columna = 40 x 60 cm., *Ast* = 8 Ø ¾"
$f'c$ = 210 Kg./cm^2.
fy = 4200 Kg./cm^2.
σ_t = 2 Kg./cm^2.

Solución

1) Dimensionamiento de *Az*

$$Az = \frac{cP}{\sigma_t}, \quad c = 1.11 \text{ para } \sigma_t = 2 \text{ Kg./cm}^2., \quad \text{condición: } m = n$$

$$Az = \frac{1.11 \times 160{,}000}{2} = 88{,}800\ cm^2 \quad \Rightarrow \quad Az = A \times B = 88{,}800\ cm^2$$

$$A = \sqrt{Az} + \frac{1}{2}(t - b) = \sqrt{88{,}800} + \frac{1}{2}(60 - 40) = 307.99$$

$$B = \sqrt{Az} - \frac{1}{2}(t - b) = \sqrt{88{,}800} - \frac{1}{2}(60 - 40) = 287.99$$

A = 3.10 m , m = (3.10 – 0.60)/2 = 1.25 m.
B = 2.90 m , n = (2.90 – 0.40)/2 = 1.25 m. $\Rightarrow$ $m = n = 1.25$ m.

2) Dimensionamiento de *h*.

a) *h* para satisfacer la longitud de desarrollo en compresión.

$$\left.\begin{aligned} ld &= \frac{0.08\, db\ fy}{\sqrt{f'c}} = \frac{0.08 \times 1.91 \times 4200}{\sqrt{210}} = 44.28\ cm. \\ ld &= 0.004\, db\ fy = 0.004 \times 1.91 \times 4200 = 32.09\ cm. \end{aligned}\right\rangle \Rightarrow \quad ld = 44.28\ cm.$$

h = 44.28 + 9.5 = 53.78 cm. $\Rightarrow$ h = 55 cm. d = 45.50 cm.

b) *h* por punzonamiento.-

$$\frac{\sigma_{nu}\left[A \times B - (b + d)(t + d)\right]}{\Phi b_o d} = 1.1\sqrt{f'c} \ ;$$

$$\sigma_{nu} = \frac{Pu}{A \times B} = \frac{24.2}{3.10 \times 2.90} = 2.69 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$\frac{2.69\left[310 \times 290 - (40 + d)(60 + d)\right]}{0.85 \times 2(40 + 60 + 2d)d} = 1.1\sqrt{210}$$

89,900 – (2400 + 40 d + 60 d + d^2) = 10.07 d (100 + 2 d)

d^2 + 52.36 d – 4139.07 = 0

$$d = \frac{-52.36 \pm \sqrt{52.36^2 + 4(4139.07)}}{2} = 43.28 \text{ cm.}$$

d = 43.28 cm. $\Rightarrow$ h = 43.28 + 9.5 = 52.78 cm. $\Rightarrow$ h = 55 cm.

c) *h* por corte de viga o por corte bidireccional.

$$d = \frac{\sigma_{nu} \times m}{\sigma_{nu} + \Phi v_{uc}} = \frac{2.69 \times 125}{2.69 + 0.85 \times 0.53\sqrt{210}} = 36.48 \text{ cm.} \Rightarrow \quad h = 36.48 + 9.5 = 45.98 \text{ cm.}$$

$\Rightarrow$ h = 50.0 cm.

$\therefore$ Usar: h = 55 cm. d = 45.5 cm.

3) Comprobación del peso de la zapata.

P_{zapata} = 3.10 x 2.90 x 0.55x2.4 = 11.87 Tn.
$Pz_{asumido}$ = 0.11 x 160 = 17.60 Tn. $\Rightarrow$ $Pz_{asumido} \geq Pz_{real} \Rightarrow$ OK.

4) Diseño por flexión.

-) Momentos actuantes incrementados.

$$\frac{Mu_{(1)}}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} B m^2}{2\,\Phi} = \frac{2.69 \times 290 \times 125^2}{2 \times 0.90} = 6'771{,}701 \text{ Kg.-cm.}$$

$$\frac{Mu_{(2)}}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} A n^2}{2\,\Phi} = \frac{2.69 \times 310 \times 125^2}{2 \times 0.90} = 7'238{,}715 \text{ Kg.-cm.}$$

-) Momento máximo nominal.

$$\text{Eje (1)} \begin{cases} Mn\,\rho_{max} = 54.35 \times 290 \times 45.5^2 = 32'630{,}245\ Kg.-cm. \rangle\ Mu_1/\Phi \text{ .... } OK. \\ Mn\,\rho_{min} = 7.40 \times 290 \times 45.5^2 = 4'442{,}756\ Kg.-cm\ \ \langle Mu_1/\Phi\text{........}OK. \end{cases}$$

$$\text{Eje (2)} \begin{cases} Mn\,\rho_{max} = 54.35 \times 310 \times 45.5^2 = 34'880{,}607\ Kg.-cm. \rangle\ Mu_2/\Phi \text{ .... } OK. \\ Mn\,\rho_{min} = 7.40 \times 310 \times 45.5^2 = 4'749{,}154\ Kg.-cm\ \ \langle Mu_2/\Phi\text{........}OK. \end{cases}$$

Calculo de las áreas de acero:

Eje (1) $As = \dfrac{6'771{,}701}{4200(45.5 - a/2)}$, $a = \dfrac{As\ fy}{0.85\,f'c\,B} = 0.0811\,As$

a = 2.97 <u>As = 36.63</u> a = 2.97

Eje (2) $As = \dfrac{7'238{,}715}{4200(45.5 - a/2)}$, $a = \dfrac{As\ fy}{0.85\,f'c\,A} = 0.0759\,As$

a = 2.97 <u>As = 39.16</u> a = 2.97

En cara B: As = 36.63 cm^2. <> 18 Ø 5/8" ó 13 Ø ¾"
En cara A: As = 39.16 cm^2. <> 20 Ø 5/8" ó 14 Ø ¾"
Elegimos Ø 5/8"

5) Verificación por adherencia.

$$\sum_o nec = \frac{Vu/\Phi}{\mu_u\, jd} \Rightarrow \mu_u = \frac{6.4\sqrt{210}}{1.59} = 58.33\ Kg./cm^2 \leq 56 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$\sum o\,nec_{(1)} = \frac{\sigma_{nu} B m}{\Phi\,\mu_u\, jd} = \frac{2.69 \times 290 \times 125}{0.85 \times 56 \times 0.88 \times 45.5} = 51.16 \text{ cm. <> 10 Ø 5/8"}$$

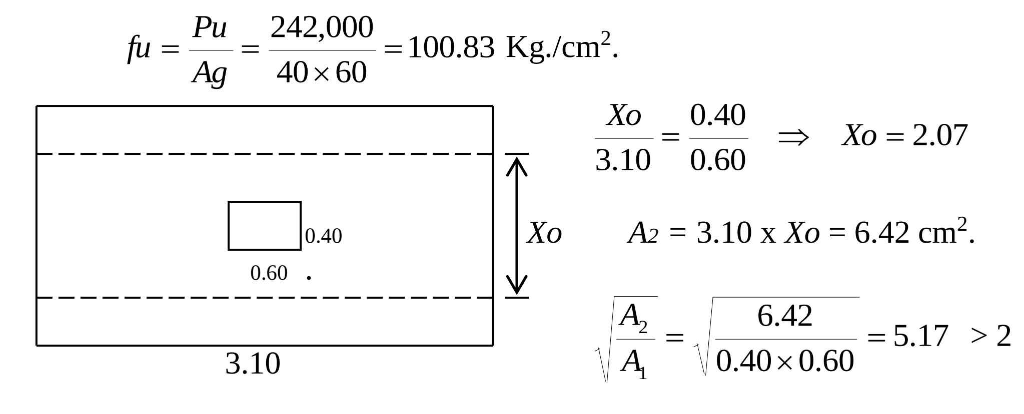
$$\sum o\,nec_{(2)} = \frac{\sigma_{nu} A n}{\Phi\,\mu_u\, jd} = \frac{2.69 \times 310 \times 125}{0.85 \times 56 \times 0.88 \times 45.5} = 54.69 \text{ cm. <> 11 Ø 5/8"}$$

$\Rightarrow \sum nec_{(1)} = 10$ Ø 5/8" $\leq \sum_o dis = 18$ Ø 5/8" conforme

$\sum nec_{(2)} = 11$ Ø 5/8" $\leq \sum_o dis = 20$ Ø 5/8" conforme

6) Verificación por aplastamiento:

$$fu = \frac{Pu}{Ag} = \frac{242,000}{40 \times 60} = 100.83 \text{ Kg./cm}^2.$$



$$\frac{Xo}{3.10} = \frac{0.40}{0.60} \quad \Rightarrow \quad Xo = 2.07$$

$$A_2 = 3.10 \text{ x } Xo = 6.42 \text{ cm}^2.$$

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{6.42}{0.40 \times 0.60}} = 5.17 \quad > 2$$

$$\Rightarrow \quad fuac = 0.85 \Phi f'c \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 0.85 \times 0.70 \times 210 \times 2 = 249.9 \text{ Kg./cm}^2.$$

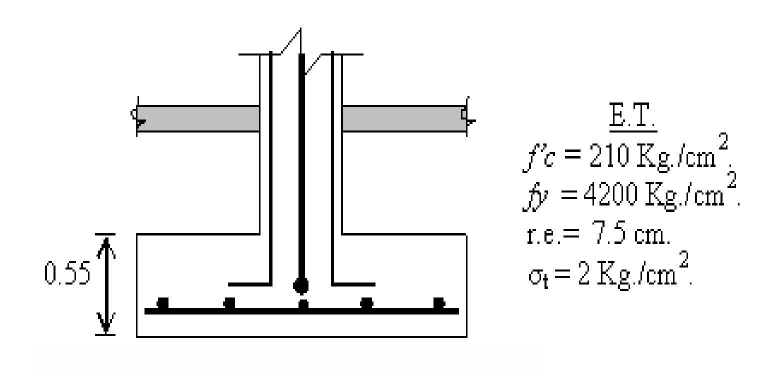
$\therefore$ $fu = 100.83$ Kg./cm². $\leq$ $fuac$ = 249.9 Kg./cm²., conforme.
No falla por aplastamiento.

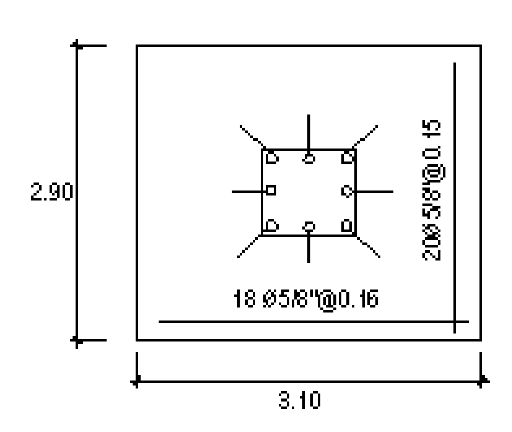
7) Colocación del acero, S_{max} = 30 cm.

$$\text{En } B: \quad S = \frac{2.90 - 0.15 - 0.016}{17} = 0.16 \quad \Rightarrow \quad \text{Usar: 18 Ø 5/8" @ 0.16}$$

$$\text{En } A: \quad S = \frac{3.10 - 0.15 - 0.016}{19} = 0.15 \quad \Rightarrow \quad \text{Usar: 20 Ø 5/8" @ 0.15}$$

nota: Dado que la relación del lado A al lado B, no es importante, las barras en la cara A, se distribuyen también en forma uniforme.





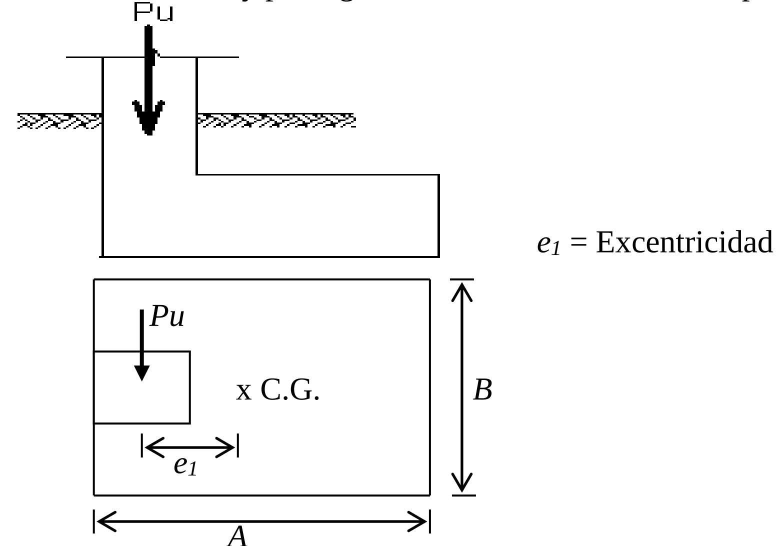
8.4. ZAPATAS AISLADAS EXCÉNTRICAS.

Son aquellas que sirven para cimentar una columna, y la carga que transmiten al terreno de fundación no coincide con su centro de gravedad; por lo tanto, las presiones

que ejercen sobre el suelo, no son uniformes. La distancia entre el punto de aplicación de la carga que transmite la columna, y el centro de gravedad de la zapata, se conoce como "*e*" excentricidad.

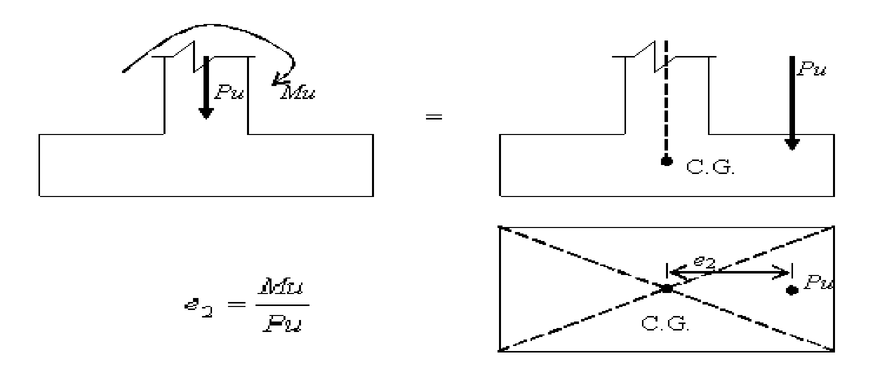
La excentricidad puede presentarse por diferentes motivos, entre ellos, los más comunes son:

a. Cuando físicamente y en forma real, la carga real que trasmite la columna no coincide con el C.G. de la zapata. Esto ocurre cuando la columna se encuentra en el límite del terreno y por algún otro motivo o limitación especial:



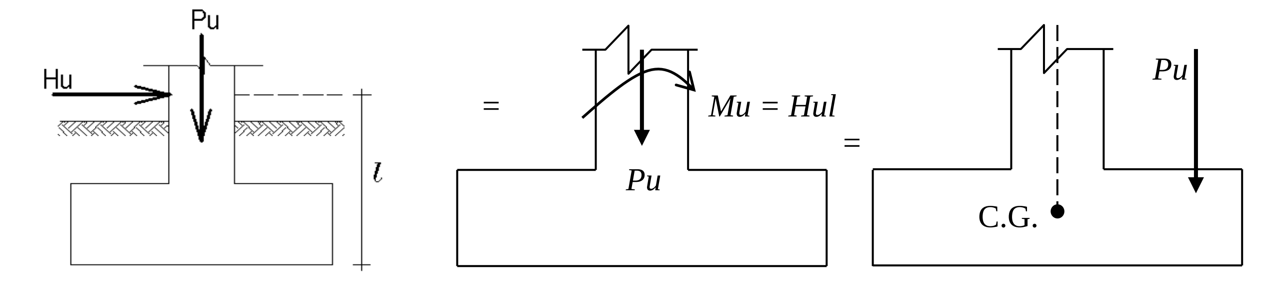
e_1 = Excentricidad

b. Cuando la columna trasmite a la zapata, además de una carga axial, un momento:



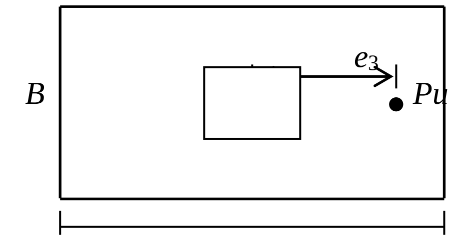
$$e_2 = \frac{Mu}{Pu}$$

c. Cuando, además de una carga axial vertical, la columna trasmite a la zapata una carga horizontal



La carga Horizontal produce un momento $M = Hul$, entonces, este estado de carga es equivalente al del caso (b).

$$e_3 = \frac{Mu}{Pu} = \frac{Hul}{Pu}$$



En general, una zapata puede presentar excentricidad en razón de uno, dos o los tres motivos señalados, en forma simultanea. En este caso, la excentricidad total o resultante es la suma algebraica de las excentricidades parciales: $e = e_1 + e_2 + e_3$.

Como criterio de carácter general, no es recomendable la utilización de zapatas aisladas excéntricas, siendo preferible combinarlas o conectarlas con la cimentación de la columna más próxima; sin embargo, existen casos en los cuales su utilización es inevitable por muchas razones, por ejemplo, por la ausencia de columnas cercanas.
Una zapata excéntrica puede presentar problemas de volteo y/o deslizamiento; por ello es siempre recomendable que la columna respectiva tenga una buena rigidez con respecto a la de la zapata, para evitar agrietamientos y fallas indeseables en la columna.

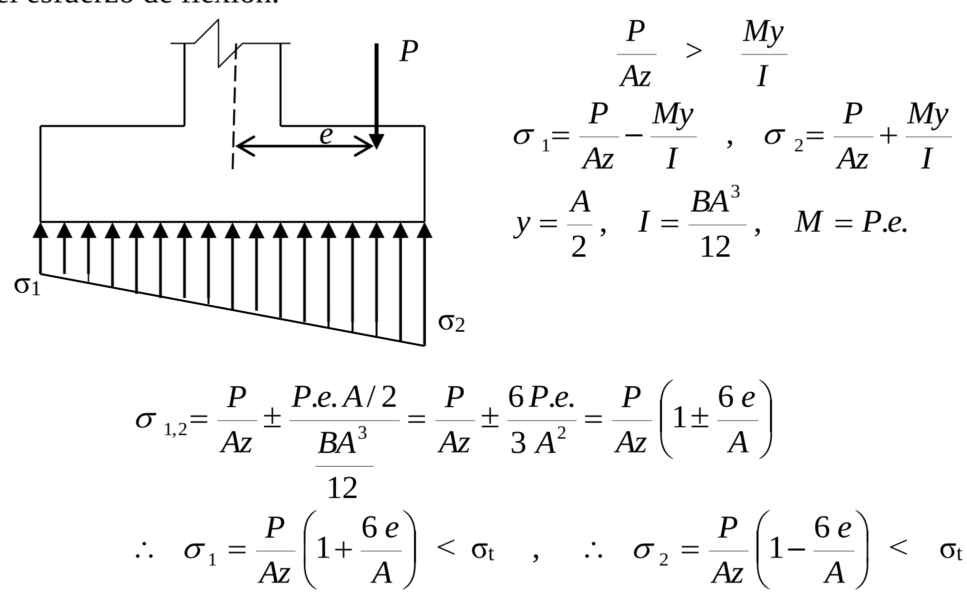
8.4.1. Zapata centrada con carga excéntrica.

En las zapatas cargadas excéntricamente, la reacción del suelo no es uniforme y tiene una distribución que puede ser trapezoidal o triangular. Si la excentricidad es grande puede resultar esfuerzos de tracción sobre un lado de la cimentación. Es recomendable dimensionar de manera que la carga este dentro del tercio central de manera de evitar esfuerzo de tracción en el suelo que teóricamente puede ocurrir antes de la redistribución de esfuerzos.

Para estos casos se puede evaluar la presión actuante con la expresión:

$$\sigma = \frac{P}{Az} \pm \frac{My}{I}$$

1° caso .- Si e < A/6, en este caso el esfuerzo directo de compresión es mayor que el esfuerzo de flexión.



$$\frac{P}{Az} > \frac{My}{I}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{Az} - \frac{My}{I} \quad , \quad \sigma_2 = \frac{P}{Az} + \frac{My}{I}$$

$$y = \frac{A}{2}, \quad I = \frac{BA^3}{12}, \quad M = P.e.$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{Az} \pm \frac{P.e.A/2}{\frac{BA^3}{12}} = \frac{P}{Az} \pm \frac{6P.e.}{3A^2} = \frac{P}{Az}\left(1 \pm \frac{6e}{A}\right)$$

$$\therefore \quad \sigma_1 = \frac{P}{Az}\left(1 + \frac{6e}{A}\right) < \sigma_t \quad , \quad \therefore \quad \sigma_2 = \frac{P}{Az}\left(1 - \frac{6e}{A}\right) < \sigma_t$$

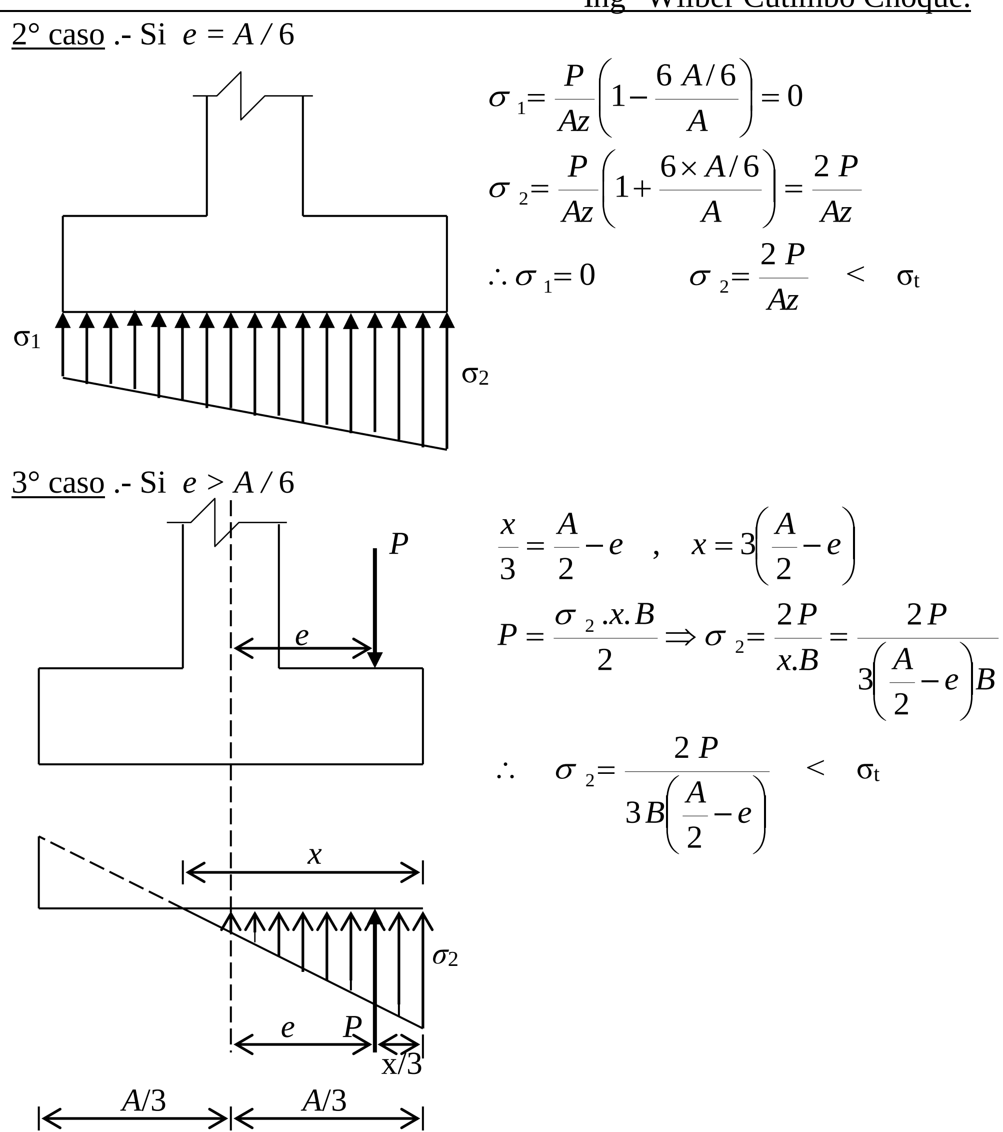
2° caso .- Si $e = A/6$

$$\sigma_1 = \frac{P}{Az}\left(1 - \frac{6\,A/6}{A}\right) = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{Az}\left(1 + \frac{6 \times A/6}{A}\right) = \frac{2\,P}{Az}$$

$$\therefore \sigma_1 = 0 \qquad \sigma_2 = \frac{2\,P}{Az} < \sigma_t$$

3° caso .- Si $e > A/6$

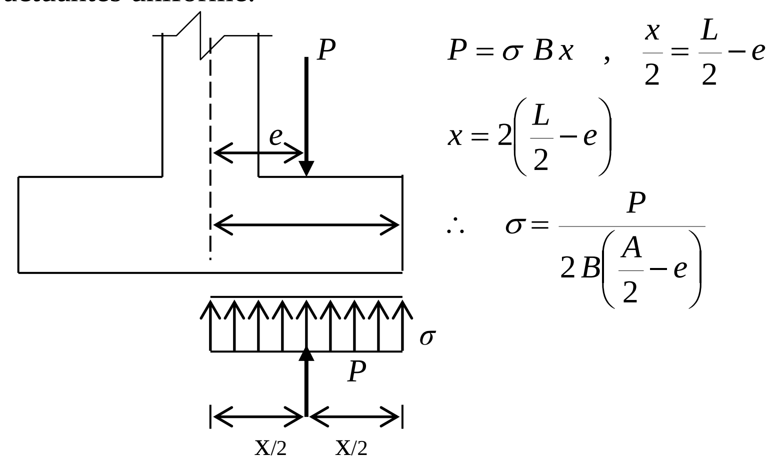


$$\frac{x}{3} = \frac{A}{2} - e \quad , \quad x = 3\left(\frac{A}{2} - e\right)$$

$$P = \frac{\sigma_2 . x . B}{2} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{2P}{x.B} = \frac{2P}{3\left(\frac{A}{2} - e\right)B}$$

$$\therefore \quad \sigma_2 = \frac{2\,P}{3B\left(\frac{A}{2} - e\right)} < \sigma_t$$

4° caso.- Cuando se tienen cargas con excentricidades grandes (que produciendose tracciones dentro del análisis clásico indicado anteriormente) pareciera que el comportamiento real de las zapatas y la distribución de las presiones es diferente produciéndose en la zona de aplicación de la carga una plastificación del suelo y una redistribución de presiones hacia las zonas en que uno consideraría tracciones. En este caso se plantea una distribución de presiones actuantes uniforme.

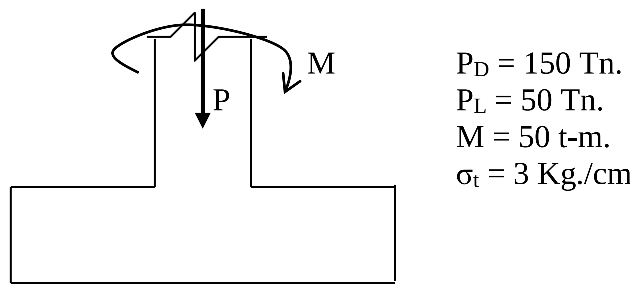


$$P = \sigma\, B\, x \quad , \quad \frac{x}{2} = \frac{L}{2} - e$$

$$x = 2\left(\frac{L}{2} - e\right)$$

$$\therefore \quad \sigma = \frac{P}{2B\left(\frac{A}{2} - e\right)}$$

Ejemplo: Diseñar en planta la aislada que se muestra a continuación:



P_D = 150 Tn. $f'c$ = 210 Kg./cm^2.
P_L = 50 Tn. fy = 4200 Kg./cm^2.
M = 50 t-m. col = 40 x 60 cm.
σ_t = 3 Kg./cm^2. *Ast* = 8 Ø ¾"

Solución

1) Dimensionamiento en planta.

c :

1.04 ------------ 4 Kg./cm^2. $\Rightarrow$ c = 1.08
1.15 ------------ 1 Kg./cm^2.

$$Az' = \frac{cPs}{\sigma_t} = \frac{1.08 \times 200{,}000}{3.0} = 72{,}000\ cm^2$$

$$A' = \sqrt{72{,}000} + \frac{1}{2}(60-40) = 278.33$$

$$B' = \sqrt{72{,}000} - \frac{1}{2}(60-40) = 258.33$$

$$\Rightarrow\ B = B' + 2e \quad , \quad e = \frac{M}{P} = \frac{50}{200} = 0.25 \quad \rightarrow \quad e = 25\ cm.$$

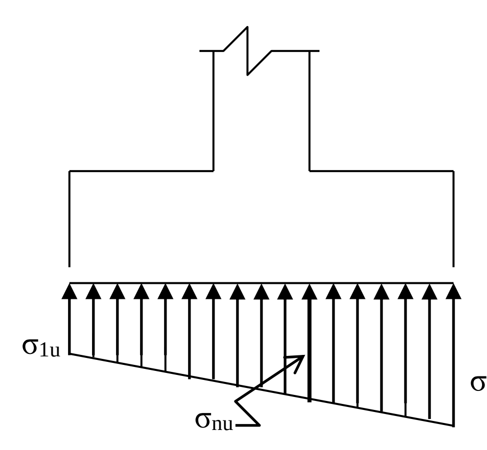
B = 258.3 + 2 x 25 = 308.33 ≈ 310 cm ⇒ **B = 310 cm.**

$$n = \frac{310-40}{2} = 135 \quad ; \quad si\ m = n \Rightarrow A = 2m + t = 2 \times 135 + 60 \Rightarrow \boxed{A = 330\,cm.}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{Az}\left(1 \pm \frac{6e}{A}\right) = \frac{200{,}000}{310 \times 330}\left(1 \pm \frac{6 \times 25}{330}\right) = \begin{cases} +2.84\,Kg./cm^2. \\ +1.07\,Kg./cm^2. \end{cases}$$

σ_1 = 1.07 Kg./cm^2. < σ_t = 3 Kg./cm^2.
σ_2 = 2.84 Kg./cm^2. < σ_t = 3 Kg./cm^2. ⇒ usar: B x A = 3.10 x 3.30 m

2) Dimensionamiento de *h*.



$$\sigma_{nu} = \frac{Pu}{Az}\left(1 \pm \frac{6e}{A}\right)$$

$$= \frac{295{,}000}{310 \times 330}\left(1 \pm \frac{6 \times 25}{330}\right) \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{1u} = +4.19\ Kg./cm^2. \\ \sigma_{2u} = +1.57\ Kg./cm^2. \end{cases}$$

$$\sigma_{nu} = \frac{\sigma_{1u} + \sigma_{2u}}{2} = \frac{1.57 + 4.19}{2} = 2.88\ \text{Kg./cm}^2.$$

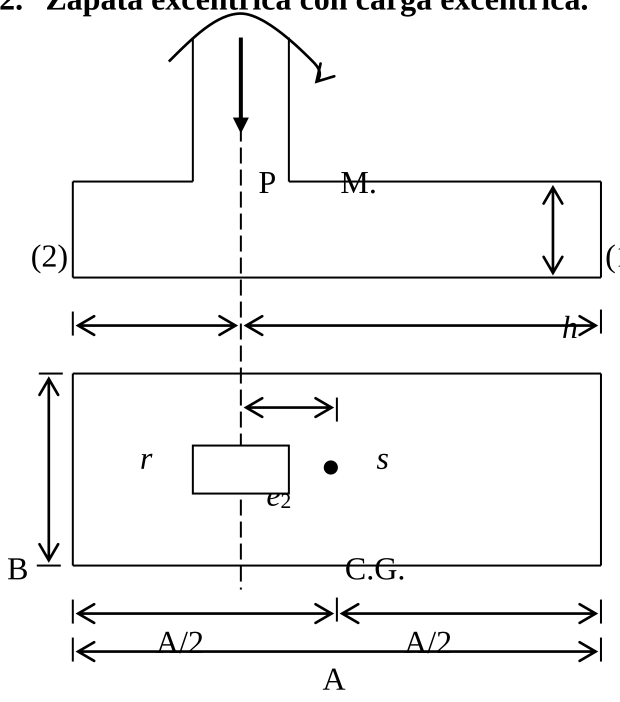
σ_{nu} =2.88 Kg./cm^2. , otros autores recomiendan tomar el σ_{nu} en la cara de l a columna.

Luego se sigue el mismo procedimiento que para columnas aisladas centradas con carga centrada, es decir.

* *h* por longitud de desarrollo.
* *h* por punzonamiento.
* *h* por corte unidireccional.

3) Diseño por flexión (cálculo del *As*).
4) Diseño por adherencia.
5) Diseño por aplastamiento.
6) Colocación del acero.

8.4.2. Zapata excéntrica con carga excéntrica.

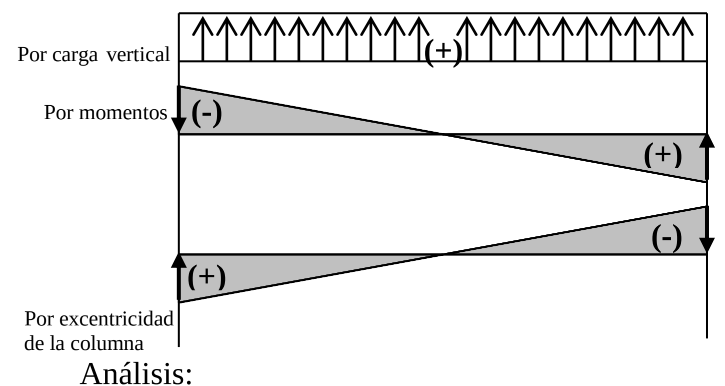


$$e_1 = \frac{M}{P} \quad \rightarrow \quad M = e_1\, P$$

$$e_2 = \frac{A}{2} - r$$

S = 2 r (máximo)

A = S + r



$$\sigma_v = \frac{P}{Area} = \frac{Pcol + Pzap}{A \times B} = X$$

P = Pcol + Pzap.

$$\sigma_M = \frac{My}{I} = \frac{6\,P\,e_1}{B\,A^2} = \pm Y$$

$$\sigma_e = \frac{My}{I} = \frac{6\,P\,e_2}{B\,A^2} = \mp Z$$

Análisis:

Eje (1):

- Con momento actuante: X + Y - Z : $\frac{P}{BA} + \frac{6\,P\,e_1}{BA^2} - \frac{6\,P\,e_2}{BA^2} \leq \sigma_t$

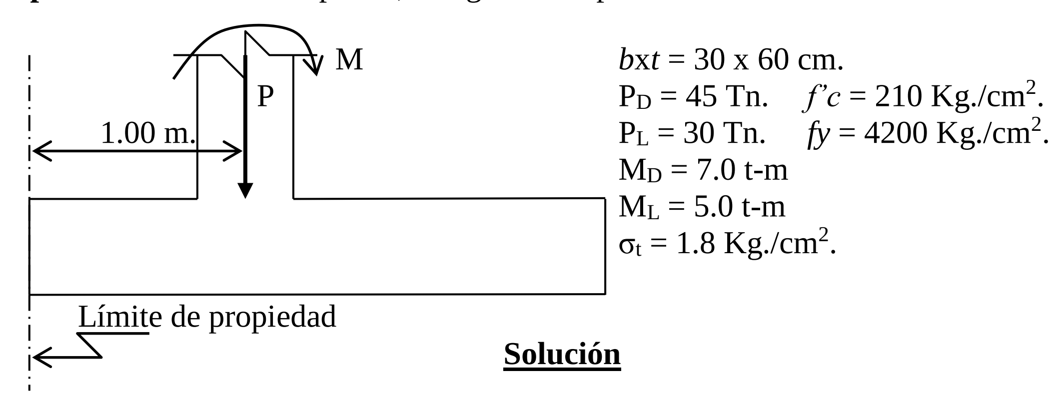
- Sin momento actuante: X - Z : $\frac{P}{BA} - \frac{6\,P\,e_2}{BA^2} \geq 0$

Eje (2):

- Con momento actuante: X - Y + Z : $\frac{P}{BA} - \frac{6\,P\,e_1}{BA^2} + \frac{6\,P\,e_2}{BA^2} \geq 0$

- Sin momento actuante: X + Z : $\frac{P}{BA} + \frac{6\,P\,e_2}{BA^2} \leq \sigma_t$

Ejemplo.- Dimensionar en planta, la siguiente zapata aislada.



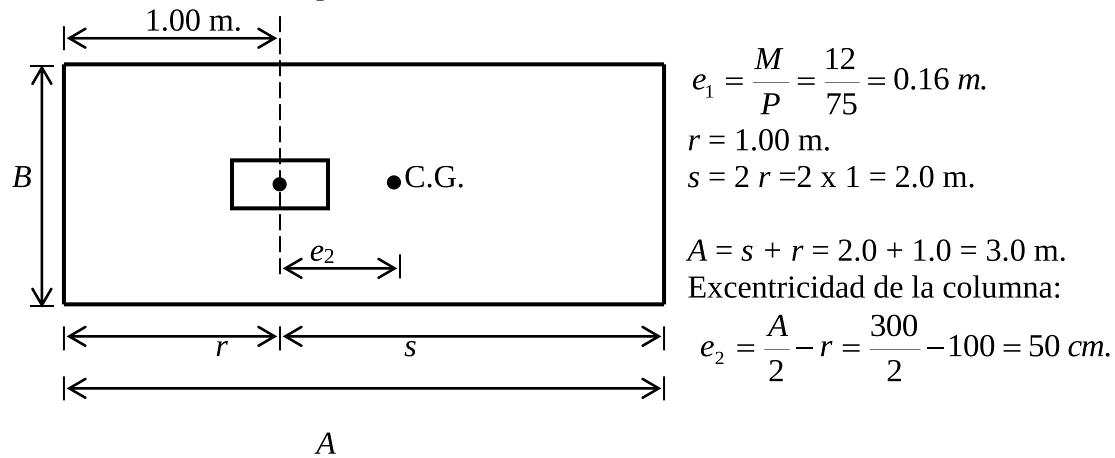
bxt = 30 x 60 cm.
P_D = 45 Tn. $f'c$ = 210 Kg./cm^2.
P_L = 30 Tn. fy = 4200 Kg./cm^2.
M_D = 7.0 t-m
M_L = 5.0 t-m
σ_t = 1.8 Kg./cm^2.

Solución

Cargas de servicio:
$P = P_D + P_L = 75$ Tn.
$M = M_D + M_L = 12$ t-m

Cargas de gravedad:
$Pu = 1.4\, P_D + 1.7\, P_L = 114$ Tn.
$Mu = 1.4\, M_D + 1.7\, M_L = 18.3$ t-m.

1) Dimensionamiento en planta:



$$e_1 = \frac{M}{P} = \frac{12}{75} = 0.16\ m.$$

r = 1.00 m.
$s = 2\,r$ =2 x 1 = 2.0 m.

$A = s + r$ = 2.0 + 1.0 = 3.0 m.
Excentricidad de la columna:

$$e_2 = \frac{A}{2} - r = \frac{300}{2} - 100 = 50\ cm.$$

Estimación del peso de la zapata:
Sabemos que: σ_t = 1 Kg./cm^2. ---------- 15 %P
σ_t = 4 Kg./cm^2. ---------- 4 %P
Entonces para σ_t = 1.8 Kg./cm^2. , Pzapata = 12 %P = 75 x.12 = 9.00 Tn.

Analizando con las posibilidades de esfuerzo más críticas:

* En el eje (1) con momento actuante:

$$\sigma_v = \frac{P + Pz}{A \times B} + \frac{6Pe_1}{BA^2} - \frac{6Pe_2}{BA^2} \leq \sigma_t$$

$$= \frac{75{,}000 + 9000}{300 \times B} + \frac{6 \times 75{,}000 \times 16}{B(300)^2} - \frac{6 \times 75{,}000 \times 50}{B(300)^2} = 1.80$$

B = 61.11 cm.

* En el eje (2) sin momento actuante:

$$\frac{P + Pz}{A \times B} + \frac{6Pe_2}{BA^2} \leq \sigma_t$$

$$\frac{84{,}000}{300 \times B} + \frac{6 \times 75{,}000 \times 50}{B(300)^2} = 1.80 \quad \Rightarrow \quad B = 294.44\ cm.$$

$$\therefore \quad B \times A = 295 \times 300\ cm. \quad ; \quad Az = 8.85\ m^2$$

2) Dimensionamiento en altura:

Esfuerzo admisible factorizado: $\sigma_{tn} = \sigma_t \dfrac{Pu}{P} = 1.8 \times \dfrac{114}{75} = 2.74$ Kg./cm^2.

Esfuerzo factorizado en la base:

- Por carga vertical:

$$\sigma_{cv} = \frac{Pu + 1.4Pz}{A \times B} = \frac{114{,}000 + 1.4 \times 9000}{300 \times 295} = 1.43 \text{ Kg./cm}^2. = X$$

- Por momento:

$$\sigma_n = \frac{6Pu\, e_1}{BA^2} = \frac{6 \times 114{,}000 \times 16}{295 \times 300^2} = 0.41 \text{ Kg./cm}^2. = Y$$

- Por excentricidad de la columna:

$$\sigma_{col} = \frac{6Pu\, e_2}{BA^2} = \frac{6 \times 114{,}000 \times 50}{295 \times 300^2} = 1.29 \text{ Kg./cm}^2. = Z$$

Posibilidades:

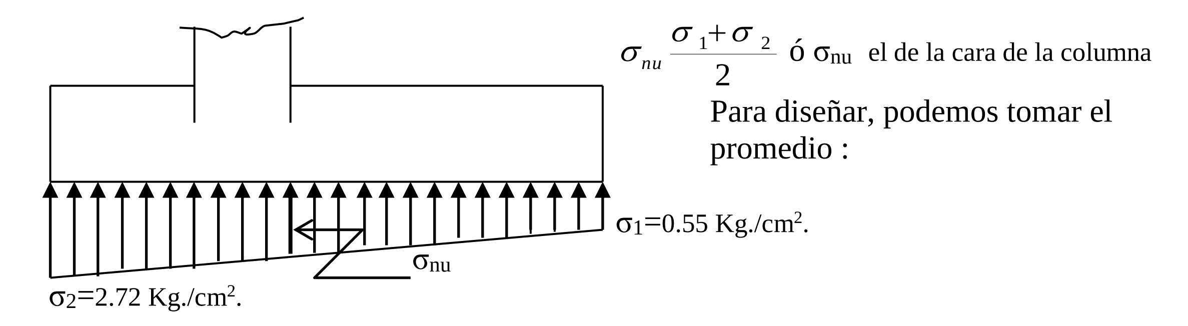
En el eje (1):

a. Con momento actuante: X+Y–Z = 1.43 + 0.41 – 1.29 = 0.55 Kg./cm^2.< σ_{tn}
b. Sin momento actuante : X – Z = 1.43 – 1.29 = 0.14 Kg./cm^2. > 0

En el eje (2):

a. Con momento actuante: X - Y + Z = 1.43 - 0.41 + 1.29 = 2.31Kg./cm^2. > 0
b. Sin momento actuante : X + Z = 1.43 + 1.29 = 2.72 Kg./cm^2. < σ_{tn}

Diagramas de presiones:

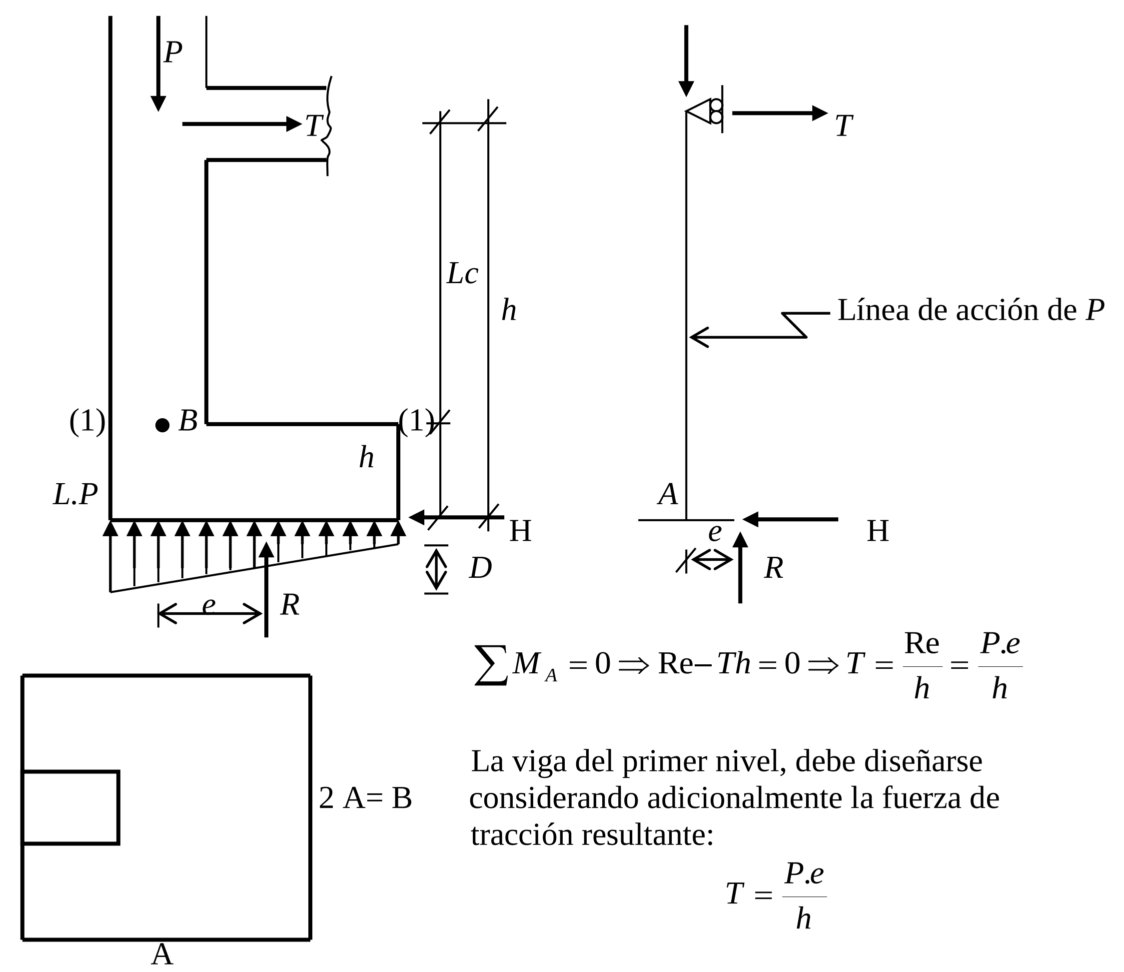


$\sigma_{nu} \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ ó σ_{nu} el de la cara de la columna

Para diseñar, podemos tomar el promedio :

Luego el procedimiento a seguir para los demás pasos es similar a zapata aislada con carga centrada.

Cuando la columna está en el límite de propiedad, este tipo de cimentaciones excéntricas puede diseñarse de la siguiente manera, siempre que la excentricidad sea moderada y la columna pueda agrandarse lo suficiente para que tenga la rigidez necesaria para que controle la rotación excesiva de la zapata.



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \text{Re} - Th = 0 \Rightarrow T = \frac{\text{Re}}{h} = \frac{P.e}{h}$$

La viga del primer nivel, debe diseñarse considerando adicionalmente la fuerza de tracción resultante:

$$T = \frac{P.e}{h}$$

Para el diseño de la columna debe considerarse una combinación adicional:
Tomando momentos en B:

$$M_{1-1} = R.e - Hh = P.e - Th_Z = P.e - \frac{P.e}{h} h_Z = P.e\left(\frac{h - h_Z}{h}\right), \text{ haciendo: } S = \frac{h_Z}{L_C}$$

$$M_{1-1} = P.e\left(\frac{L_C}{L_C + h_Z}\right) = \frac{P.e}{L + S}$$

Si la zapata tiene una rigidez apropiada, y si además la rigidez de la columna es la suficiente para mantener la diferencia de las presiones del terreno máximo y mínimo a un valor máximo de 1 Kg./cm^2., entonces para el diseño de la zapata en la dirección de la excentricidad puede considerarse como aproximación aceptable una presión uniforme del terreno.

Del estudio realizado por el Dr. Ricardo Yamashiro y desarrollado en el trabajo de tesis del Ing°. Manuel Acevedo "Algunos problemas estructurales en el diseño de cimentaciones" – UNI-1971, se tiene, criterios para dimensionamiento de zapatas excéntricas y de columnas para cumplir con las condiciones expuestas en el párrafo anterior.

Este tipo de zapata debe diseñarse como zapata rígida:

$h_Z = 2.3A\sqrt[3]{\frac{Ko \times A}{E}} \geq 60\ cm.$ donde: h_Z: Altura de la zapata ,

A = Longitud de la zapata.

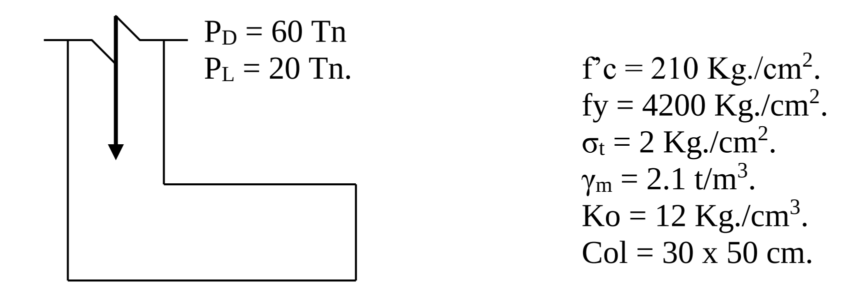
Ko = Coeficiente de balasto del terreno. ,

E = Módulo de elasticidad del concreto.

En el cuadro adjunto se presentan algunos valores referenciales para diferentes tipos de suelo.

Descripción de los suelos	Simbolo	Ko (Kg./cm^3.)	
		Rango	Promedio
Gravas bien graduadas.	GW.	14-20	17
Gravas arcillosas.	GC.	11-19	15
Gravas mal graduadas.	GP.	8-14	11
Gravas limosas.	GM.	6-14	10
Arenas bien graduadas.	SW.	6-16	11
Arenas arcillosas.	SC.	6-16	11
Arenas mal graduadas.	SP.	5-9	7
Arenas limosas.	SM.	5-9	7
Limos orgánicos.	ML.	4-8	6
Arcillas con grava o con arena.	CL.	4-6	5
Limos orgánicos y arcillas limosas.	OL.	3-5	4
Limos inorgánicos.	MH.	1-5	3
Arcillas inorgánicas.	CH.	1-5	3
Arcillas orgánicas.	OH.	1-4	2

Ejemplo.- Diseñar la Zapata aislada que se detalla a continuación:



- **Dimensionamiento de A_Z .-**

$$A_Z = \frac{c\,Ps}{\sigma_t} = \frac{1.11 \times 80{,}000}{2} = 44{,}400 \text{ cm}^2.$$

A_Z = A x B = A x 2A = 2 A^2 = 44,400 $\Rightarrow$ A = 148.99 cm

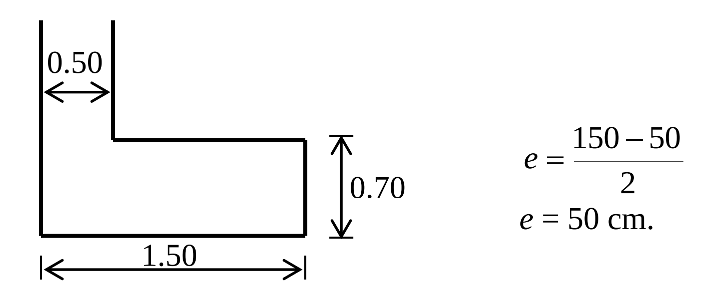
A = 1.50 m. $\Rightarrow$ $B = \frac{44{,}400}{150} = 296 \approx 300$ $\Rightarrow$ $B = 3.0\ m.$

A = 1.50 m., B = 3.0 m3.

- **Dimensionamiento de h** (h_{min} = 60 cm.)

$$h_Z = 2.3A\sqrt[3]{\frac{KoA}{E}} = 2.3 \times 1.50\sqrt[3]{\frac{12 \times 150}{15000\sqrt{210}}} = 0.697 \approx 70$$

h_Z = 0.70 m. $\Rightarrow$ d = 60.5 cm., dc = 9.5 cm.



$$e = \frac{150 - 50}{2}$$

e = 50 cm.

* **Diseño por flexión.-**

a).- En dirección de la excentricidad. ; m = 100 cm.

50 100

150

$$Wu = \frac{Pu}{150} = \frac{1.4 \times 60 + 1.7 \times 20}{150} = 786.67 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$\text{ó } \sigma_{nu} = \frac{Pu}{A_Z} = \frac{118{,}000}{150 \times 300} = 2.62 \text{ Kg./cm}^2. \Rightarrow$$

Wu = 786.67 Kg./cm^2.

$$\frac{Mu_1}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} B m^2}{2\ \Phi} = \frac{2.62 \times 300 \times 100^2}{2 \times 0.90} = 4'366{,}667 \text{ Kg.-cm} = 43.67 \text{ t-m}$$

$Mn\ \rho_{max.}$ = 54.35 x 300 x 60.5^2 = 596.8 t-m. > Mu/ϕ

$Mn\ \rho_{min.}$ = 7.44 x 300 x 60.5^2 = 81.69 t-m. > Mu/ϕ

$\Rightarrow$ As$_{min}$ = $\rho_{min.}\ B.d$ = 0.0018 x 300 x 60.5 = 32.67 cm^2.

As = 32.67 cm^2.	<> 16 Ø 5/8“ @ 0.19	$S = \frac{3.0 - 0.15 - .0.016}{15} = 0.1889$

b).- Dirección transversal , n = 135 cm.

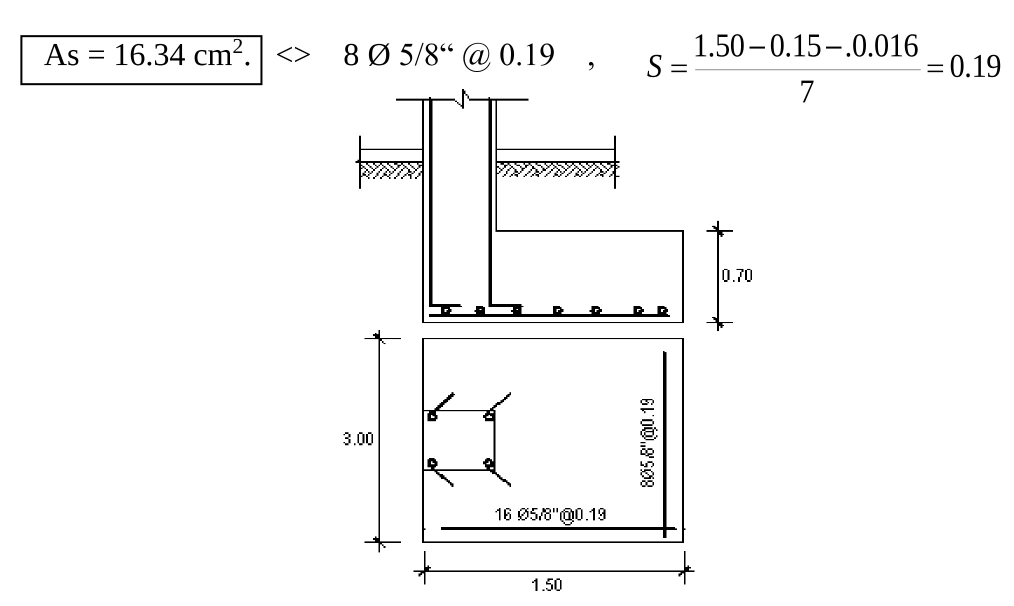
$$\frac{Mu_{(2)}}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} A n^2}{2\ \Phi} = \frac{2.62 \times 150 \times 135^2}{2 \times 0.90} = 39.79 \text{ t-m.}$$

$Mn\ \rho_{max.}$ = 54.35 x 150 x 60.5^2 = 298.4 t-m. > Mu/ϕ

$Mn\ \rho_{min.}$ = 7.44 x 150 x 60.5^2 = 40.85 t-m. > Mu/ϕ

$\Rightarrow$ As$_{min}$ = $\rho_{min.}\ A.d$ = 0.0018 x 150 x 60.5 = 16.34 cm^2

As = 16.34 cm^2.	<> 8 Ø 5/8“ @ 0.19 ,	$S = \frac{1.50 - 0.15 - .0.016}{7} = 0.19$

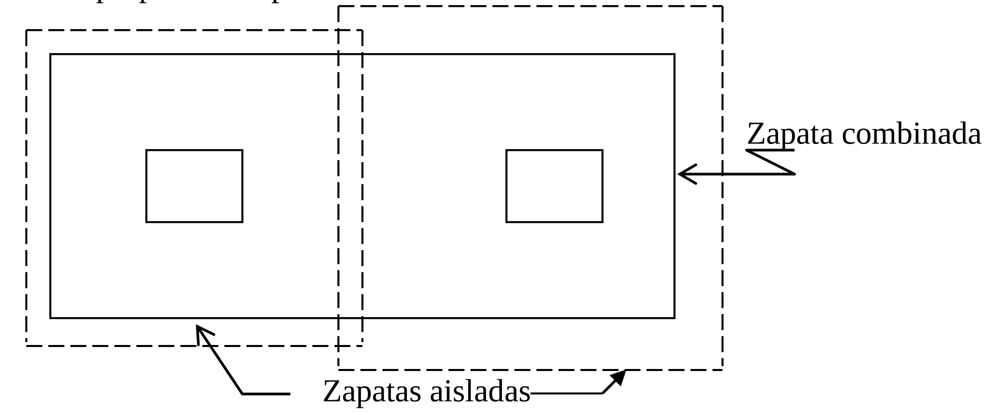


8.5. ZAPATAS COMBINADAS.

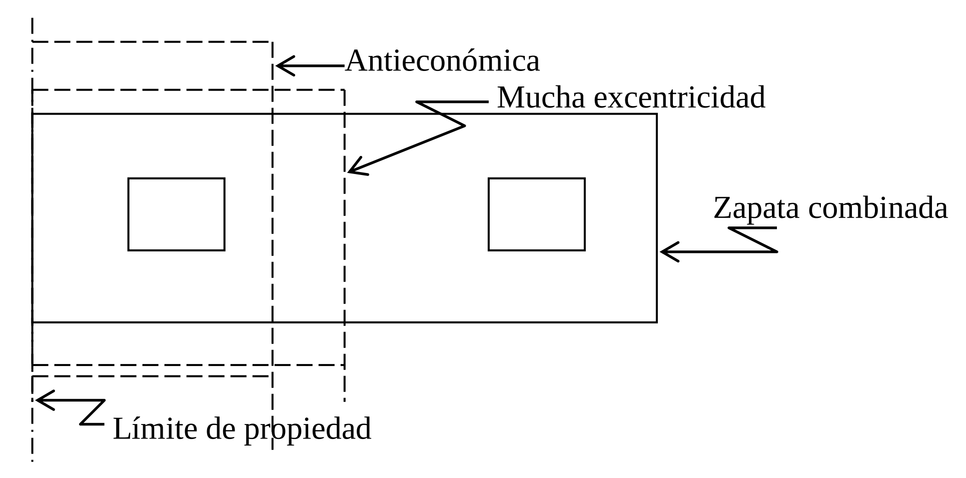
8.5.1. Definición y usos.

Zapatas combinadas son aquellas que sirven para cimentar dos o más columnas a la vez .Su utilización suele ser conveniente en los siguientes casos:

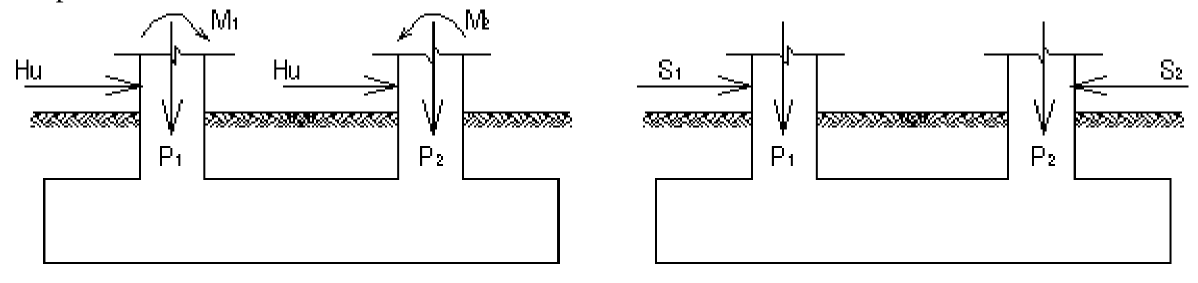
a. cuando dos o más columnas están relativamente cercanas de tal manera que, si se usarían zapatas aisladas para cada una de ellas, estas llegarían a traslaparse o podrían resultar de proporciones poco económicas.



b. Cuando una columna exterior está en un límite de propiedad o muy cerca de él, de manera que una zapata aislada resultaría de proporciones poco económicas o con una excentricidad excesiva. En este caso resulta conveniente combinar la cimentación de esta columna con la de la columna interior más cercana:

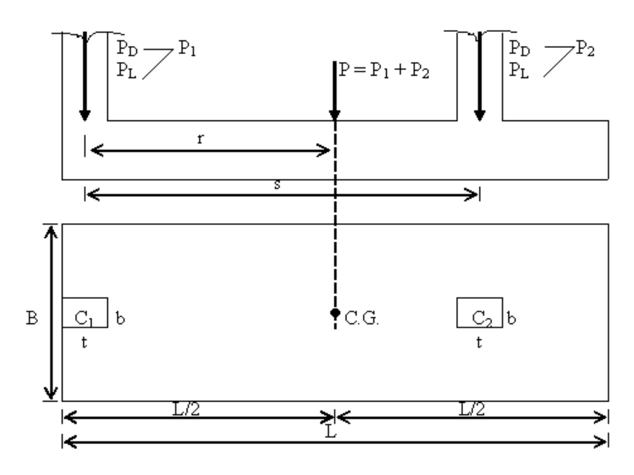


c. Para resistir mejor efectos de volteo y/o de esfuerzos horizontales que pueden causar problemas a las cimentaciones aisladas.



d. Cuando una estructura está constituida por dos o más columnas que se apoyan en un suelo de baja capacidad portante, es conveniente prever una cimentación única para evitar asentamientos diferenciales y lograr un mejor comportamiento de la estructura.

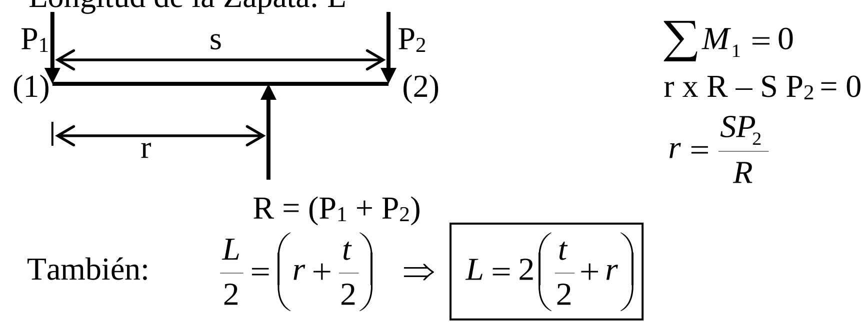
8.5.2. Procedimiento de diseño.



1) Cálculo de A_Z (Dimensionamiento en planta).

   Con la finalidad de que la zapata ejerza presiones uniformes sobre el suelo, la zapata debe dimensionarse de tal manera que la resultante P coincida con el C.G. de la zapata.

- $A_Z = \dfrac{cP}{\sigma t} = \dfrac{c(P_1 + P_2)}{\sigma t} = B \times L$
- Longitud de la Zapata: L



$\sum M_1 = 0$

r x R – S P_2 = 0

$r = \dfrac{SP_2}{R}$

También: $\dfrac{L}{2} = \left(r + \dfrac{t}{2}\right) \Rightarrow \boxed{L = 2\left(\dfrac{t}{2} + r\right)}$

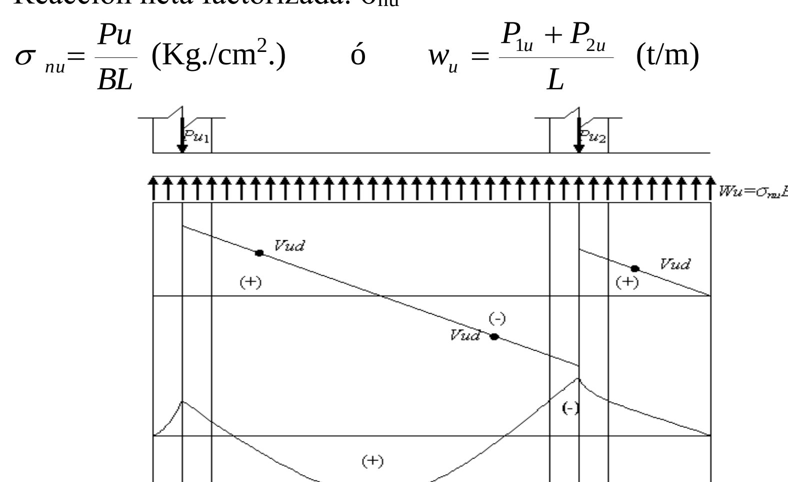
Cálculo de B: A_Z = B x L $\Rightarrow \boxed{B = \dfrac{A_Z}{L}}$

Longitudinalmente la zapata representa una viga cargada hacia arriba, con una luz igual a la distancia entre pilares y un extremo en voladizo en el pilar interior.

2) Dimensionamiento en altura.

   - Reacción neta factorizada: σ_{nu}

   $\sigma_{nu} = \dfrac{Pu}{BL}$ (Kg./cm^2.) ó $w_u = \dfrac{P_{1u} + P_{2u}}{L}$ (t/m)



a) <u>*h* por efecto de viga.</u> (por corte).- El cortante crítico se ubica a la distancia "*d*" de la cara del apoyo. Del diagrama de cortante se determina cual es el cortante máximo, entonces:

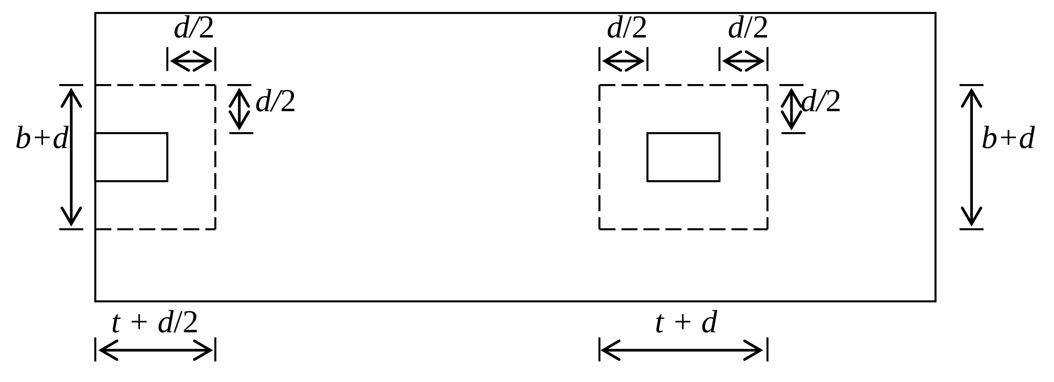
$$Vud = Vu_{max} - Wud \quad \Rightarrow \quad \frac{Vud}{\Phi} = \frac{Vu - Wud}{\Phi}$$

$$v_u = \frac{Vud/\Phi}{Bd} = v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c} \text{ (para diseño)}$$

$$\frac{Vu - Wud}{\Phi Bd} = 0.53\sqrt{f'c} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{Vu}{Wu + 0.53\Phi\sqrt{f'c}B}$$

Si *dc* (conocido) $\Rightarrow$ $\boxed{h = d + dc}$

b) <u>*h* por punzonamiento</u>.- (sección crítica a *d*/2)



El perímetro crítico por punzonamiento en cada una de las columnas, es:

En la columna exterior: $bo_1 = 2(t + d/2) + (b + d)$

En la columna interior: $bo_2 = 2(t + d) + 2(b + d)$

La fuerza de corte que produce punzonamiento en cada columna es:

En la columna exterior: $Vu_1 = Pu_1 - \sigma_{nu}[(t + d/2)(b + d)]$

En la columna interior: $Vu_2 = Pu_2 - \sigma_{nu}[(t + d)(b + d)]$

El cortante unitario por punzonamiento, en cada caso, esta dado por:

$$v_{u1} = \frac{Pu_1 - \sigma_{nu}[(b+d)(t+d/2)]}{\Phi bo_1 \times d} \quad , \quad \phi = 0.85$$

$$v_{u2} = \frac{Pu_2 - \sigma_{nu}[(b+d)(t+d)]}{\Phi bo_2 \times d}$$

El corte unitario resistente al punzonamiento del concreto es:

$v_{uc} = 1.1\sqrt{f'c}$, Por lo tanto, debe cumplir las dos condiciones siguientes: $v_{u1} \leq v_{uc}$, $v_{u2} \leq v_{uc}$

Si no se cumple una de las dos condiciones, es necesario aumentar el peralte efectivo "*d*", hasta un valor que permita su cumplimiento

3) Chequeo del peso de la zapata.

Peso de la zapata = *B* x *L* x *P.e* x *h* =

Pzapata asumido = % P =

$P_{zap} \leq P_{Z}$asumido

4) Diseño del acero (longitudinal)

a. Diseño por flexión :

- Tramo:

Mu/ϕ = ------ t-m. (obteniendo del diagrama de la envolvente)
Mn ρ_{max} = KBd^2 = --------------- > Mu/ϕ
Mn ρ_{min} = KBd^2 = --------------- < Mu/ϕ

Si Mn ρ_{min} < Mu/ϕ $\Rightarrow$ $As = \frac{Mn/\Phi}{fy(d-a/2)}$, $a = \frac{Asfy}{0.85f'cB}$

$\Rightarrow$ As = ------- cm^2 <> # Ø @. ----- $S = \frac{B-2r.e-\phi_b}{n-1}$

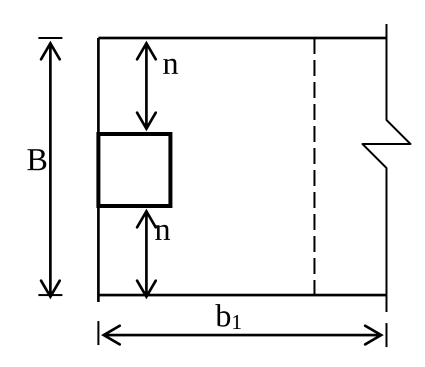
Si Mn ρ_{min} > Mu/ϕ $\Rightarrow$ $As_{min} = \rho_{min}Bd$; ρ_{min} = 0.0018

- En apoyos:

Mu = --------- (cara de apoyo) $\Rightarrow$ Mu/ϕ =-------- > Mn ρ_{min} , si sale lo contrario colocar As_{min}

b. Diseño del refuerzo transversal.

- Columna exterior:

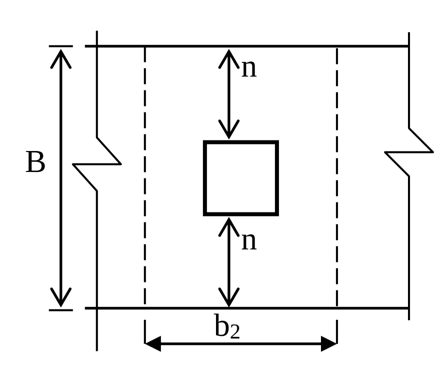


$\sigma_{nu} = \frac{Pu_1}{B \times b_1}$ = ------- (Kg./cm^2.)

$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} \times b_1 n^2}{2\,\Phi} =$

Mn ρ_{max} = Kb$_1$d^2 = ------------ ≥ Mu/ϕ
Mn ρ_{min} = Kb$_1$d^2 = ----------- > Mu/ϕ, si sale lo contrario, colocar As_{min} , $As_{min} = \rho_{min} b_1 d$

- Columna interior



$\sigma_{nu} = \frac{Pu_2}{B \times b_2}$ = ------- (Kg./cm^2.)

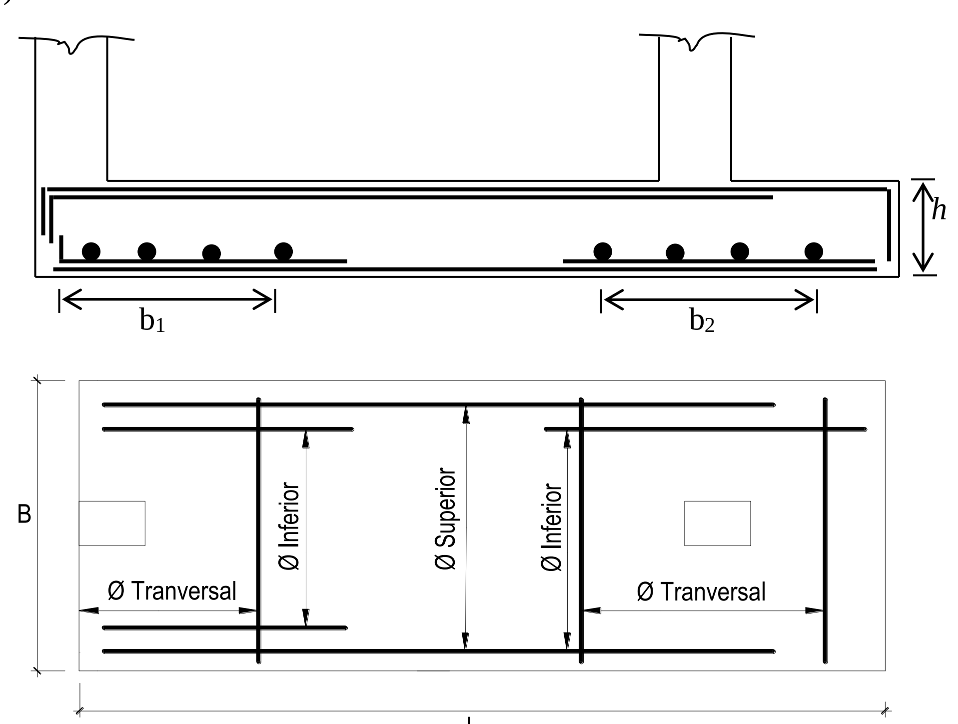
$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} \times b_2 n^2}{2\,\Phi} =$

Mn ρ_{max} = Kb$_2$ d^2 = ------------ > Mu/ϕ
Mn ρ_{min} = Kb$_2$ d^2= ------------->Mu/ϕ, si sale lo contrario, colocar $As_{min} = \rho_{min} b_2 d$

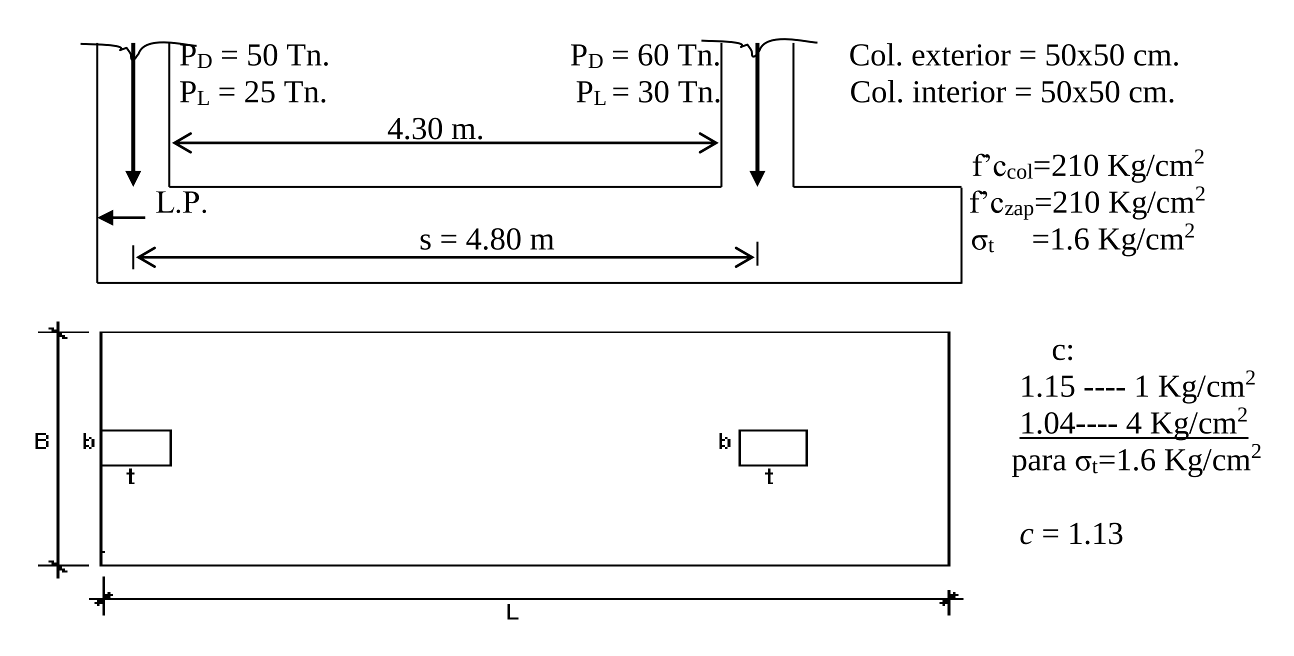
$b_1 = t + 0.75\,d$, $b_2 = t + 1.5\,d$, $n = \frac{B-b}{2}$

El área de acero que evidentemente es diferente para cada columna, se distribuye uniformemente en las franjas de ancho b_1 y b_2 , respectivamente.

5) Colocación del refuerzo.



Ejemplo.- Diseñar la zapata combinada mostrada en la figura:



Solución

Cargas de servicio

$P_1 = 50 + 25 = 75$ Tn.

$P_2 = 60 + 30 = 90$ Tn.

Cargas de rotura:

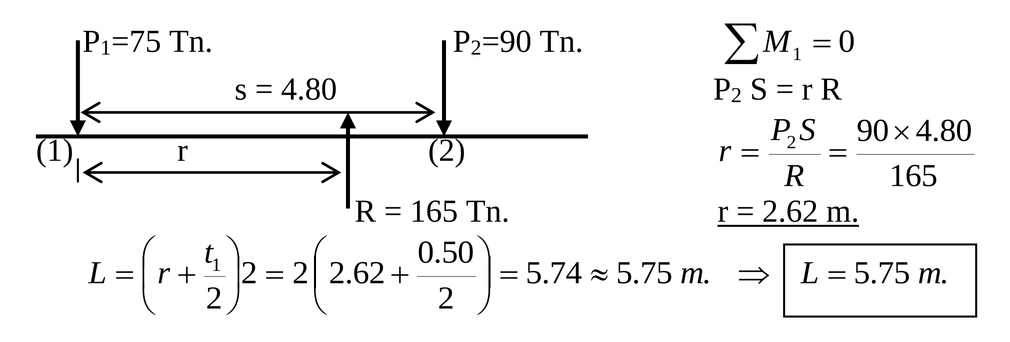
$Pu_1 = 1.4x50 + 1.7x25 = 112.5$ Tn.

$Pu_2 = 1.4x60 + 1.7x30 = 135$ Tn.

1) Dimensionamiento de Az:

$$Az = \frac{cP}{\sigma_t} = \frac{1.13 \times 165,000}{1.6} = 116,531.25 \quad \Rightarrow \quad Az = 116,531.25\ cm^2$$

Cálculo de la longitud de la zapata:



$\sum M_1 = 0$

P_2 S = r R

$$r = \frac{P_2 S}{R} = \frac{90 \times 4.80}{165}$$

r = 2.62 m.

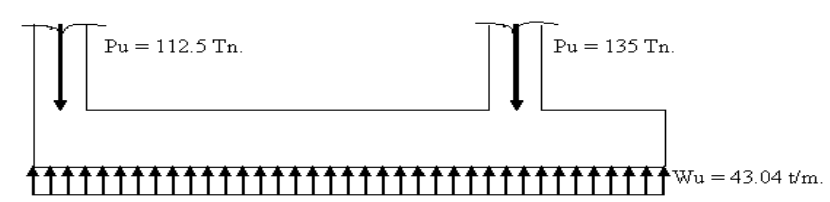
$$L = \left(r + \frac{t_1}{2} \right) 2 = 2\left(2.62 + \frac{0.50}{2} \right) = 5.74 \approx 5.75\, m. \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = 5.75\, m.}$$

Cálculo de B: Az = B x L $\Rightarrow B = \dfrac{116{,}531}{5.75} = 202.66 \approx 205\, cm. \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = 2.05\, m.}$

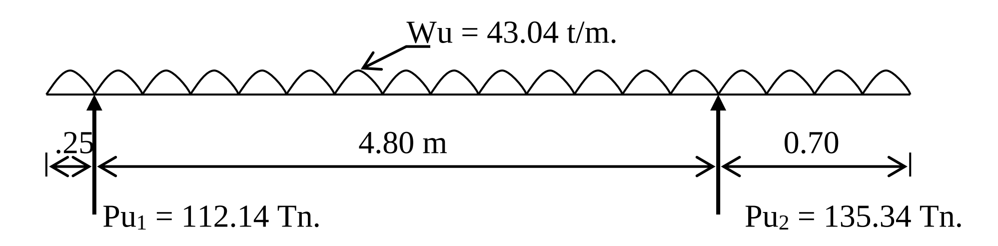
Reacción neta por unidad de longitud:

$$Wu = \frac{Pu}{L} = \frac{247.5}{5.75} = 43.04\, t/m. \quad ó \quad \sigma_{nu} = 2.10 \text{ Kg./cm}^2.$$

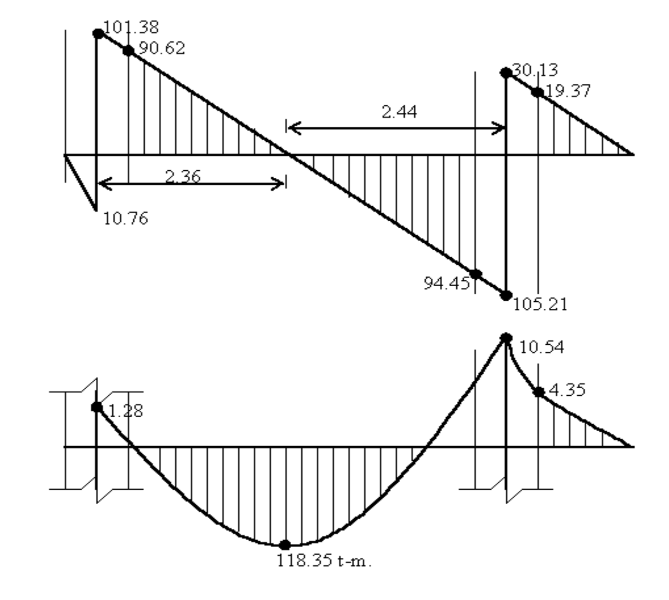
2) Dimensionamiento de *h*.



Reajustando los Pu, debido a Wu = 43.04 t/m., y tratando la zapata como una viga de un solo tramo , más el volado y para su análisis lo invertimos,lo cual tenemos:



$$Pu_1 = \frac{43.04 \times 5.05 \times 50.5/2 - 43.04 \times 0.70 \times 0.70/2}{4.80} = 112.14\, Tn. \quad ; \quad Pu_2 = 135.34\, Tn.$$



ó $Mx = Pux - Wu\frac{(x+0.25)^2}{2} = 112.14 \times 2.36 - 43.04\frac{(2.36+0.25)^2}{2} = 118.35$ t-m.

$Mu^{(+)} = 118.35$ t-m.

* h por corte de viga.

Vu = 94.45 ⇒ $Vud = Vu - Wud = \frac{94.5 - 43.04d}{\Phi}$

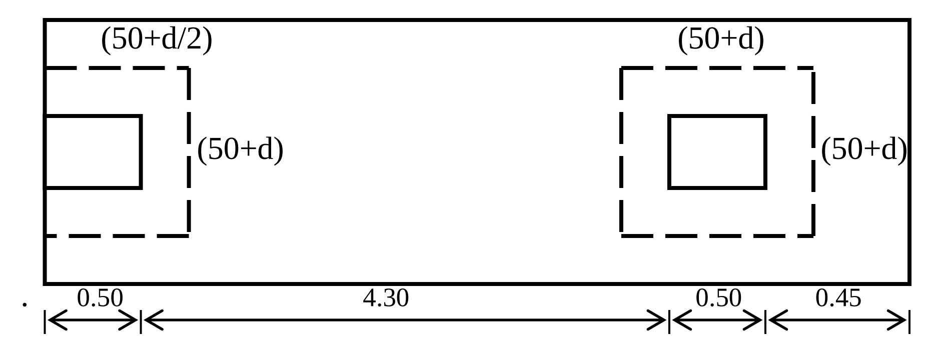
Cortante unitario del concreto $v_{uc} = 0.53\sqrt{f'c} \Rightarrow v_{uc} = v_u$ (para diseño)

$\therefore \quad d = \frac{Vu}{Wu + 0.53\Phi\sqrt{f'c}B} = \frac{94{,}450}{430.4 + 0.53 \times 0.85\sqrt{210} \times 205} = 53.40$

$\Rightarrow \quad h = d + dc \quad , \quad dc = r.e + \frac{\phi_L}{2} = 7.5 + \frac{\phi_{1"}}{2} = 8.77$ cm.

considerando *dc* = 9.00 (para zapatas combinadas) tenemos
h = 53.4 + 9 = 62.4 ⇒ h = 65 cm. , d = 56 cm.

* h por punzonamiento (sección crítica d/2)



Columna exterior:

$v_{u1} = \frac{Pu - \sigma_{nu}[(t + d/2)(b + d)]}{\Phi bo_1 \times d} \quad , \quad bo_1 = 2(t + d/2) + (b + d)$

$v_{u1} = \frac{112{,}500 - 2.10[(50 + 56/2)(50 + 56)]}{0.85 \times 2(50 + 56/2)(50 + 56) \times 56} = 0.12$ Kg./cm^2.

$v_{uc} = 1.1\sqrt{f'c} = 1.1\sqrt{210} = 15.94$ Kg./cm^2. > v_u = 0.12 Kg./cm^2. --- OK .

Columna interior:

También podemos verificar que: Vup/ϕ < Vc, así:

$Vn = \frac{Vu_2}{\Phi} = \frac{Pu_2 - \sigma_{nu}[(t + d)(b + d)]}{\Phi} \quad , \quad bo_2 = 2(t + d) + (b + d) \Rightarrow bo_2 = 424\ cm.$

$Vc = 1.1\sqrt{f'c}\ bo\ d \qquad \Rightarrow \qquad Vc > Vn$

$\frac{Vu_2}{\Phi} = \frac{135.0 - 21.0(1.06)(1.06)}{0.85} = 131.06$ Tn.

$Vc = 1.1\sqrt{210} \times 4.24 \times 10 \times 0.56 = 378.49$ Tn. > Vu_2/ϕ = Vn conforme OK.

3) Chequeo del peso de la zapata:
P_{zapata} = 2.05 x 5.75 x 0.65 x 2.4 = 18.39 Tn.
$P_{z_{asumido}}$ =0.13 x 165 = 21.45 Tn.

4) Diseño por flexión:

a. Diseño del tramo:

Mu = 118.35 t-m $\Rightarrow$ $\frac{Mu}{\Phi} = \frac{118.35}{0.90} = 131.5$ t-m.

Mn ρ_{max} = 54.35 x 205 x 56^2 = 349.4 t-m > Mu/ϕ ---- OK.

Mn ρ_{min} = 7.44 x 205 x 56^2 = 47.84 t-m < Mu/ϕ

$\Rightarrow \quad As = \frac{131.5 \times 10^5}{4200(56 - a/2)} \quad , \quad a = \frac{4200 As}{0.85 \times 210 \times 205} = 0.1148\ As$

a = 6.8 As = 59.52 a = 6.8

As = 59.52 cm^2	<> 21 Ø ¾“ ó 12 Ø 1“ @ 0.17

$$S = \frac{2.05 - 0.15 - 0.0254}{11} = 0.17$$

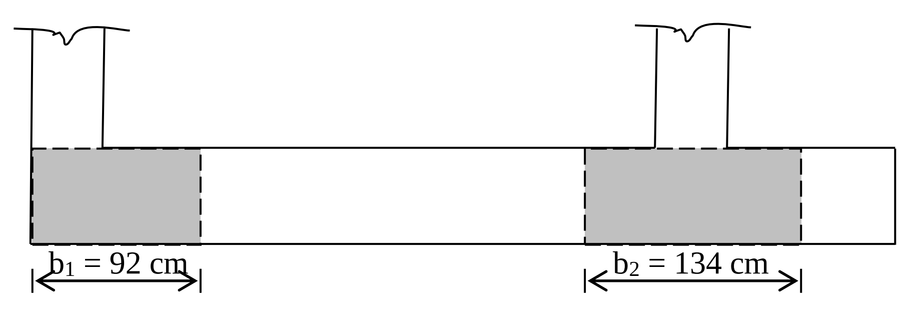
b. Diseño en los apoyos:

Mu = 4.35 t-m. $\Rightarrow$ Mu/ϕ =4.83 t-m. < Mn ρ_{min} = 47.8 t-m. $\Rightarrow$

As_{min} = ρ_{min} B d = 0.0018 x 205 x 56 = 20.66 cm^2.

As = 20.66 cm^2	<> 7 Ø ¾“ @ 31

c. Diseño del acero transversal:



b_1 = t + 0.75 d = 50 + 0.75 x 56 = 92 cm. b_2 = t + 1.5 d = 50 + 1.5 x 56 = 134 cm.

Columna exterior.-

$$Wu_1 = \frac{Pu_1}{B} = \frac{112.5}{2.05} = 54.88\ t/m.$$

$$Mu = \frac{Wu\ n^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{Mu}{\Phi} = \frac{54.88 \times 0.775^2}{2 \times 0.90} = 18.31 \text{ t-m.}$$

Mn ρ_{max} = 54.35 x 92 x 56^2 = 156.81 t-m > Mu/ϕ ---- OK.

Mn ρ_{min} = 7.40 x 92 x 56^2 = 21.35 t-m < Mu/ϕ $\Rightarrow$

Colocar: As_{min} = ρ_{min} b_1 d = 0.0018 x 92 x 56 = 9.27 cm^2.

As = 9.27 cm^2	<> 5 Ø 5/8“ usar 5 Ø 5/8“ @ 0.19

Columna interior.-

$$Wu_2 = \frac{Pu_2}{B} = \frac{135}{2.05} = 65.85\ t/m.$$

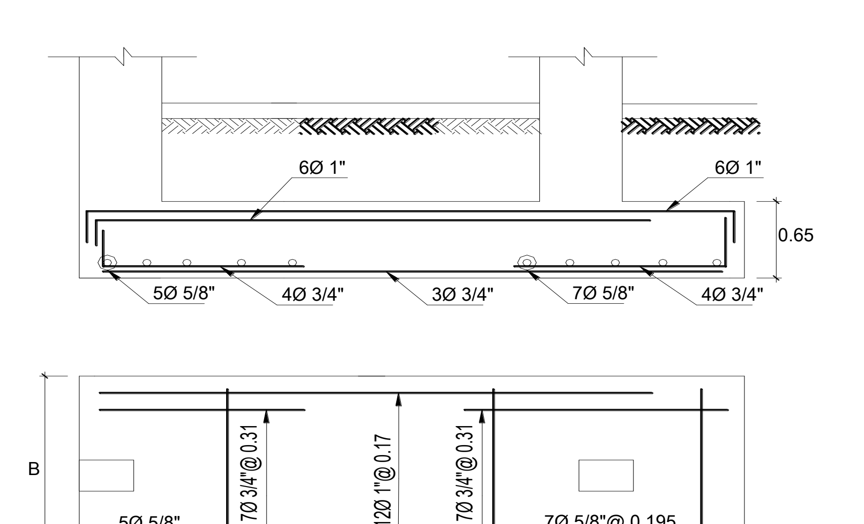
$$Mu = \frac{Wu\ n^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{Mu}{\Phi} = \frac{65.85 \times 0.775^2}{2 \times 0.90} = 21.97 \text{ t-m.}$$

Mn ρ_{max} = 54.35 x 134 x 56^2 = 228.39 t-m > Mu/ϕ

$Mn\ \rho_{min} = 7.40 \times 134 \times 56^2 = 31.10$ t-m $> Mu/\phi \Rightarrow$

Colocar: $As_{min} = \rho_{min}\ b_2\ d = 0.0018 \times 134 \times 56 = 13.51\ cm^2$.

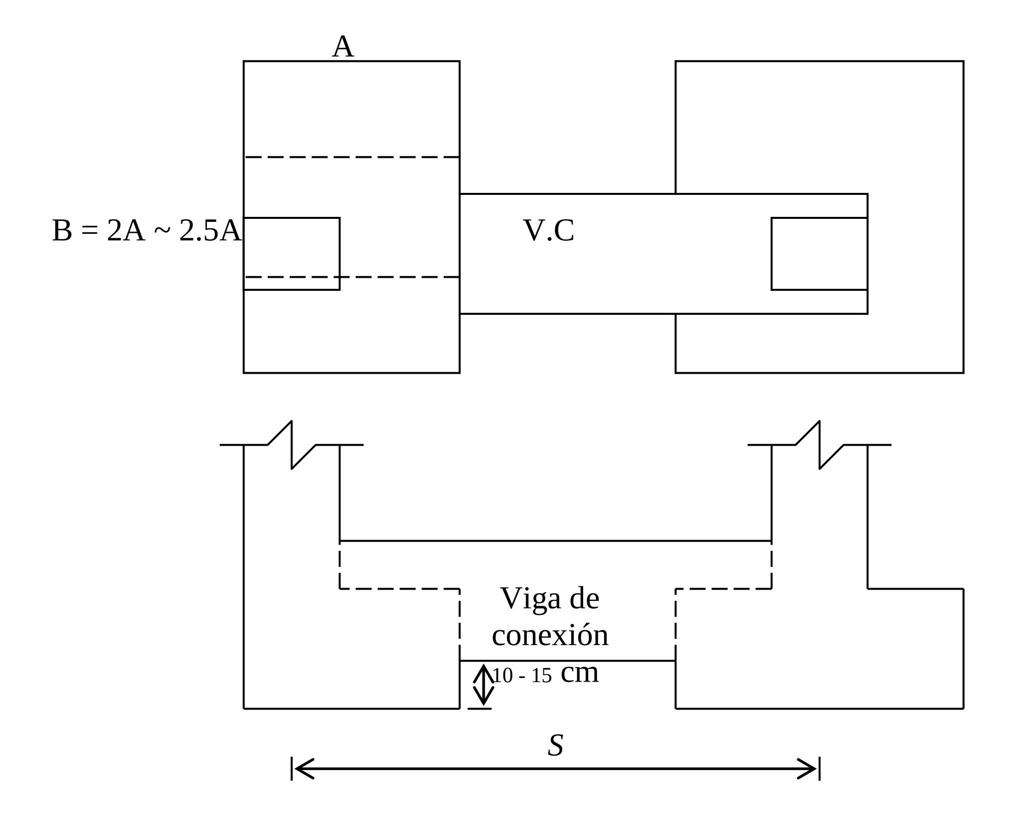
$As = 13.51\ cm^2$	<> 7 Ø 5/8"	usar 7 Ø 5/8" @ 0.195



E.T
$f'c = 210$ Kg./cm².
$Fy = 4200$ Kg./cm².
$\sigma_t = 1.6$ Kg./cm².
r.e = 7.5 cm

8.6. ZAPATA CONECTADA.

Se llama zapatas conectadas a aquellas que están constituidas por dos zapatas, una de ellas o las dos excéntricas, unidas por una viga llamada de conexión que se encarga de absorber el momento flector que produce la excentricidad; de esta manera, las zapatas ejercen presion uniforme sobre el suelo de cimentación.

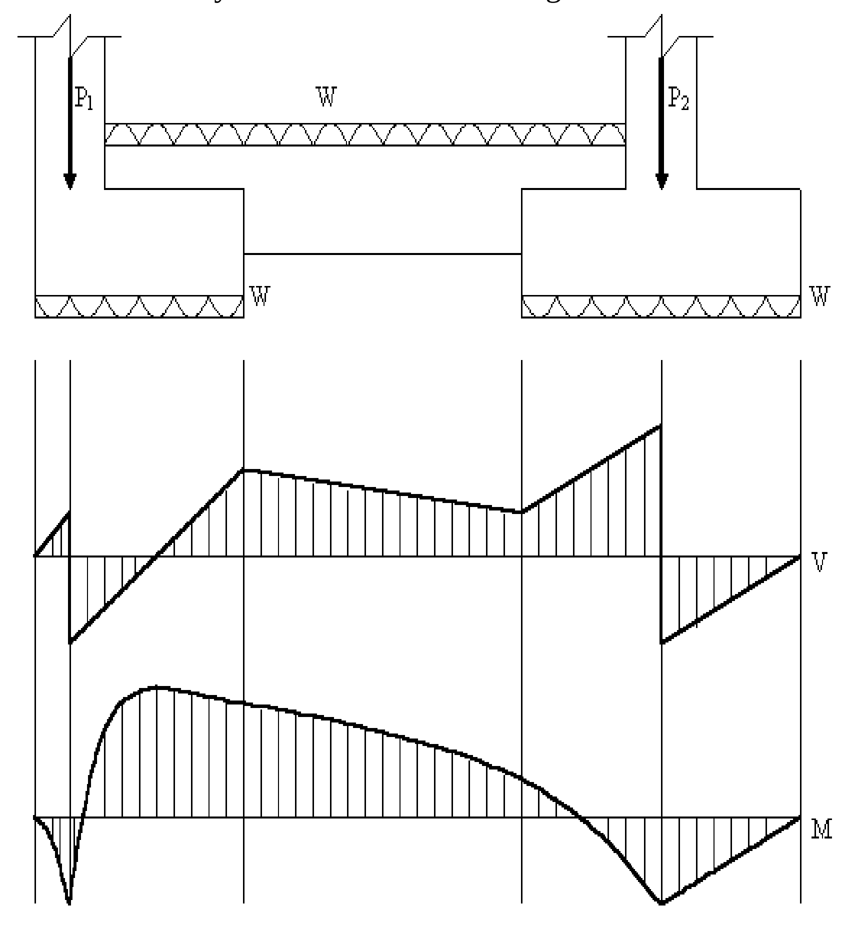


Las zapatas conectadas suelen utilizarse en los mismos casos que las combinadas, pero cuando la separación entre las columnas es muy grande de tal manera que una zapata combinada resultaría de muy poco ancho y/o se generarían momentos flectores muy grandes en su tramo central. Usualmente una zapata conectada resulta ser más recomendable que una combinada cuando la separación entre las columnas es mayor de 6.00 m.
La filosofía del análisis es el siguiente:

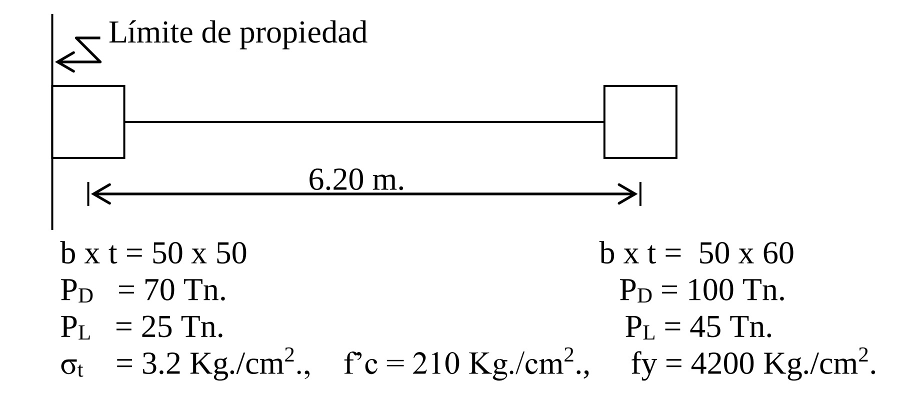
- La zapata exterior transfiere su carga a la viga de conexión, actuando la zapata como una losa en voladizo a ambos lados de la viga de conexión se recomienda dimensionarla en planta, considerando una dimensión transversal igual a 2 ó 2.5 veces la dimensión en la dirección de la excentricidad.
- La viga de conexión debe analizarse como una viga articulada a la columna exterior e interior, que soporta la reacción neta del terreno en la zapata exterior y su peso propio.
- La zapata interior se diseña como una zapata aislada. Puede considerarse la reacción de la viga de conexión. En el diseño de cortante por punzonamiento se considera la influencia de la viga de conexión en la determinación de la zona crítica.
- La viga de conexión debe ser lo suficientemente rígida como para evitar el volteo de la zapata excentrica; por ello se recomienda que su sección transversal tenga las siguientes dimensiones mínimas.

$h_{min} = s / 7\text{-}8$, $B_{min.} = P_1/31\ s$

El diagrama de cortante y momento flector es el siguiente.



Ejemplo.- Diseñar la zapata conectada cuyos datos se detallan acontinuación :



b x t = 50 x 50 b x t = 50 x 60
P_D = 70 Tn. P_D = 100 Tn.
P_L = 25 Tn. P_L = 45 Tn.
σ_t = 3.2 Kg./cm^2., f'c = 210 Kg./cm^2., fy = 4200 Kg./cm^2.

Solución

* Zapata exterior.

Estimación: $Az = \dfrac{1.20P_1}{\sigma_t} = \dfrac{1.20 \times 95}{3.2} = 35{,}625\ cm^2$

B = 2 A $\Rightarrow$ Az = B x A = 2 A^2 = Az $\Rightarrow$ $A = \sqrt{\dfrac{35{,}625}{2}} = 133.46$

usar: A = 1.35 m (definitivo)

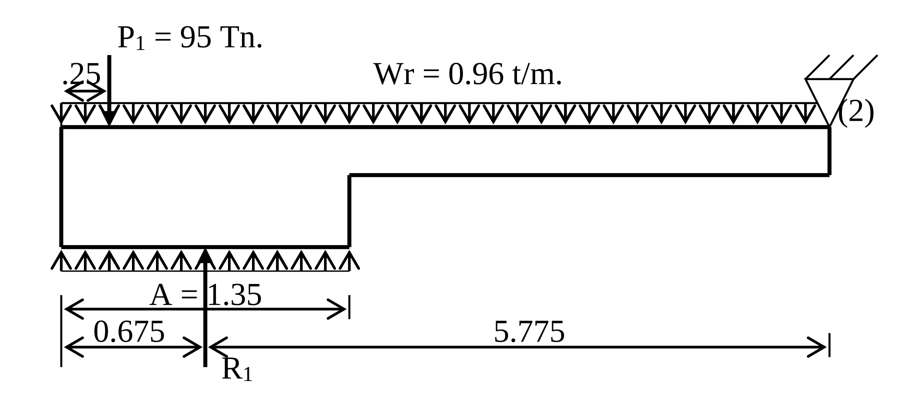
* Viga de conexión .-

$$h = \frac{S}{7-8} = \frac{620}{8} = 77.5 \Rightarrow \underline{h = 80}\ \text{cm.}$$

$$b = \frac{P_1}{31\,S} = \frac{95}{31 \times 6.20} = 0.49 \Rightarrow \underline{b = 50}\ \text{cm.}$$

usar: b x h = 0.50 x 0.80 m

* Dimensionamiento de zapata exterior:



Wv = 0.50 x 0.80 x 2.4 = 0.96 t/m. $\Rightarrow$ Wv = 0.96 t/m. (peso propio de la viga).

$$\sum M_2 = 0 \quad : \quad R_1 \times 5.775 - P_1 \times 6.20 - \frac{0.96 \times 6.45^2}{2} \Rightarrow \underline{R_1 = 105.45}\ \text{Tn.}$$

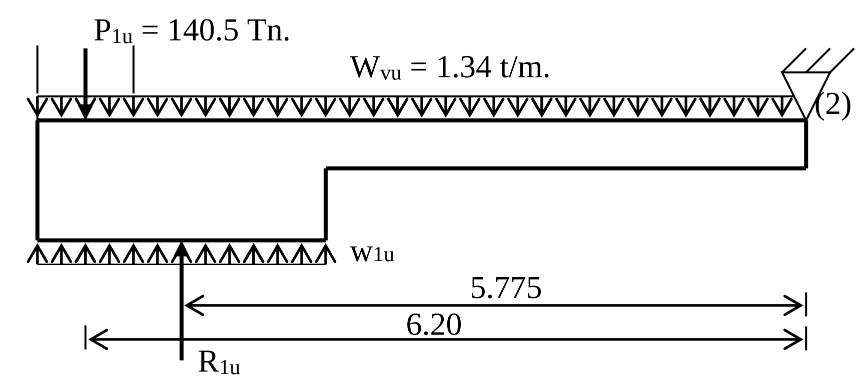
$$Az = \frac{R_1}{\sigma_t} = \frac{105.45}{32} = 3.30\ m^2 = A \times B \Rightarrow B = \frac{3.30}{A} = 2.44\ m. \quad \therefore \quad \underline{B = 2.45\ m.}$$

usar: B x A = 2.45 x 1.35 m , Az = 3.31 m^2.

* Diseño de la viga de conexión.

$P_{1u} = 1.4\ P_D + 1.7\ P_L = 1.4 \times 70 + 1.7 \times 25 = 140.5$ Tn. $\Rightarrow$ $\underline{P_{1u} = 140.5 \text{ Tn.}}$

$W_{vu} = 1.4 \times 0.96 = 1.34$ t/m $\Rightarrow$ $\underline{W_{vu} = 1.34 \text{ t/m}}$



$$\sum M_2 = 0 \quad : \quad R_{1u} \times 5.775 - P_{1u} \times 6.20 - \frac{1.34 \times 6.45^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{R_{1u} = 155.67} \text{ Tn.}$$

$$W_{1u} = \frac{R_{1u}}{A} = \frac{155.67}{1.35} = 115.31\ t/m. \quad \Rightarrow \quad \underline{W_{1u} = 115.31\ t/m.}$$

* Sección de momento máximo: Xo ≤ A (hallamos la sección de momento máximo, cuando Vx = 0)

$Vx = (W_{1u} - W_{vu})\ Xo - P_{1u} = 0$

$$Xo = \frac{140.5}{(115.31 - 1.34)} = 1.23 \quad \Rightarrow \quad \underline{Xo = 1.23\ m} \quad \leq \quad A = 1.35\ m. \quad \text{OK:}$$

$$Mu_{max} = (W_{1u} - W_{vu})\frac{Xo^2}{2} - P_{1u}\left(Xo - \frac{t_1}{2}\right)$$

$$= (115.31 - 1.34)\frac{1.23^2}{2} - 140.5\left(1.23 - \frac{0.50}{2}\right)$$

Mu = - 51.48 t-m. $\Rightarrow$ **Mu = 51.48 t-m.** $\Rightarrow$ **Mu/ф = 57.2 t-m.**

$$dc = \left(7.5 + \frac{\phi_{1"}}{2}\right) = 8.77\ cm. \quad , \quad \text{Considerando dc = 9 cm.} \quad \Rightarrow \quad \underline{d = 71 \text{ cm.}}$$

Mn ρ_{max} = 54.35 x 50 x 71^2 = 136.99 t-m > Mu/ф

Mn ρ_{min} = 13.44 x 50 x 71^2 = 33.88 t-m < Mu/ф

$$\Rightarrow \quad As = \frac{Mu/\Phi}{fy(d - a/2)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85 f'cb} = 0.4706\ As$$

a = 9.69 $\qquad$ $\underline{As = 20.59}$ $\qquad$ a = 9.69

As = 20.59 cm² <> 4 Ø 1" (20.40 cm².)

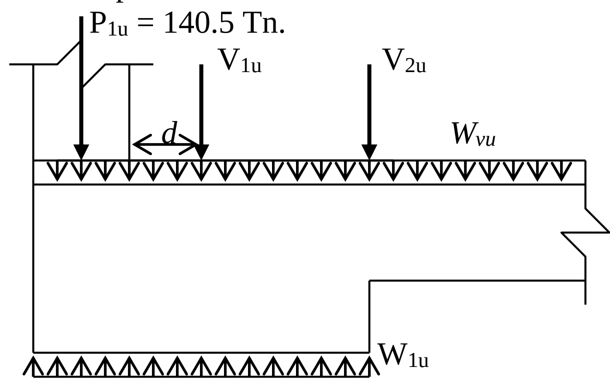
Refuerzo en la cara inferior:

$$As^{(+)} = \frac{As^{(-)}}{2} \geq As_{min}$$

$$As^{(+)} = \frac{20.59}{2} = 10.30\ cm^2 \quad , \quad As_{min} = 0.0033 \times 50 \times 71 = 11.72\ cm^2$$

$\Rightarrow$ **As = 11.72 cm².** <> 4 Ø ¾"

* Diseño por corte:



$V_{1u} = (W_{1u} - W_{vu})\ (t_1 + d) - P_{1u} = (\ 115.31 - 1.34)(0.50 + 0.71) - 140.5$

$\Rightarrow$ $V_{1u} = -2.60$ Tn.

$V_{2u} = (W_{1u} - W_{vu})\ (A) - P_{1u} = (\ 115.31 - 1.34)(1.35) - 140.5$

$\Rightarrow$ $V_{2u} = 13.36$ Tn.

$$\Rightarrow \quad \frac{Vu}{\Phi} = \frac{13.36}{0.85} = 15.72\ Tn.$$

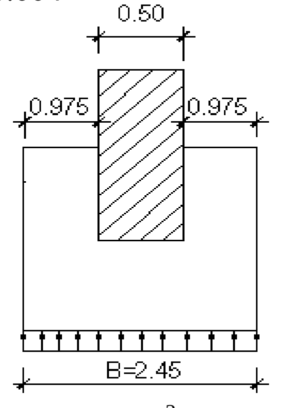
$Vuc = 0.53\ \sqrt{210} \times 50 \times 71 = 27.26$ Tn. > Vu/ϕ (no necesitamos estribos por corte).

$\Rightarrow$ Usar estribos por montaje: S = 36 Ø = 36 x 1.9 = 68.4 cm

Estribos: Ø 3/8" @ 0.65

NOTA: En zonas muy sísmicas deben confinarse los estribos de la viga de conexión (viga dúctil) S = 2 d, colocar estribos a d/4 y en el tramo central colocar a d/2

Diseño de la zapata exterior: , Se diseña para un momento flexionante adoptando una $\rho = 0.004$



$$Wu = \frac{R_{1u}}{B} = \frac{155.67}{2.45} = 63.54 \text{ t/m.}$$

$$Mu = \frac{Wu\ n^2}{2} = \frac{63.54 \times 0.975^2}{2} = 30.20 \text{ t-m.}$$

$$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{30.20}{0.90} = 33.56 \text{ t-m.}$$

Mn ρ_{max} = K A d^2 $\rightarrow$ K = 16.01 $\rightarrow$ ρ = 0.004 $\Rightarrow$ $d = \sqrt{\dfrac{Mu/\Phi}{KA}}$

$$d = \sqrt{\frac{33.56 \times 10^5}{16.01 \times 135}} = 39.40 \text{ cm.}$$

$\Rightarrow$ h = d + dc = 39.40 + 9 = 48.40 $\Rightarrow$ h = 50 cm. d = 41.0 cm.

* Verificación por cortante.

Vud = Wu (n – d) = 63.54 (0.975 – 0.41) = 35.90 Tn. $\Rightarrow$ Vud/ϕ = 42.24 Tn.

Vc = 0.53 $\sqrt{f'c} \times A \times d = 0.53\ \sqrt{210} \times 135 \times 41 = 42.51$ Tn.

$\therefore$ Vc = 42.51 Tn. > Vud/ϕ = 42.24 Tn. OK.

Si sale lo contrario, hay que aumentar el peralte:

$\therefore$ h = 0.50 m.

* Diseño del area de acero:

Mu/ϕ = 33.56 t-m $\Rightarrow$ Mn ρ_{max} = 54.35 x 135 x 41^2 = 123.34 t-m > Mu/ϕ

Mn ρ_{min} = 7.40 x 135 x 41^2 = 16.79 t-m < Mu/ϕ

$$\Rightarrow \quad As = \frac{Mu/\Phi}{fy(d - a/2)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85 f'cb} = 0.1743\, As$$

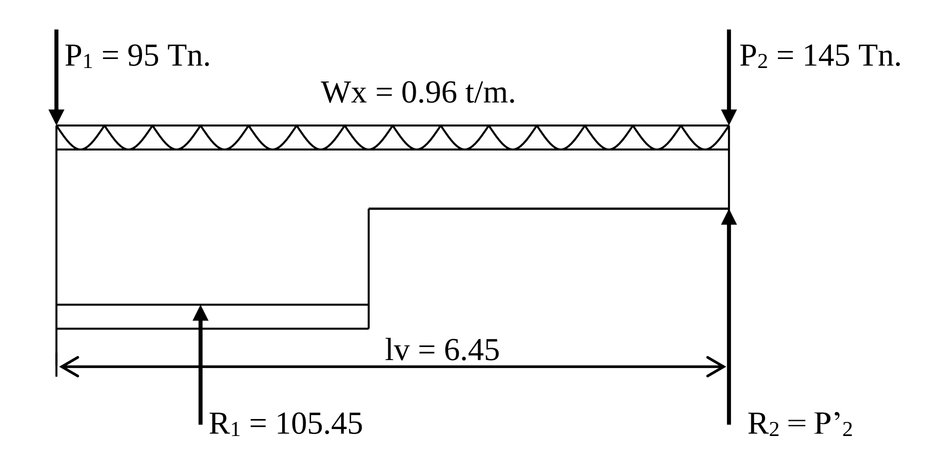
a = 3.55 As = 20.37 a = 3.55

As = 20.37 cm^2 <> 7 Ø ¾” @ 0.195 ó 10 Ø 5/8” @ 0.13

- Refuerzo transversal:

$As_{transversal}$ = 0.0018 x B x h = 0.0018 x 245 x 50 = 22.05 cm^2.
As = 22.05 cm^2 <> 8 Ø ¾” @ 0.325 ó 11Ø 5/8” @ 0.23

- Diseño de la Zapata interior.



$P_{2efectivo}$ = P'_2 = - P_2 – P_1 + R_1 – W_v x 6.45 = - 145 – 95 – 105.45 – 0.96 x 6.45

R_2 = P'_2 = - 140.74 Tn.

R_{2u} = $P_{2efectivo}$ = - P_{2u} – P_{1u} + R_{1u} – W_{vu} x Lv = - 216.5 – 140.5 + 155.67 – 1.34 x 6.45

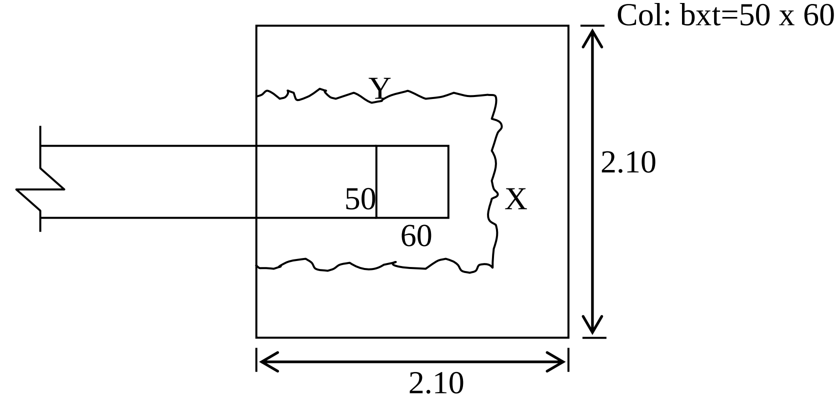
R_{2u} = - 209.97 Tn.

$$Az = \frac{P'_2}{\sigma_t} = \frac{140.74}{32.0} = 4.40\ m^2 \quad <> 2.10 \times 2.10$$

Usar : B x A = 2.10 x 2.10 Az = 4.41 m^2.

$$\sigma_{nu} = \frac{P'z}{Az} = \frac{209.97}{2.10 \times 2.10} = 47.61\, t/m^2 = 4.76\ \text{Kg./cm}^2.$$

* Diseño de h por punzonamiento:



$$X = (50 + d) \quad , \quad Y = \left(135 + \frac{d}{2}\right) \quad , bo = 2\left(135 + \frac{d}{2}\right) + (50 + d) \quad \Rightarrow \quad \underline{bo = 2d + 320}$$

$$Vup = \sigma_{nu}[Az - (X)(Y)]$$

$$v_{up} = \frac{Vu/\Phi}{bo\ d} = \frac{4.76[44{,}100 - (50 + d)(135 + d/2)]}{0.85 \times d(2d + 320)} = 1.10\sqrt{210} = v_{uc}$$

$44{,}100 – (6750 + 25\ d + 135\ d + d^2/2) = 2.84\ d\ (2\ d + 320)$
$44{,}100 – 6750 – 160\ d – d^2/2 = 5.68\ d^2 + 908.8\ d$
$d^2 + 172.94\ d – 6043.69 = 0$
d = 29.81 cm, ⇒ h = d + dc = 29.81 + 9 = 38.81

h = 40 cm. d = 31 cm.

* Verificación por corte:

Vud = σ_{nu} x B (m –d)

Vud = 4.76 x 210 (75 – 31) = 43.98 Tn. ⇒ Vud/ϕ = 51.74 Tn.

$Vc = 0.53\sqrt{210} \times 210 \times 31 = 50.0\ Tn.$ < Vud/ϕ = 51.74 Tn. ⇒
Aumentamos h de 40 cm. a h = 45 cm. ⇒ d = 36 cm.

$Vc = 0.53\sqrt{210} \times 210 \times 36 = 58.06\ Tn.$

Vud = 4.76 x 210 (75 – 36) = 38.98 Tn. ⇒ Vud/ϕ = 45.86 Tn.

Vud/ϕ = 45.86 Tn. < Vc ---- OK.

* Diseño por flexion:

$$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{\sigma_{nu} B\ m^2}{2\Phi} = \frac{4.76 \times 210 \times 75^2}{2 \times 0.90} = 33.3 \text{ t-m.}$$

h = 45 cm. , dc = 9 cm. , d = 36 cm.

Mn ρ_{max} = 54.35 x 210 x 36^2 = 147.92 t-m > Mu/ϕ
Mn ρ_{min} = 7.44 x 210 x 36^2 = 20.25 t-m < Mu/ϕ

$$\Rightarrow \quad As = \frac{Mu/\Phi}{fy(36 - a/2)} \quad , \quad a = \frac{Asfy}{0.85 f'cB} = 0.1120\ As$$

a = 2.56   <u>As = 22.84</u> a = 2.56

As = 22.84 cm^2

<> <u>11 Ø 5/8" @ 0.19</u>

<u>Refuerzo transversal</u>.

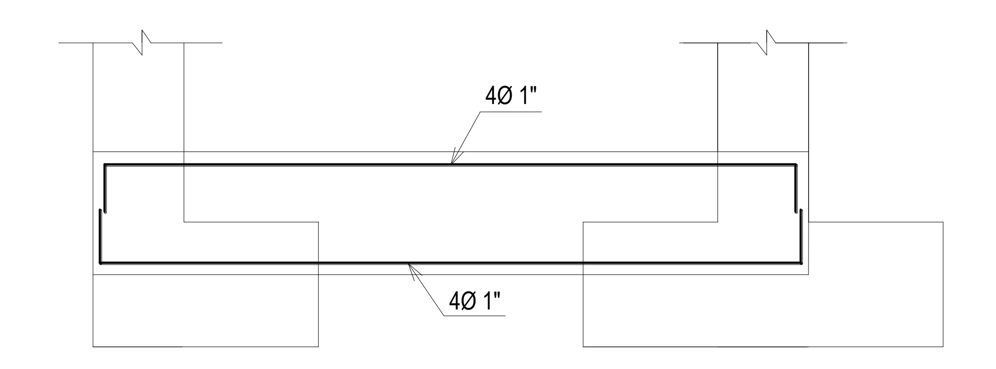
$$\frac{Mu}{\Phi} = \frac{4.76 \times 210 \times 80^2}{2 \times 0.90} = 35.54 \text{ t-m.}$$

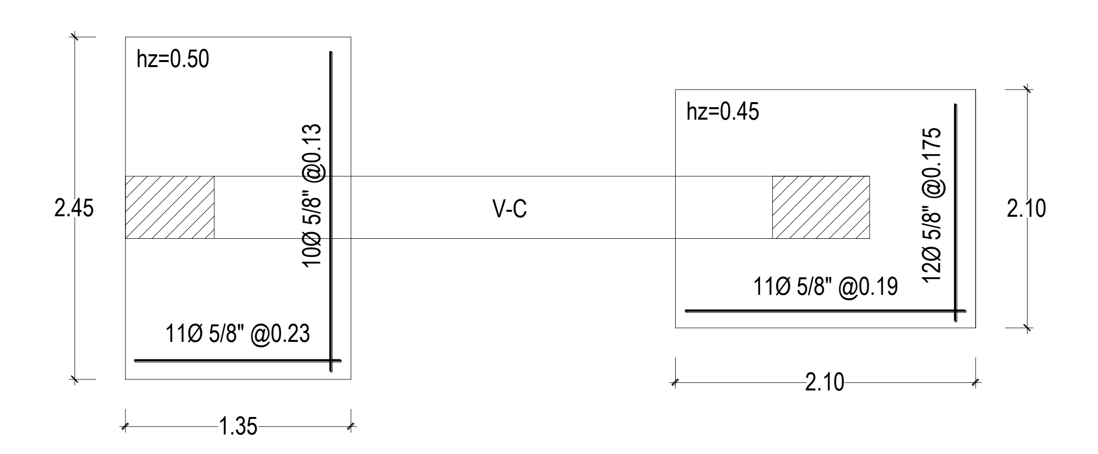
a = 2.74   <u>As = 24.44</u> a = 2.74

As = 24.44 cm^2

<> <u>12 Ø 5/8" @ 0.175</u>

Detalle de refuerzo:





<u>E.T.</u>

f'c = 210 Kg./cm^2.

Fy = 4200 Kg./cm^2.

r.e = 7.5 cm.

σ_t = 3.2 Kg./cm^2.

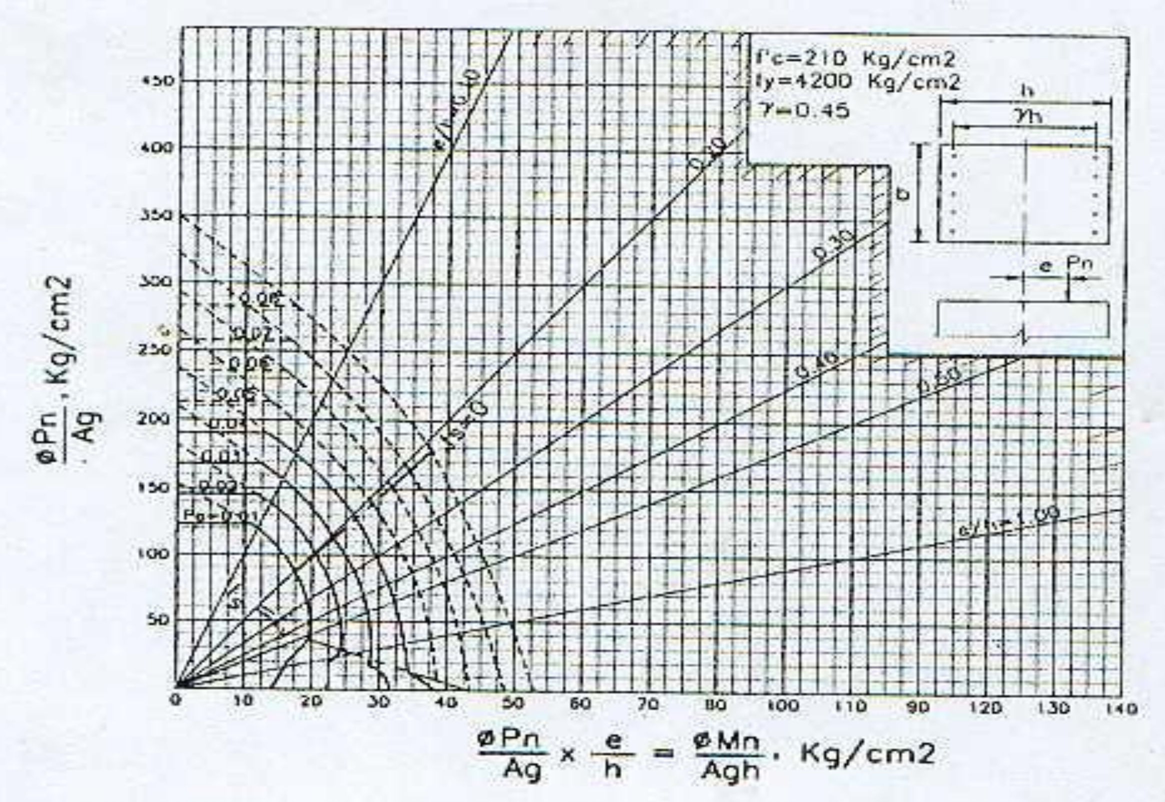


Diagrama C1. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ=0.45.

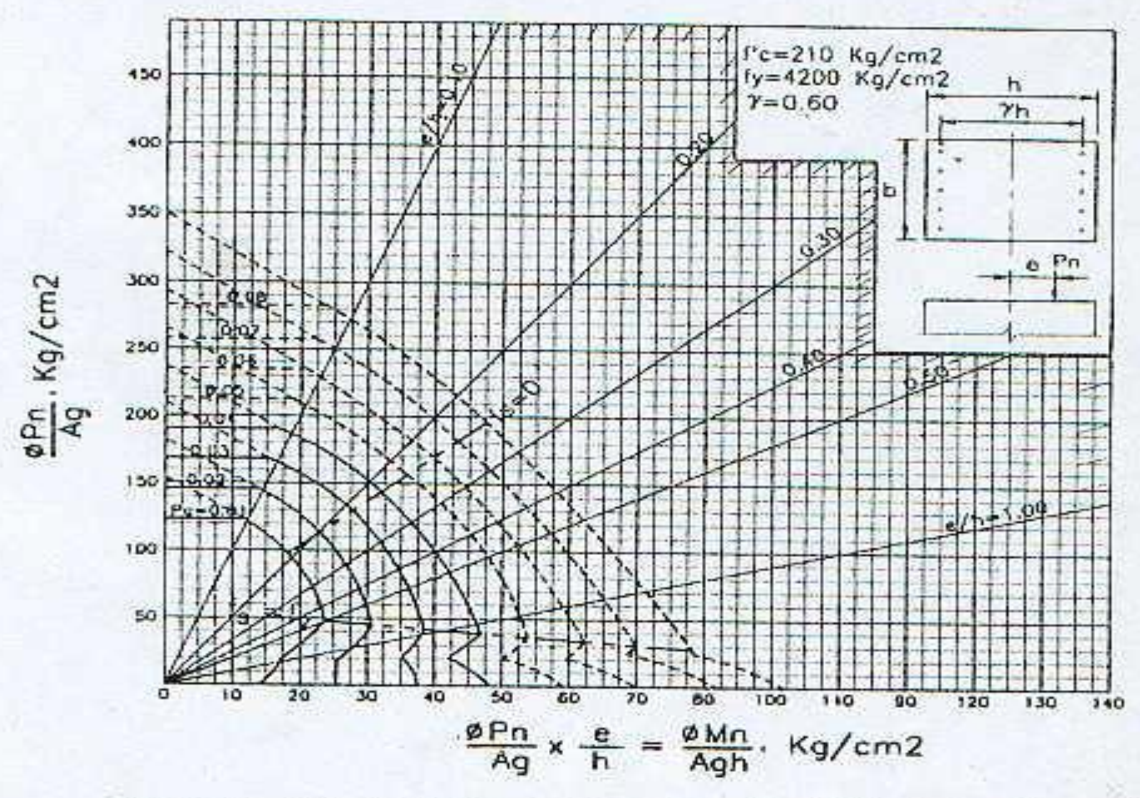


Diagrama C2. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ=0.60.

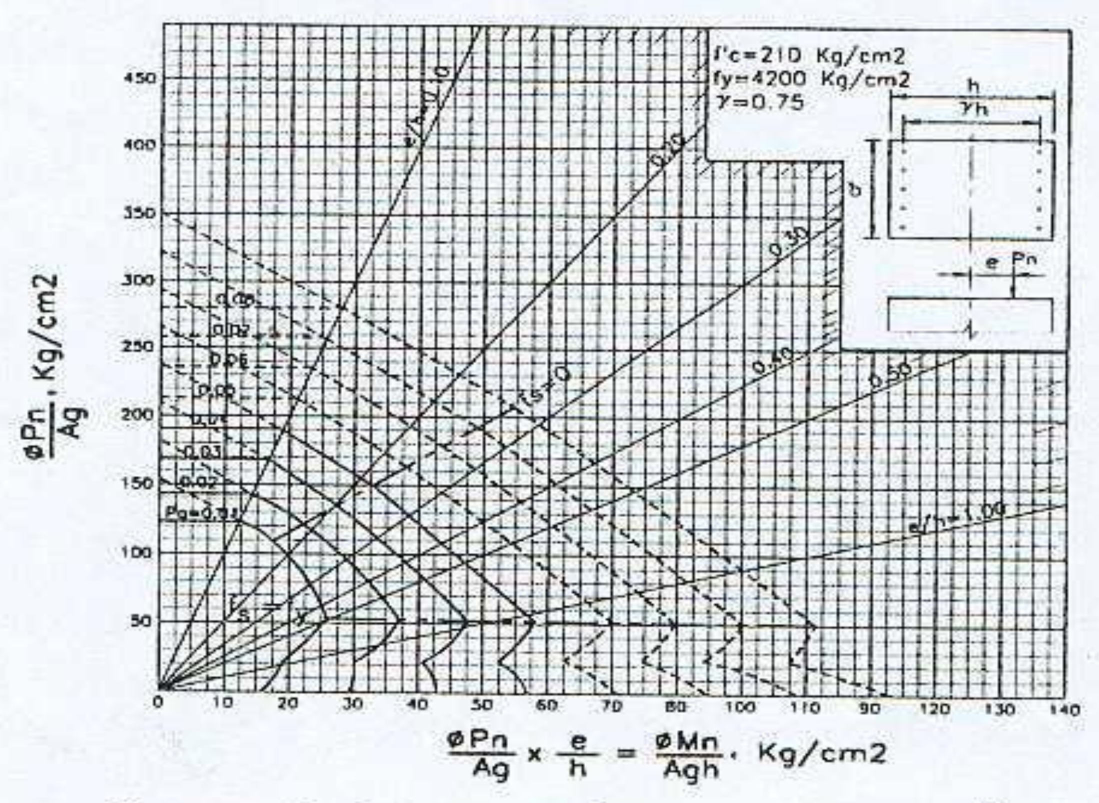


Diagrama C3. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ=0.75.

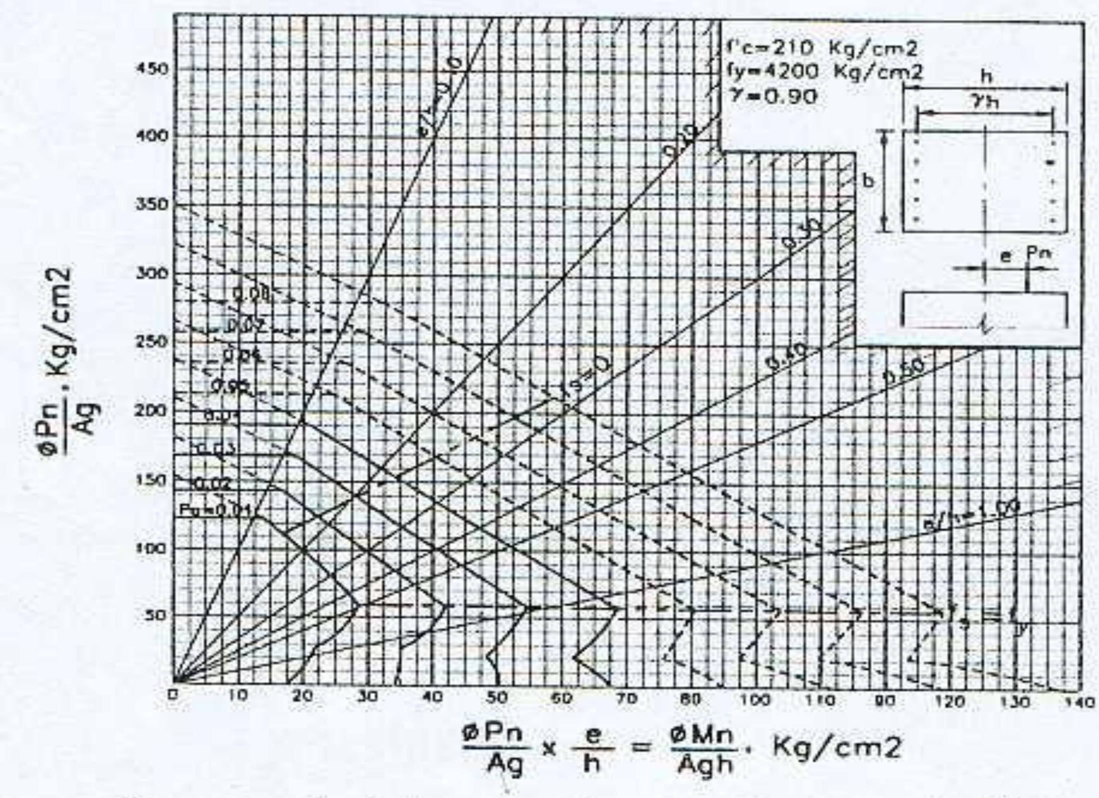


Diagrama C4. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ=0.90.

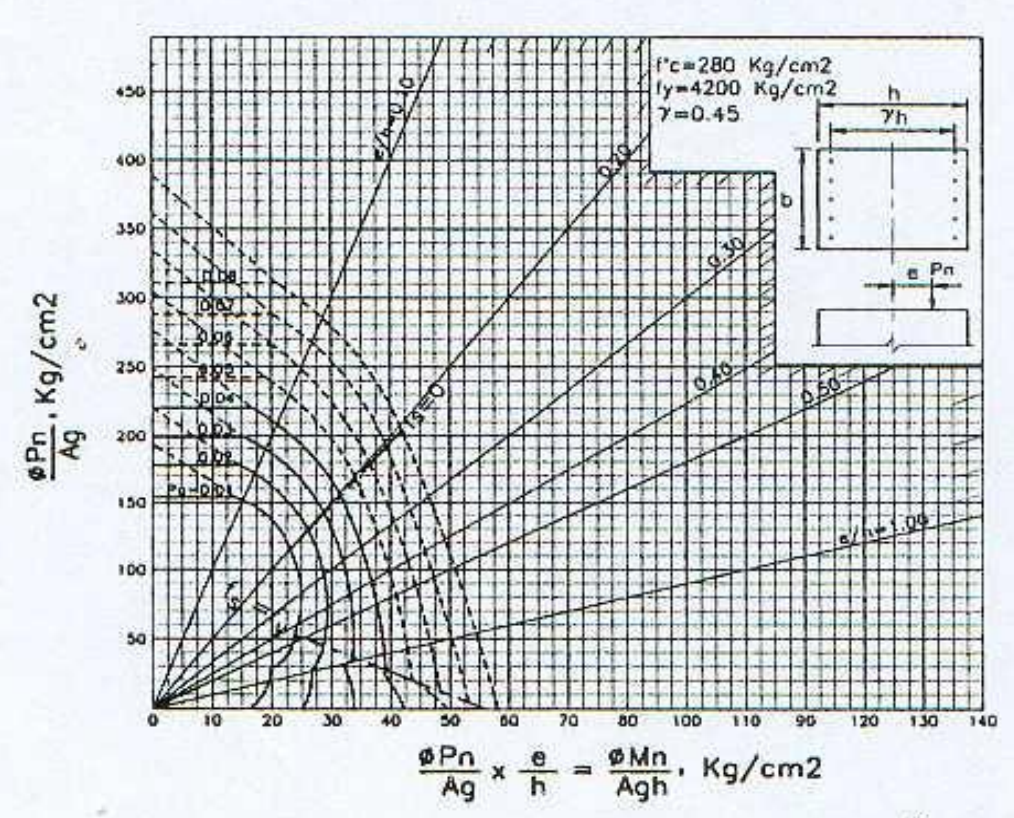


Diagrama C5. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm^2, γ=0.45.

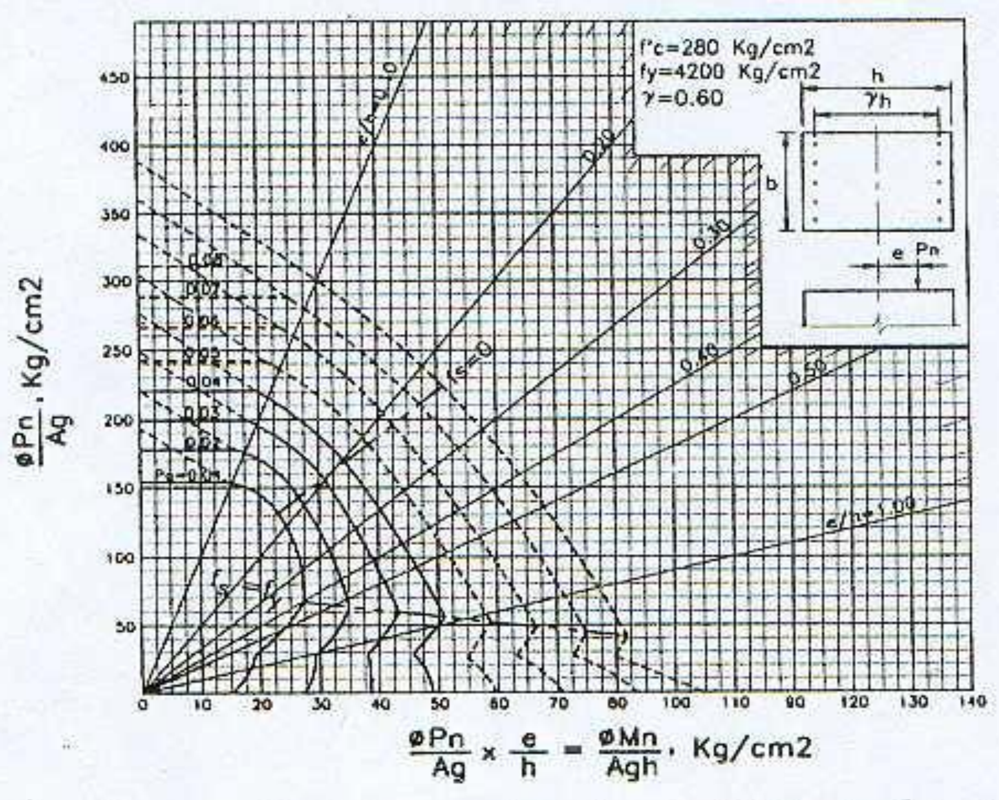


Diagrama C6. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm^2, γ=0.60.

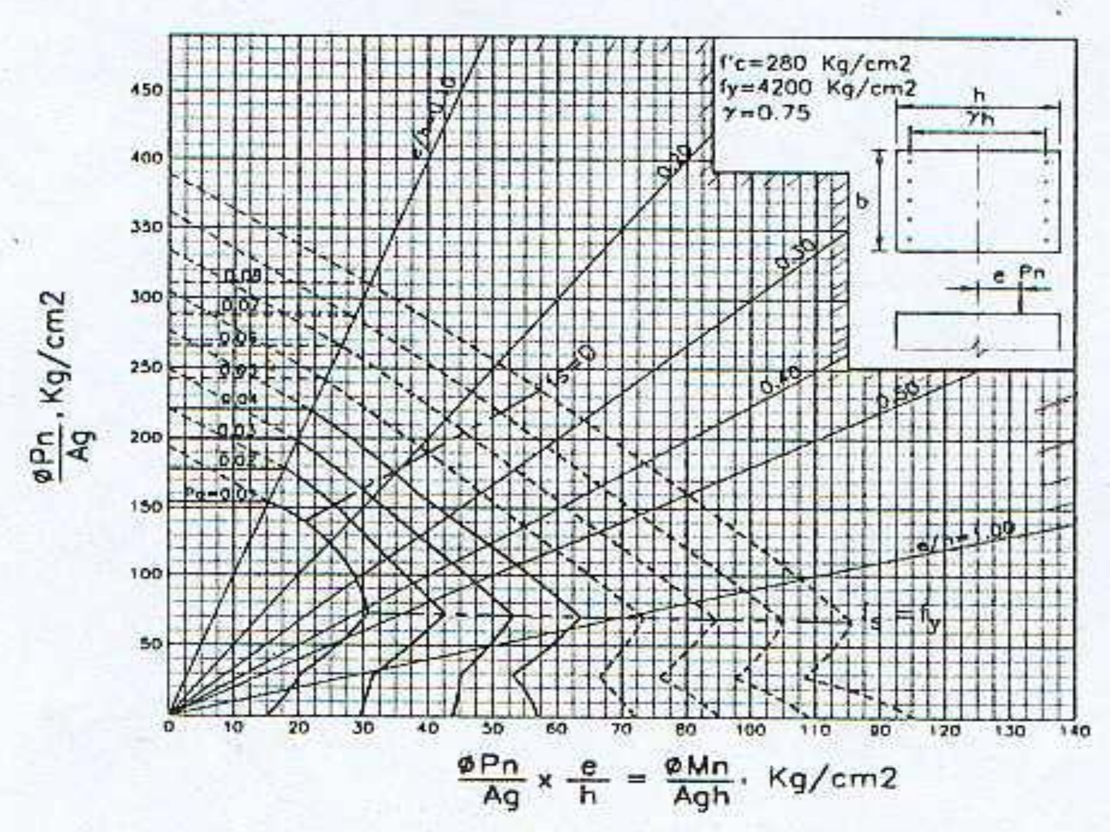


Diagrama C7. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm², γ=0.75.

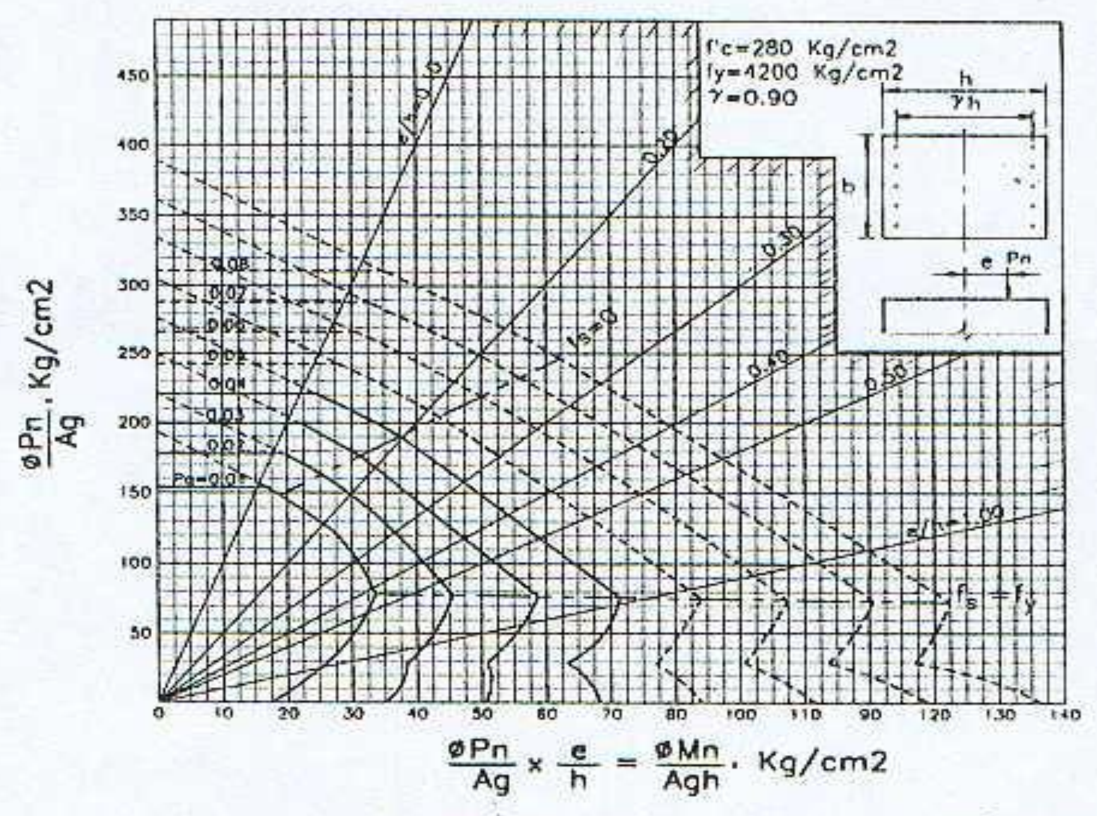


Diagrama C8. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm², γ=0.90.

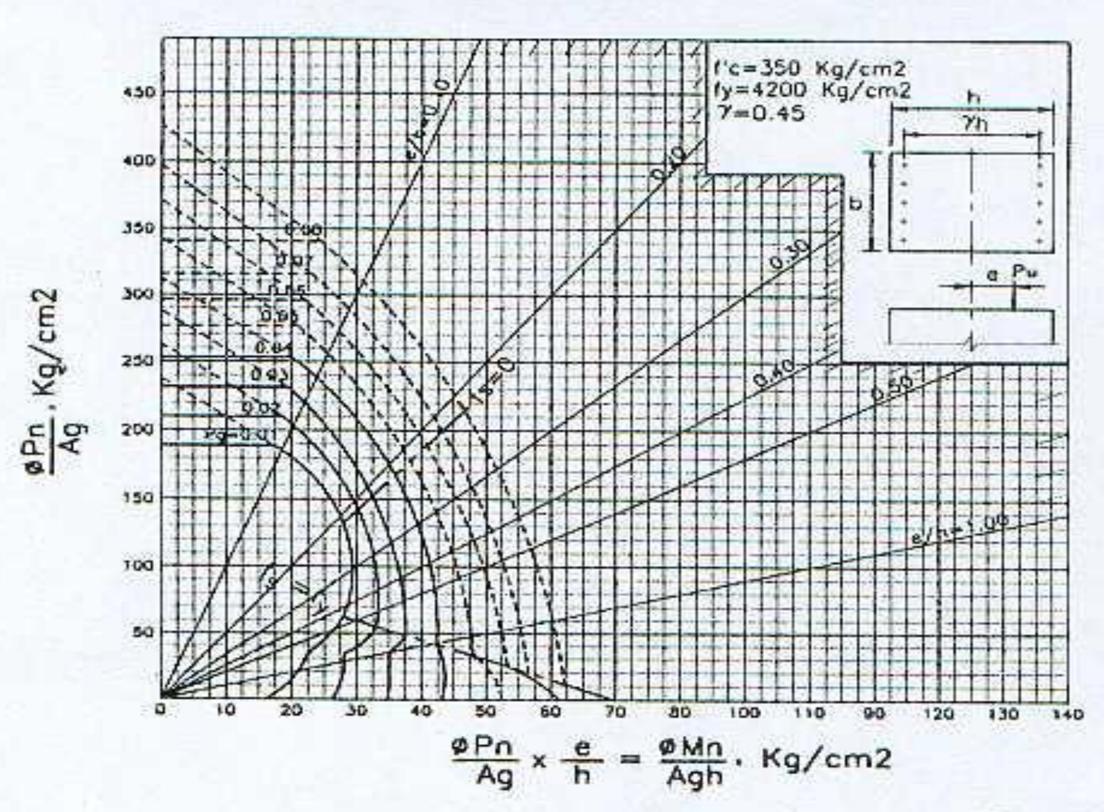


Diagrama C9. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm^2, γ=0.45.

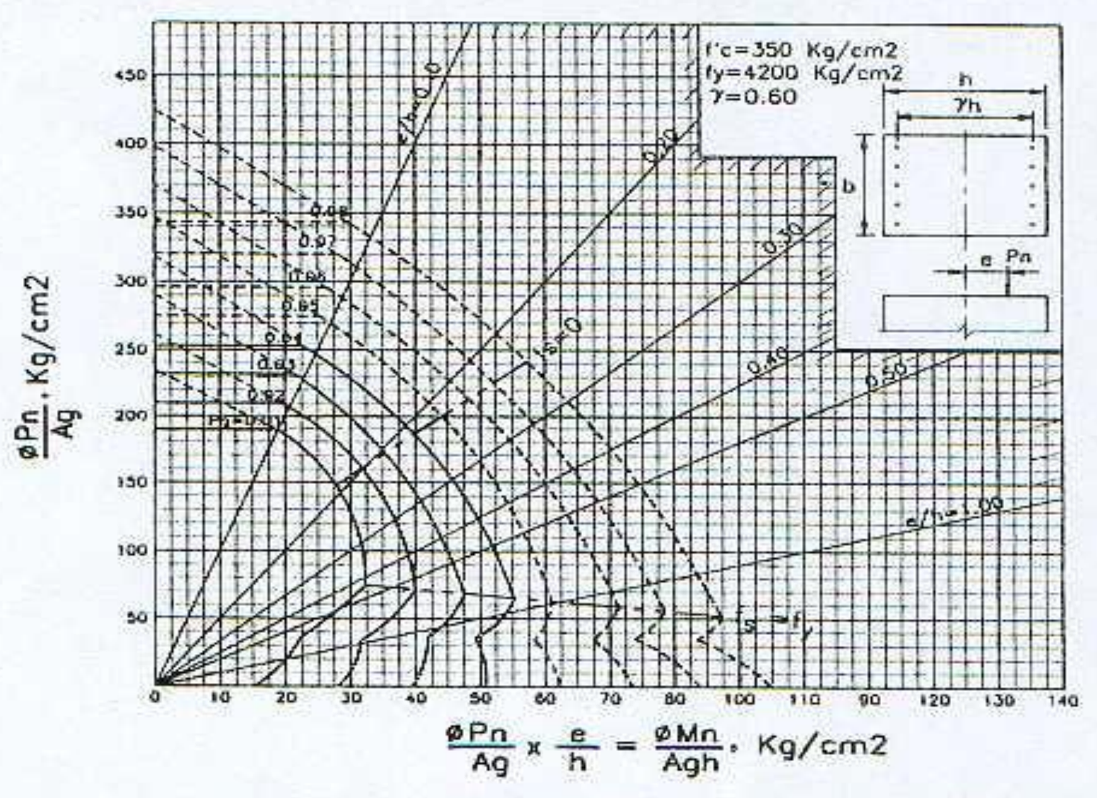


Diagrama C10. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm^2, γ= 0.60.

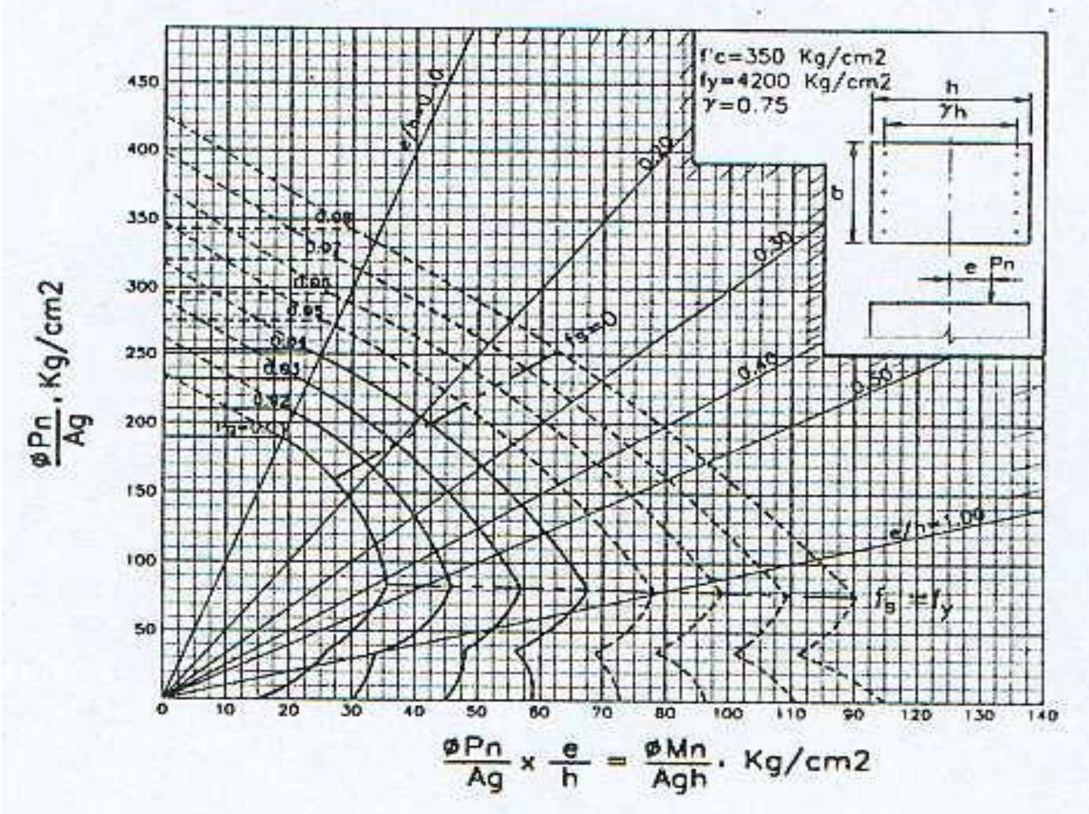


Diagrama C11. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm², γ= 0.75.

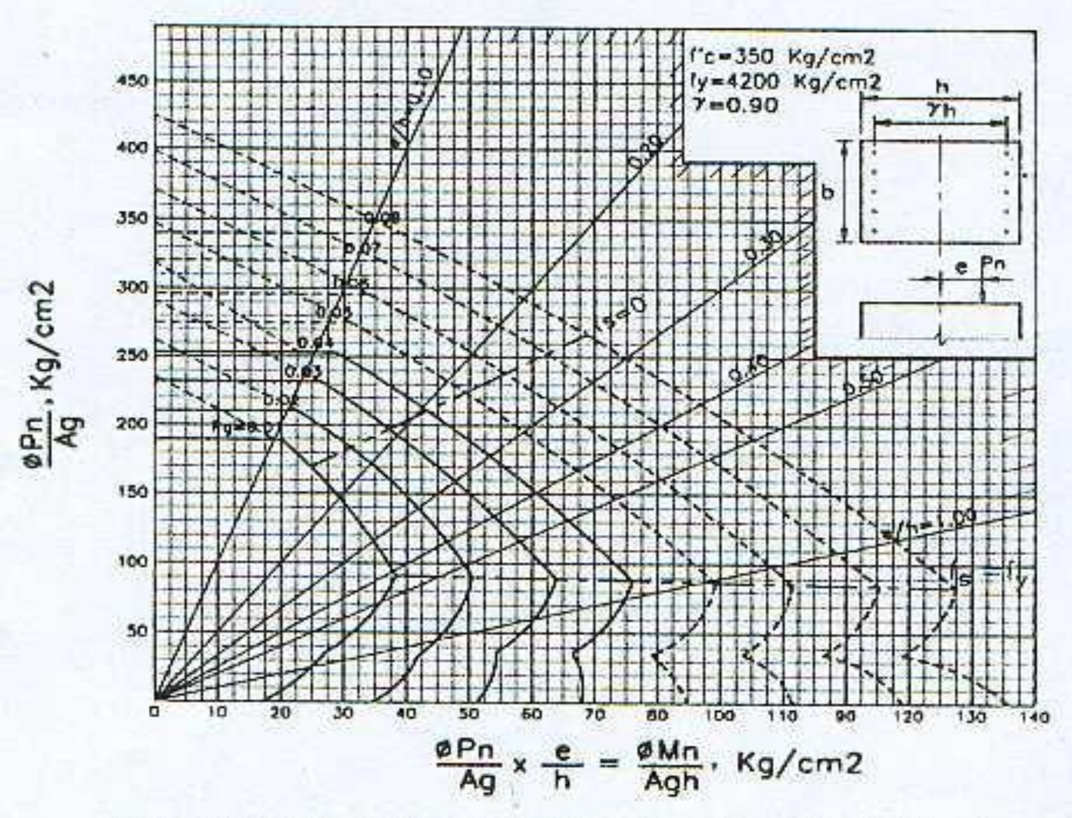


Diagrama C12. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm², γ= 0.90.

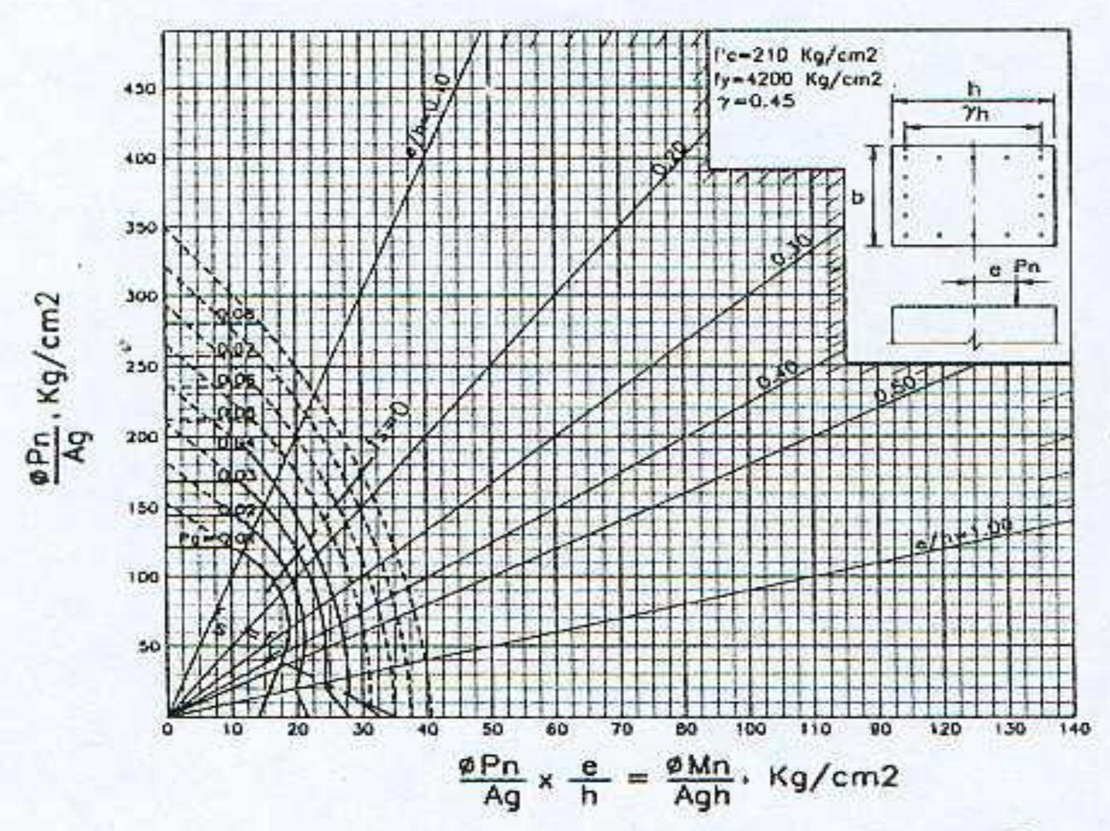


Diagrama C13. Columna rectangular, $f'c=210$ kg/cm^2, $\gamma = 0.45$.

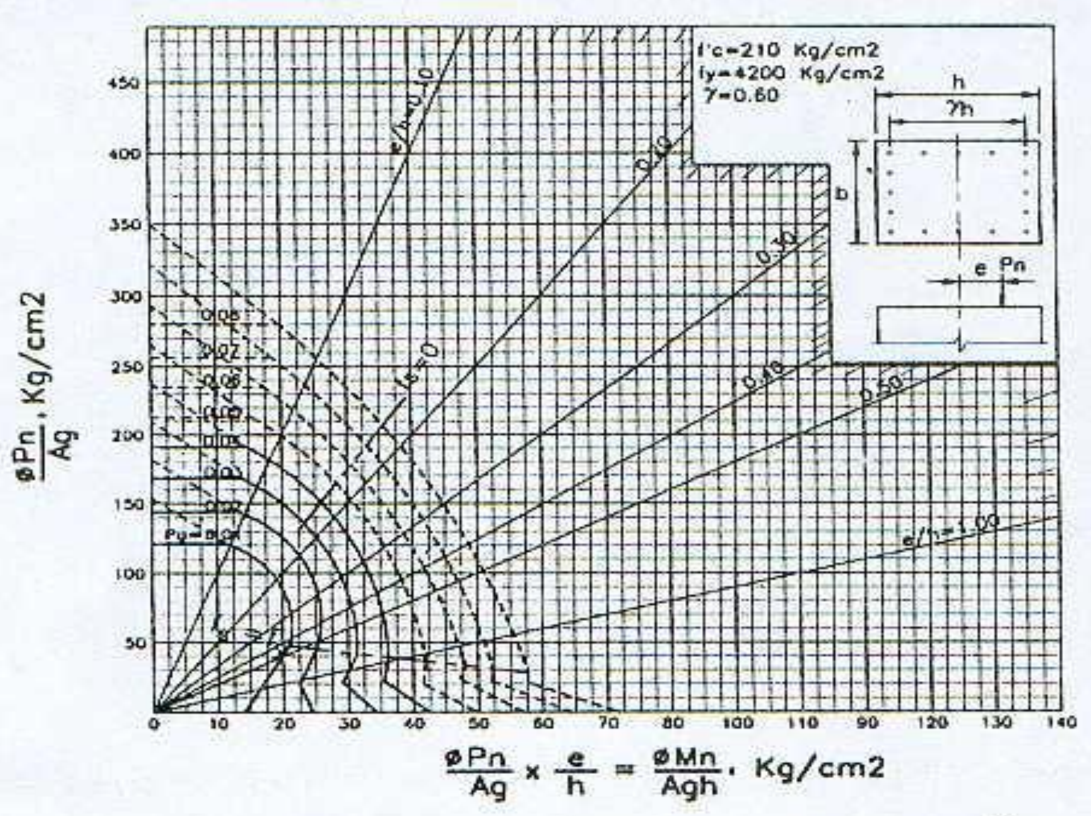


Diagrama C14. Columna rectangular, $f'c=210$ kg/cm^2, $\gamma = 0.60$.

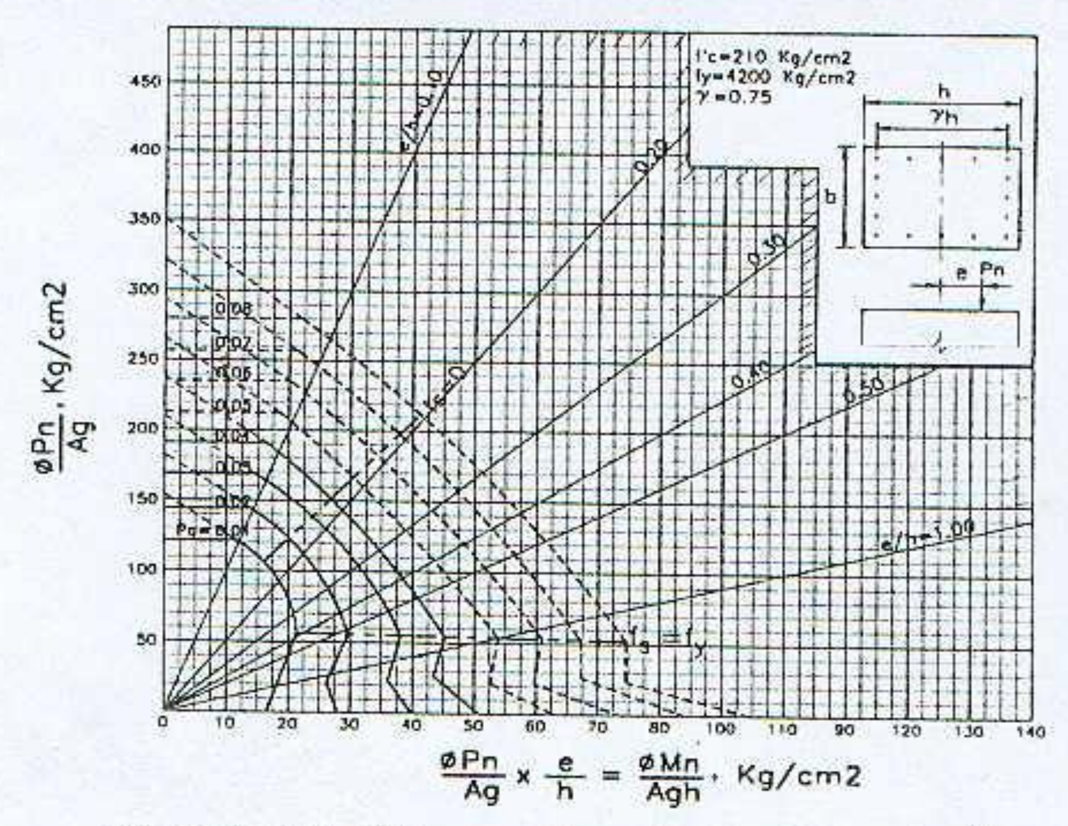


Diagrama C15. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ= 0.75.

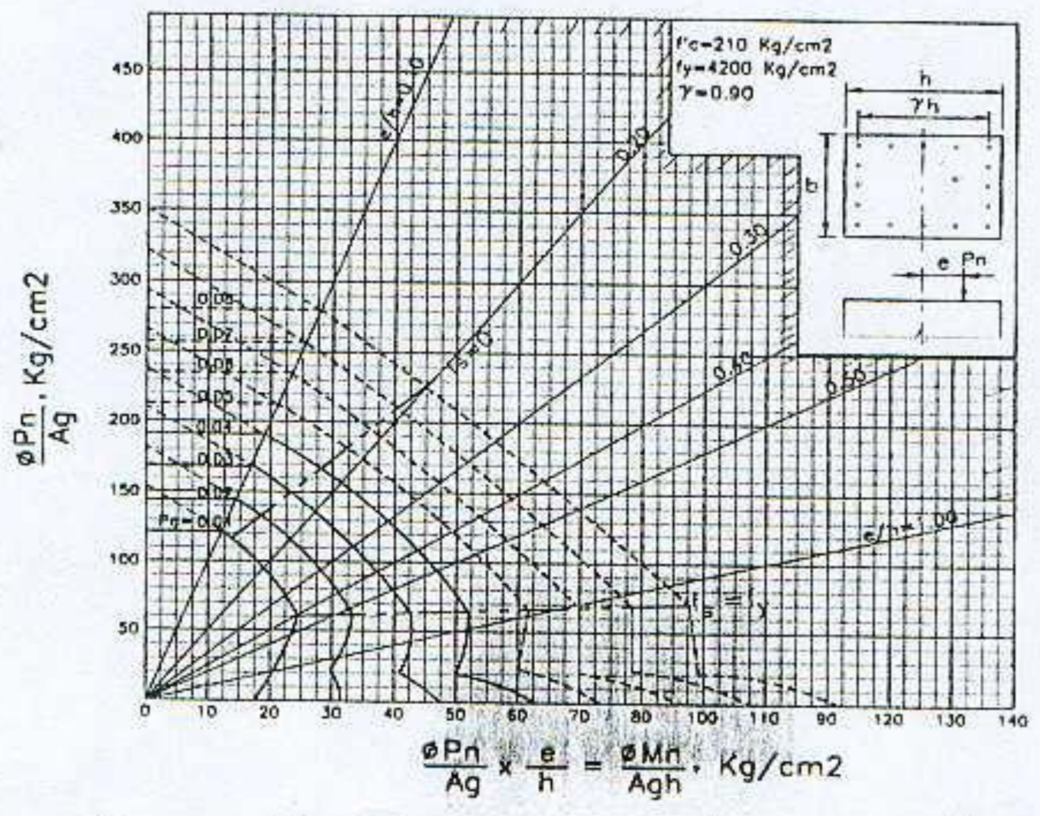


Diagrama C16. Columna rectangular, f'c=210 kg/cm², γ= 0.90.

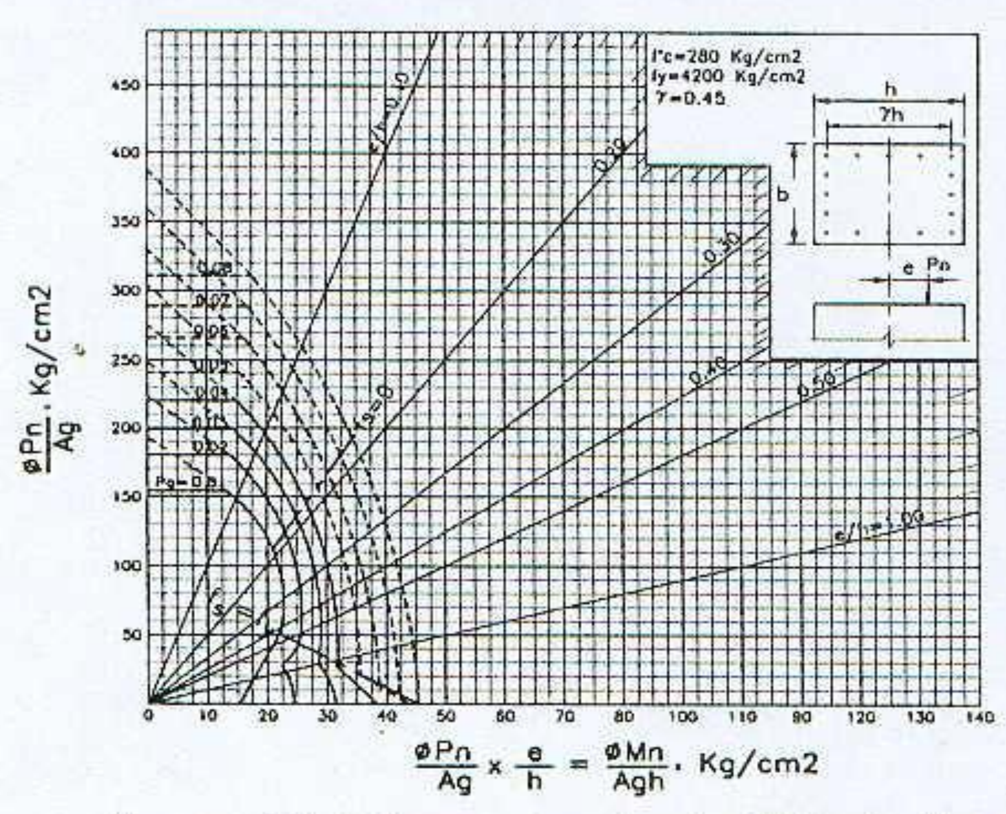


Diagrama C17. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm², γ= 0.45.

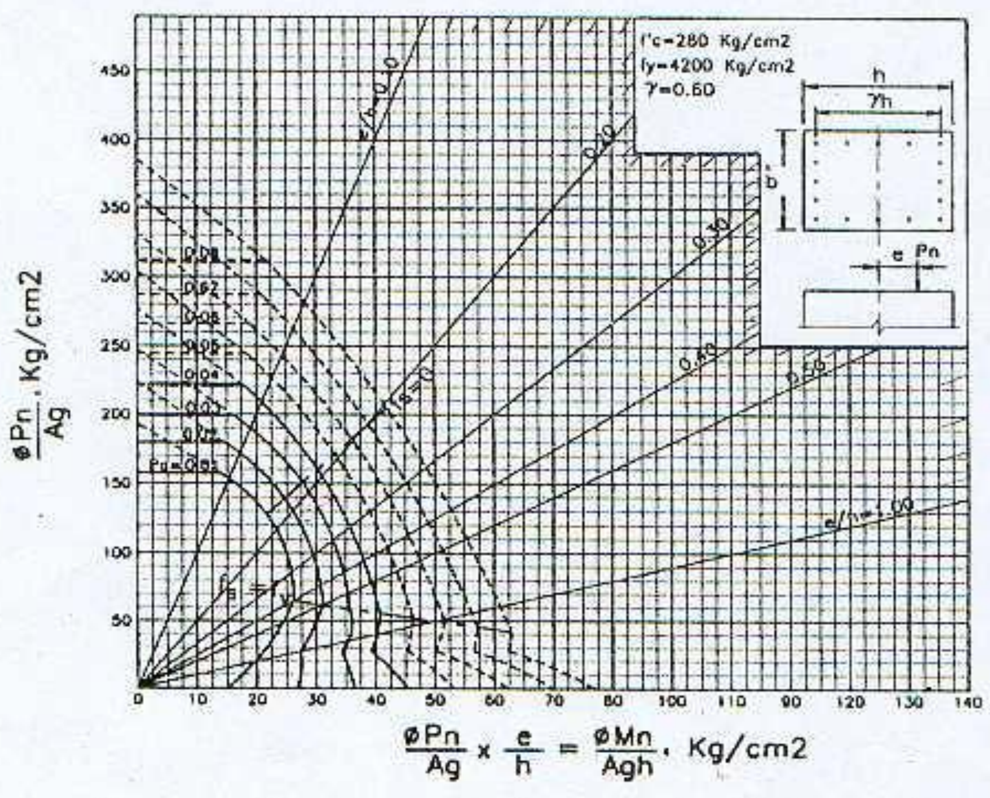


Diagrama C18. Columna rectangular, f'c=280 kg/cm², γ= 0.60.

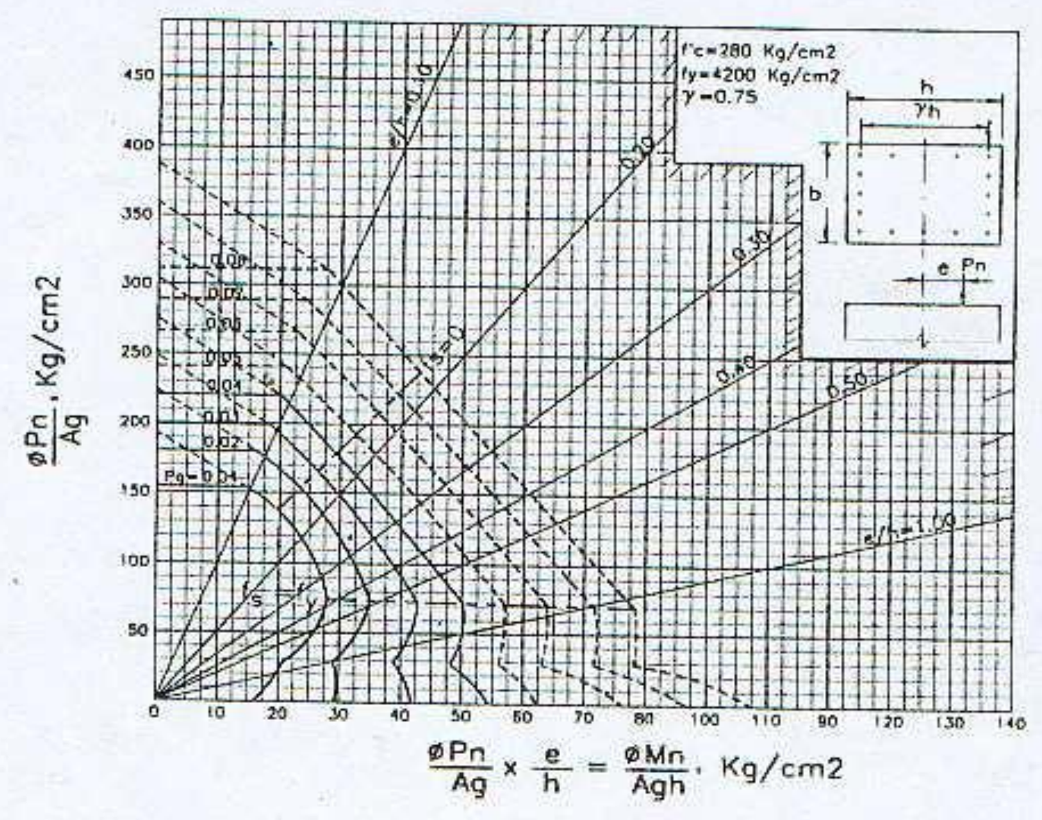


Diagrama C19. Columna rectangular, $f'c=280$ kg/cm^2, $\gamma=0.75$.

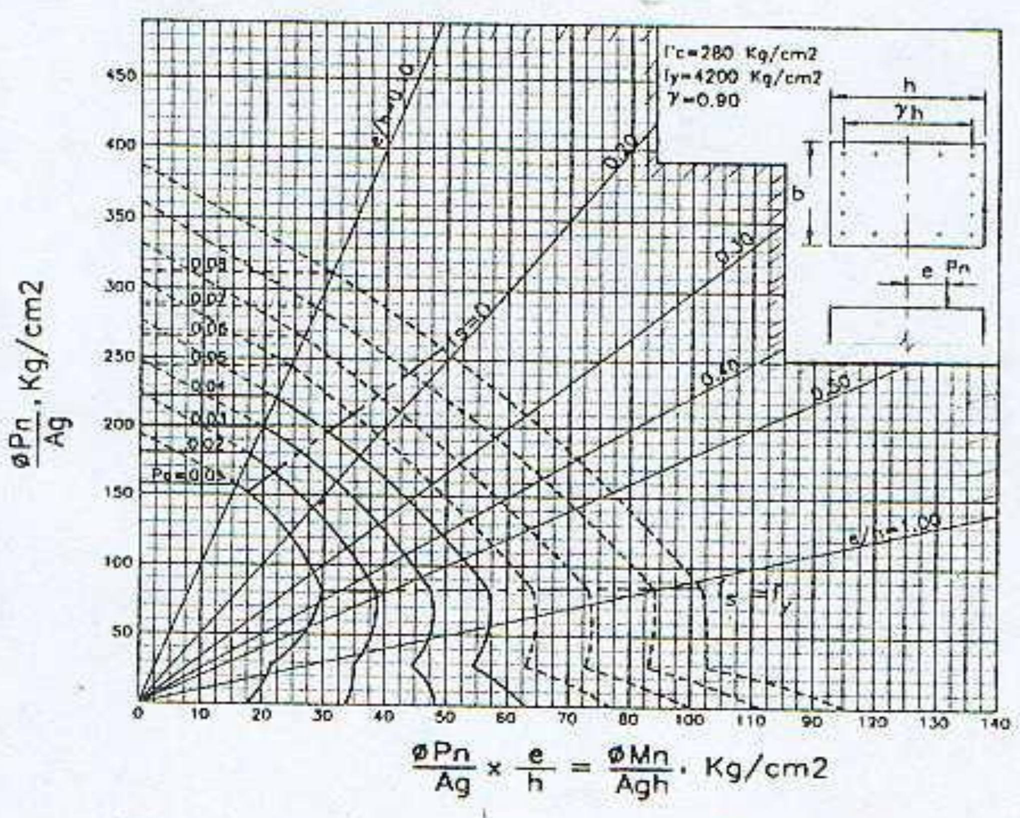


Diagrama C20. Columna rectangular, $f'c=280$ kg/cm^2, $\gamma=0.90$.

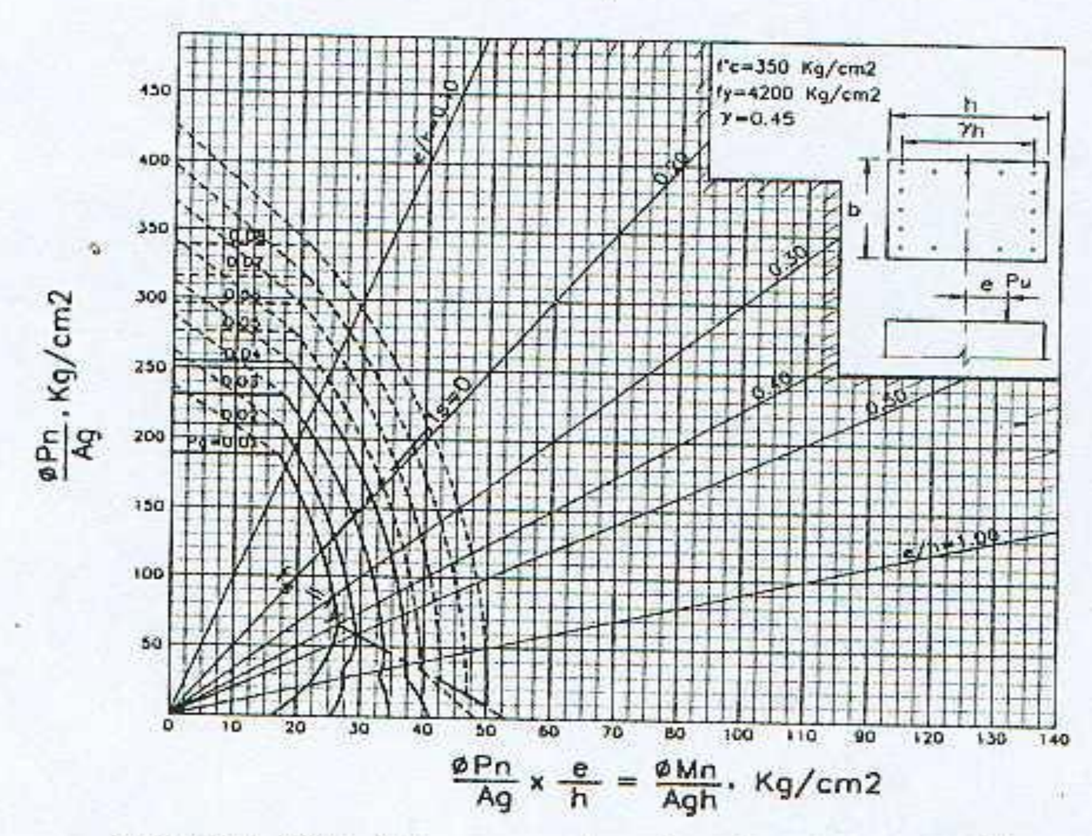


Diagrama C21. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm², γ= 0.45.

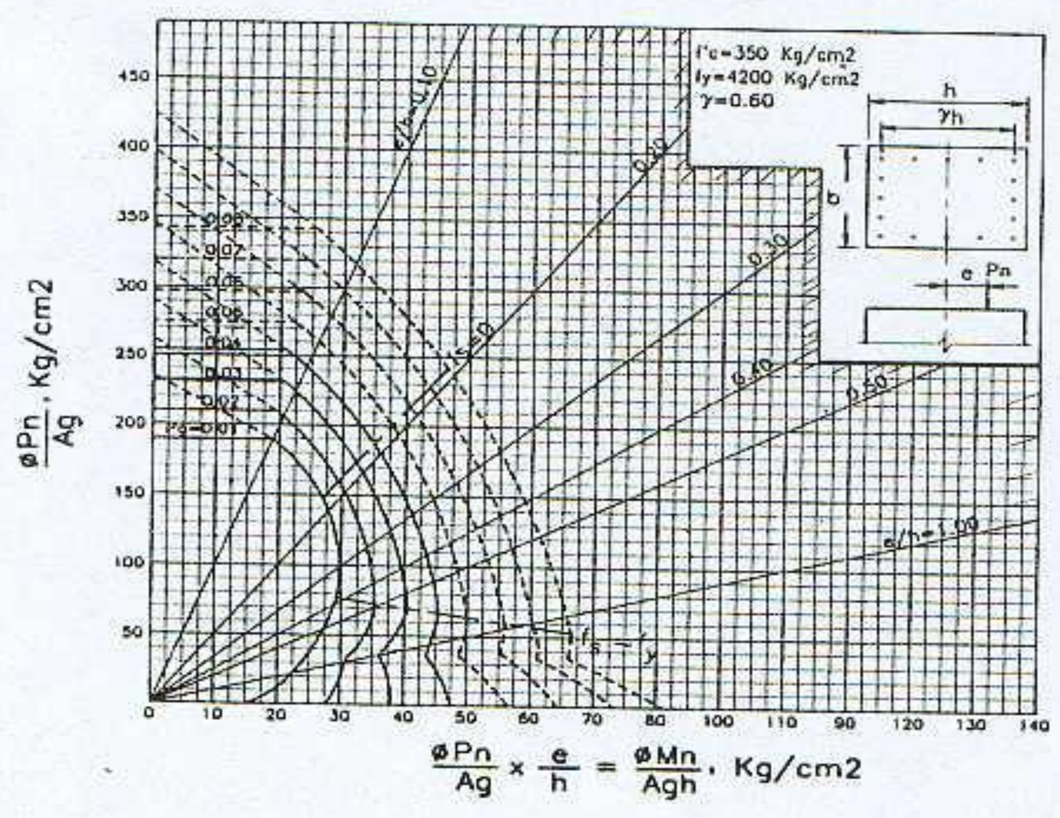


Diagrama C22. Columna rectangular, f'c=350 kg/cm², γ= 0.60.

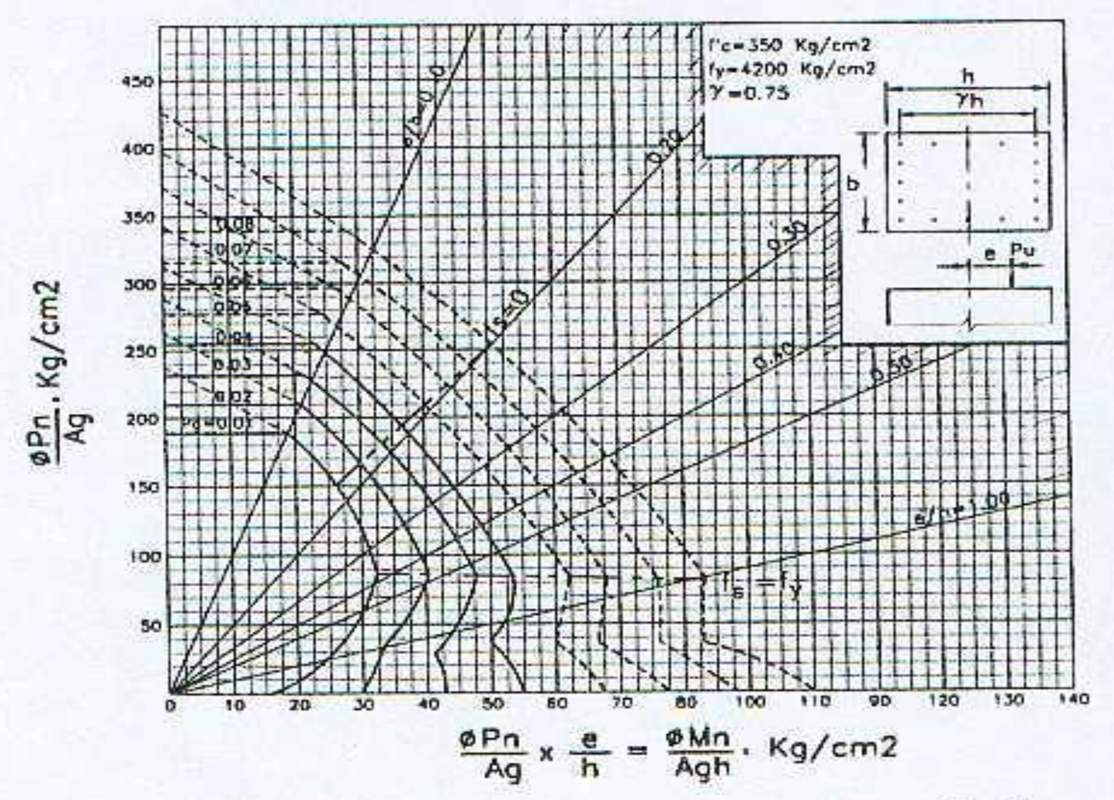


Diagrama C23. Columna rectangular, $f'c=350\ kg/cm^2$, $\gamma = 0.75$.

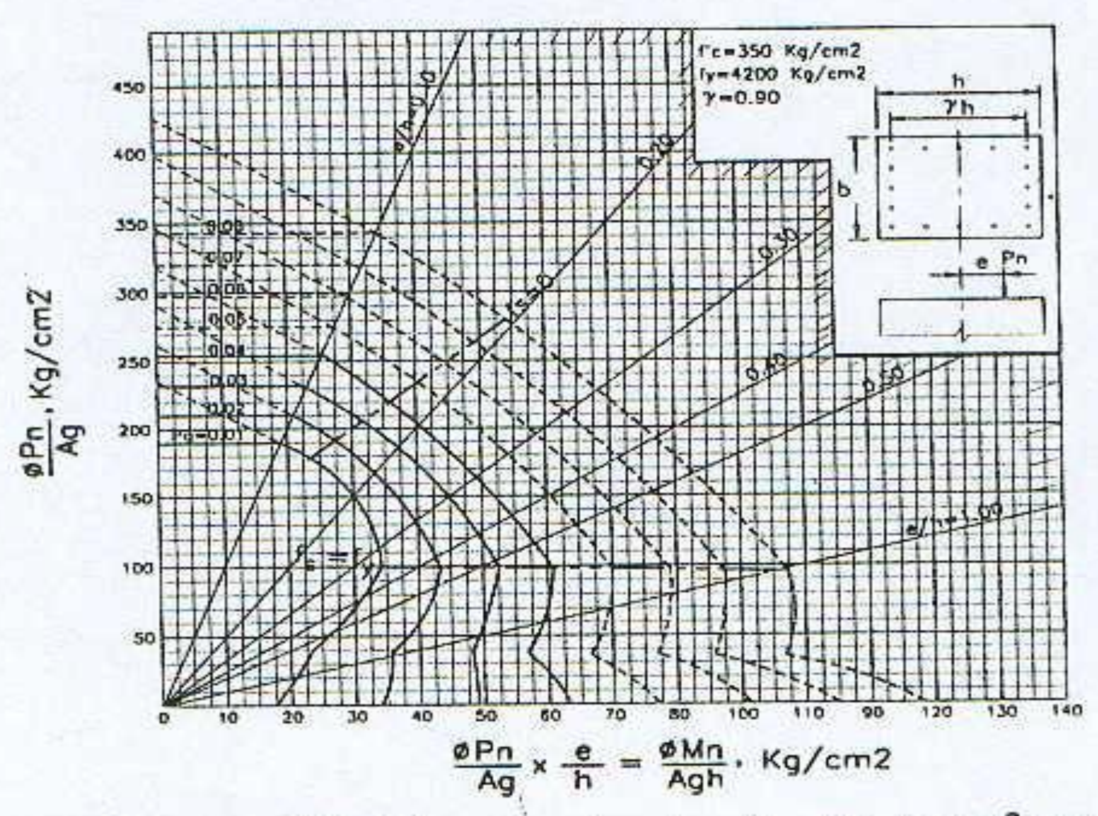


Diagrama C24. Columna rectangular, $f'c=350\ kg/cm^2$, $\gamma = 0.90$.

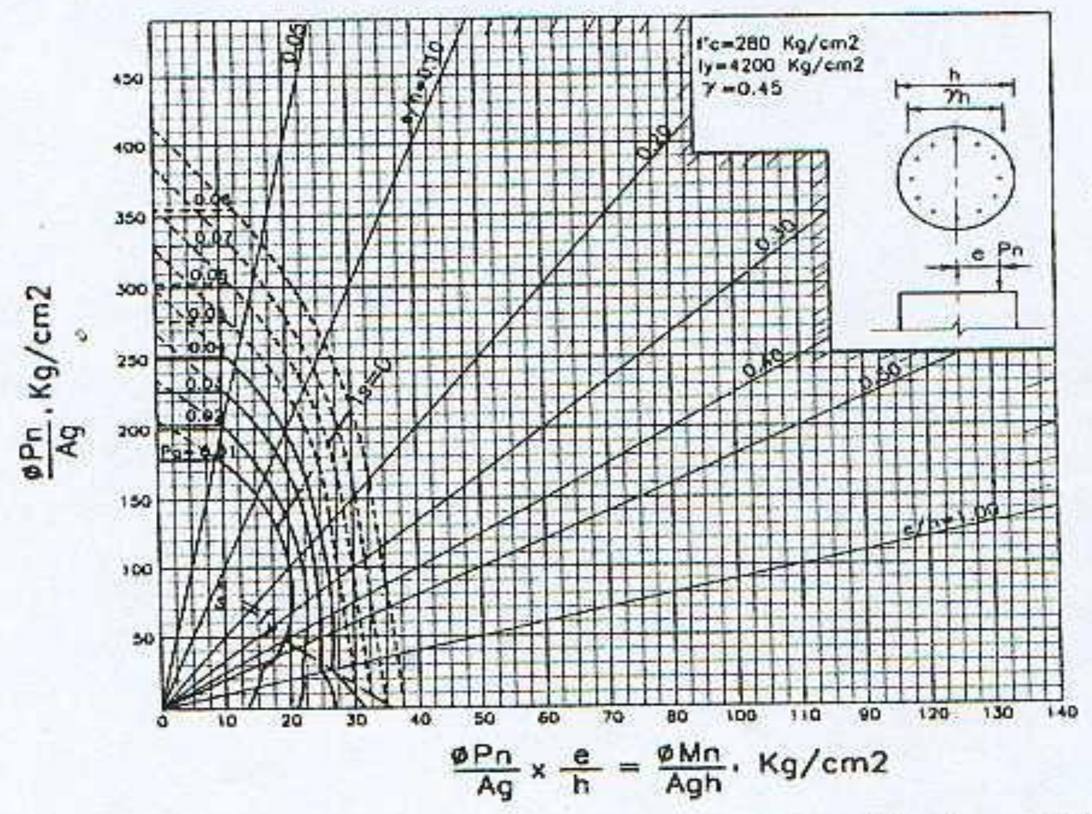


Diagrama C25. Columna circular, f'c=280 kg/cm^2, γ=0.45.

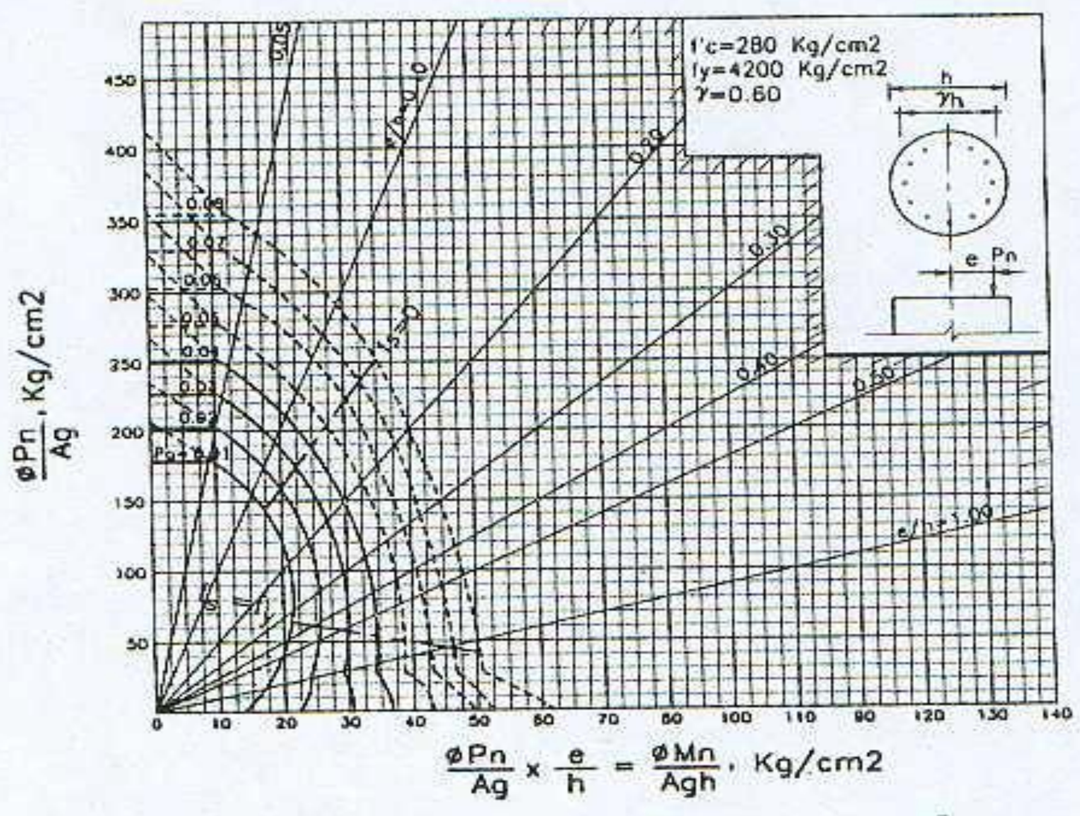


Diagrama C26. Columna circular, f'c=280 kg/cm^2, γ=0.60.

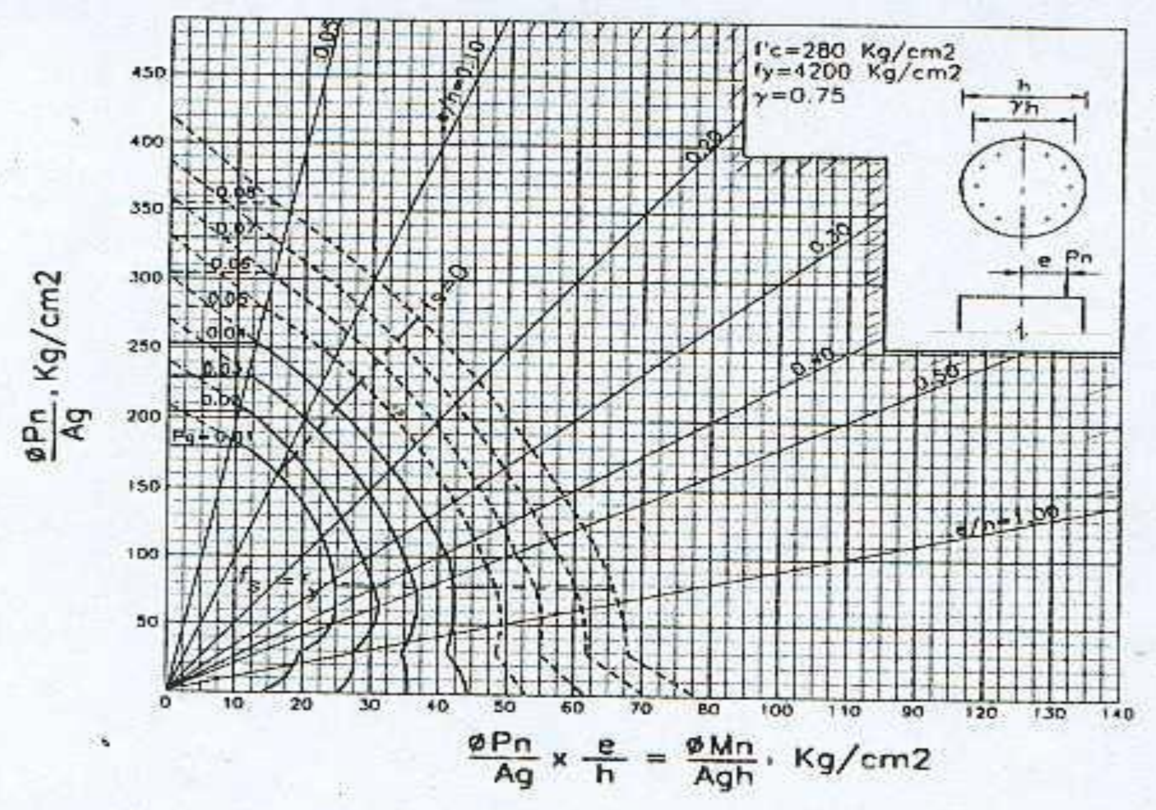


Diagrama C27. Columna circular, $f'c=280\ kg/cm^2$, $\gamma=0.75$.

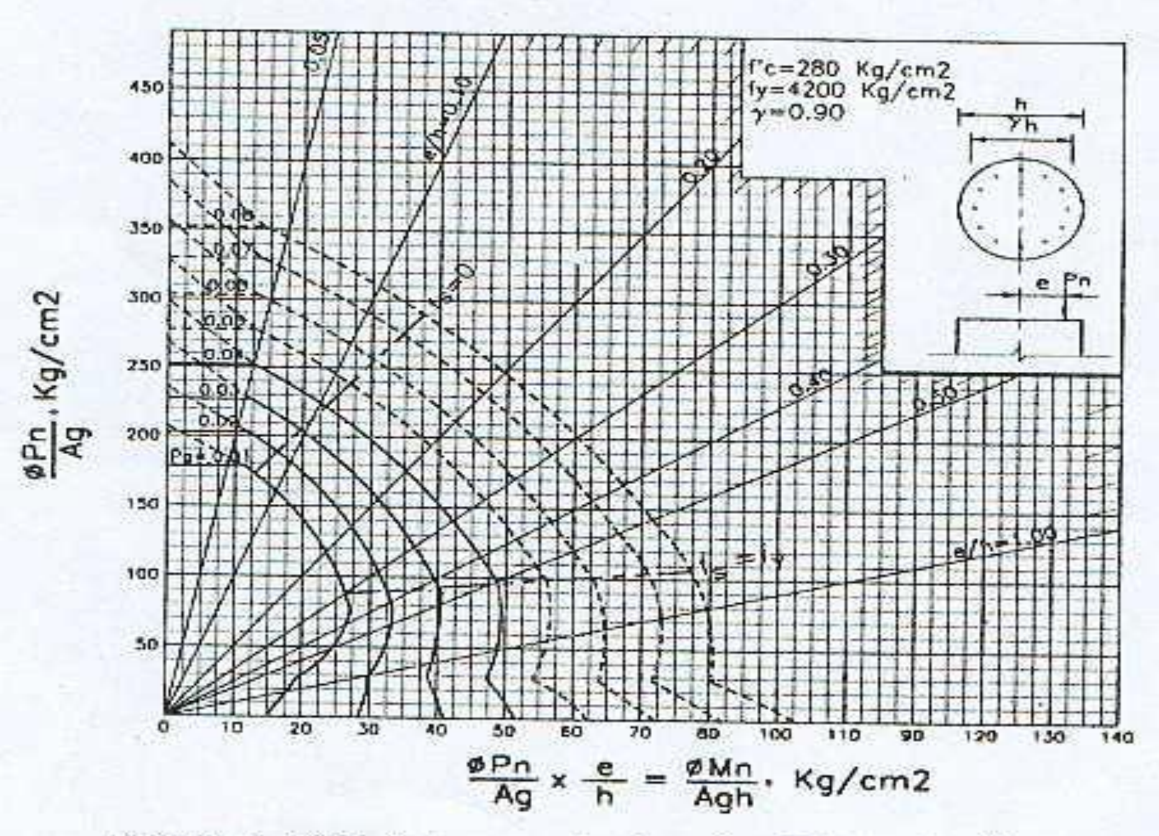


Diagrama C28. Columna circular, $f'c=280\ kg/cm^2$, $\gamma=0.90$.

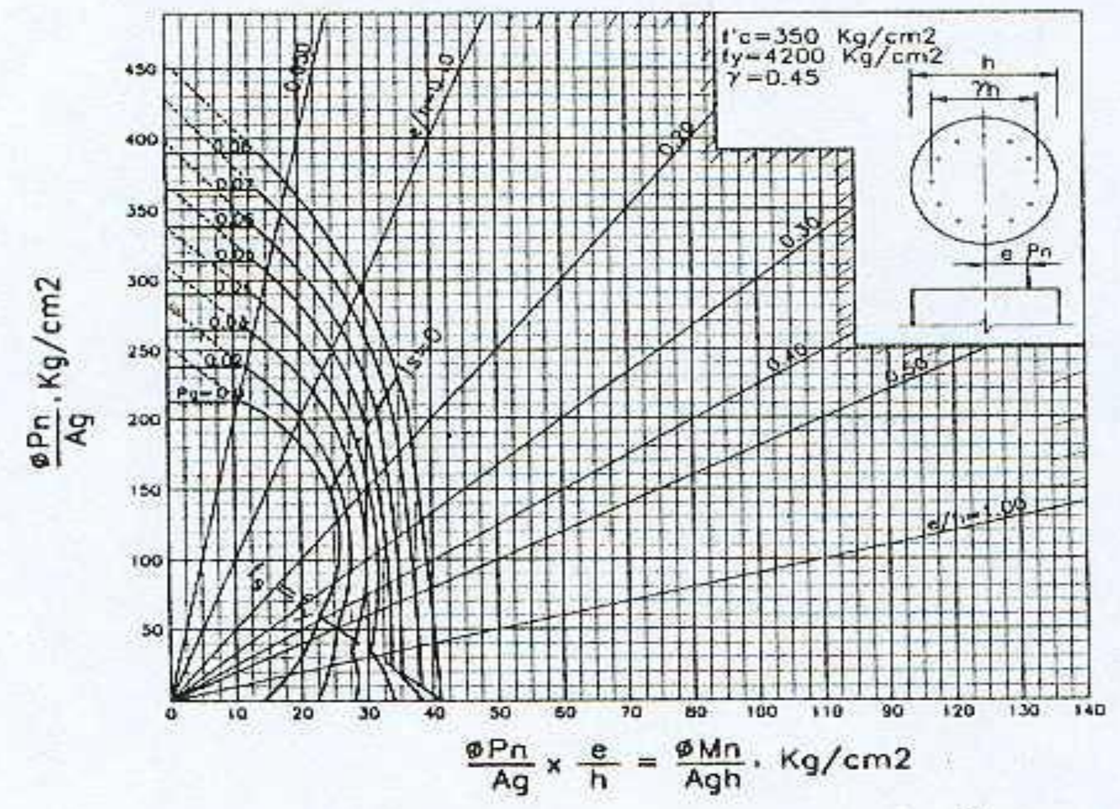


Diagrama C29. Columna circular, f'c=350 kg/cm^2, γ= 0.45.

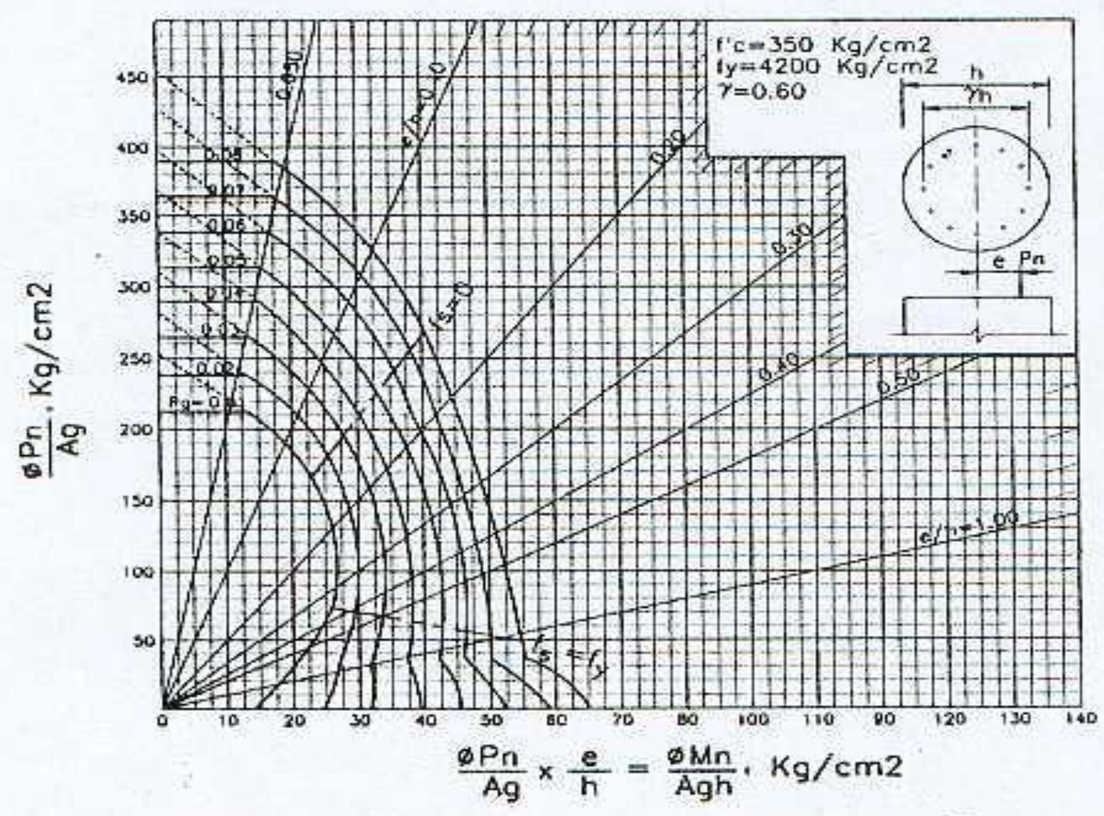


Diagrama C30. Columna circular, f'c=350 kg/cm^2, γ=0.60.

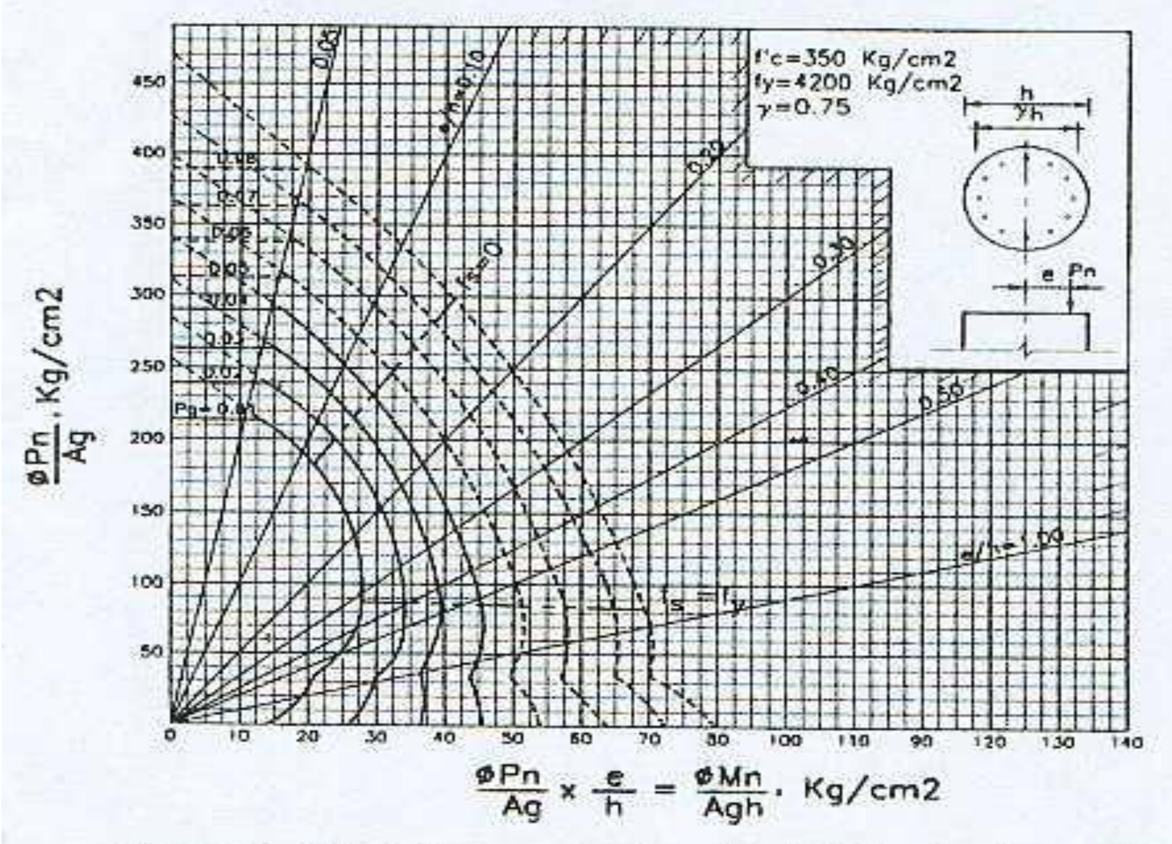


Diagrama C31. Columna circular, f'c=350 kg/cm^2, γ=0.75.

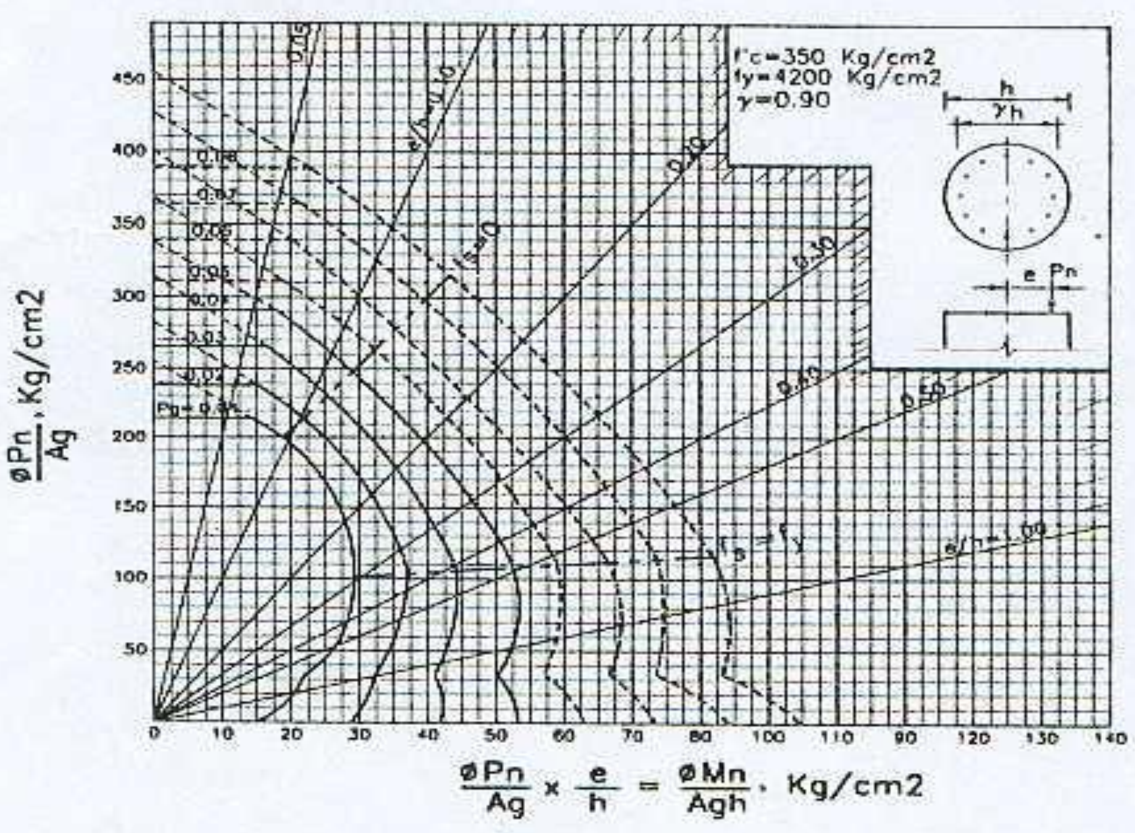


Diagrama C32. Columna circular, f'c=350 kg/cm^2, γ= 0.90.

BIBLIOGRAFIA

ING. RICARDO OVIEDO SARMIENTO. "Diseño de Edificaciones de Concreto Armado", 1ra edición, Lima 2015.

ING. JUAN ORTEGA GARCIA. "Concreto Armado I", Editorial Macro, 1ra edición, Lima 2015.

ING. JUAN ORTEGA GARCIA. "Concreto Armado II", Editorial Macro, 1ra edición, Lima 2015.

JACK C. MCCORMAC – RUSSELL H. BROWN. "**Diseño de Concreto Reforzado"**, Editorial Alfaomega, 8va edición, México 2011.

ING. ROBERTO MORALES MORALES. "Diseño en Concreto Armado", Editorial ICG, 3era edición, Lima 2006.

JIDDI CUBA ARENAS. "Concreto Armado I", 3ra edición, Lima 2005.

JIDDI CUBA ARENAS. "Concreto Armado II", 3ra edición, Lima 2005.

R. PARK y T. PAULAY. "**Estructuras de Concreto Reforzado"**, Editorial Limusa, 10ma edición, México 1999.

ING. ANTONIO BLANCO BLASCO. "Estructuración y Diseño de Edificaciones en Concreto Armado", Libro 2 de la Colección del Ingeniero Civil, Lima 1990-1991.

REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES. (2015), Libro, Editora Macro EIRL. Lima - Perú.



CONCRETO ARMADO





Ing. WILBER CUTIMBO CHOQUE

Octubre 2016